بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة

امتحان نهاية الفصل الأول للعام الدراسي 2022-2023 م

المبحث :- الرياضيات | الفرع : العلمي | الزمن : ساعتان وخمس واربعون دقيقة

الورقة : - | مجموع العلامات (١٠٠) علامة | التاريخ : ٢٦ / ١٢ / ٢٠٢٢ م

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) أسئلة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعها

السؤال الأول : انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة **(٢٠ علامة)**

(١) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث ان بعده ف بألامتار وبعد ن من الثواني يعطى بالقاعدة $ف = ن^{٢} + ٨ن$ فاذا كانت السرعة المتوسطة للجسم في [١،ب] تساوي ١٣ م/ث فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢　　ب) ٣　　ج) ٤　　د) ٥

(٢) اذا كان س = ظا(ص) فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عندما س = ٢؟

أ) $\frac{١}{٥}$　　ب) $\frac{١}{٢}$　　ج) ١　　د) ٥

(٣) $\lim\limits_{س \leftarrow ١} \frac{هـ^{(س^{٢}+س-٢)} - س^{٢}}{لوـهـ(س^{٢})} =$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) ٠　　ب) $\frac{١}{٣}$　　ج) $\frac{١}{٢}$　　د) ١

(٤) إذا كان ق(س) اقتران متزايد على مجاله أي من الاقترانات الاتية ليس بالضرورة ان يكون اقترانا متزايدا على مجاله ؟

أ) $م(س) = \sqrt{ق(س)}$　　ب) $م(س) = ق(س^{٢})$　　ج) $م(س) = \sqrt[٣]{ق(س)}$　　د) $م(س) = هـ^{ق(س)}$

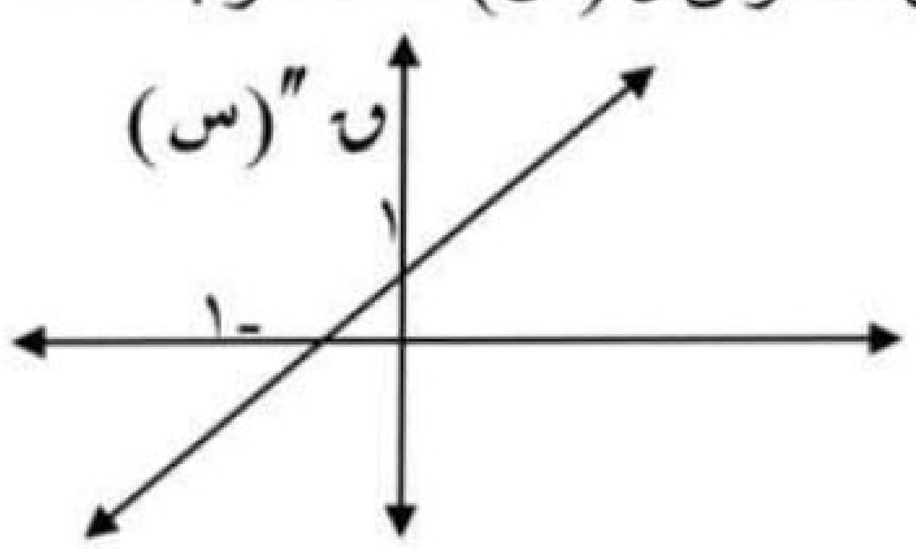
(٥) ما عدد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = لوـهـ(س^٢ - س) ؟

أ) ٠　　ب) ١　　ج) ٢　　د) ٣

٦) اذا كان $ق(س) = س + \frac{ب}{س}$ يحقق رول في [أ،٤] و كانت قيمة جـ التي تعينها النظرية هي ٢ فان قيم أ ،ب على الترتيب؟

أ) ٤، -١　　ب) ٤،٤　　ج) ٤،١　　د) ١،٤

٧) الشكل المجاور يمثل منحنى ق″(س) للاقتران كثير الحدود ق(س) و كان للاقتران ق(س) نقطة حرجة عند س = ٢ فاي الفترات يكون الاقتران متناقصا فيها؟



أ) [٠،٢]　　ب) [-٢،٠]
ج)]٠،∞[　　د)]-∞،٢]

٨) يتحرك جسم حسب العلاقة $ع^{٢} = ف^{٣}$ ما قيمة التسارع عندما تكون السرعة ٨م/ث ؟

أ) ٤م/ث^٢　　ب) ٨م/ث^٢　　ج) ٢٤م/ث^٢　　د) ٣٢م/ث^٢

لاحظ الصفحة التالية　　يتبع صفحة (٢)

٩) اذا كانت المصفوفة ب من الرتبة المربعة ن ، فاذا علمت أن $|ب| = ٥$ ، $\left|\frac{٣}{٥}ب\right| = \frac{٨١}{٢٥}$ فما رتبة ب؟

أ) ٣×٣ ب) ٤×٤ ج) ٥×٥ د) ٦×٦

١٠) إذا كانت ب مصفوفة ثنائية غير منفردة و كان ب س − ب = ب^٢ فما المصفوفة س ؟

أ) ب + م$_٢$ ب) ب^٢ − م$_٢$ ج) م$_٢$ − ب د) م$_٢$

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٣ & ، ٠ \le س < ١ \\ ٢س^٢ - ١ & ، ١ \le س \le ٢ \end{cases}$ ، س∈[٠،٢] اوجد

أ. صابرين محمد زعاقيق

١) الاحداثيات السينية للنقاط الحرجه للاقتران ق(س)

٢) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٣) القيم القصوى المحلية (ان وجدت) للاقتران ق(س) **(٧ علامات)**

(ب) اذا كان الاقتران ق(س) = ٢س + ١ ، هـ(س) = $\frac{-جـ}{س+١}$ ، س ≠ −١ وكان ميل المماس للاقتران (ق ∘ هـ)(س)

عندما س = ٣ يصنع زاوية مقدارها $\frac{٣\pi}{٤}$ مع الاتجاه السالب لمحور السينات جد قيمة جـ **(٥ علامات)**

(ج)إذا علمت ان المماس المار بالنقطة (٤،٠) يمس منحنى العلاقة ص^٢ − ١٠ = ٤س − ٢س^٢ جد نقطة / نقاط التماس ومعادلة كل منها **(٨ علامات)**

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س - س^٢ & ، ٠ \le س < ١ \\ س + ١ & ، ١ \le س \le ٢ \end{cases}$ **(٧ علامات)**

ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [٠،٢] ثم جد قيمة/قيم جـ التي تعنيها النظرية

(ب) استخدم طريقة جاوس في حل النظام الاتي :

$$س - ص + ع = ٦$$
$$٢ص + س = ٣ - ع$$
$$ع - ص = ٢س$$

(٦ علامات)

(ج) اذا كان ق(س) = $\frac{٣}{٢}$جتا^{٢}س − $\frac{١}{٤}$جتا٢س ، س∈[٠،π] فأوجد **(٧ علامات)**

١ - مجالات التقعر للاعلى وللاسفل للاقتران ق(س)

٢ - نقطة / نقط الانعطاف للاقتران ق(س) (إن وجدت)

لاحظ الصفحة التالية يتبع صفحة (٣)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) قذف جسم رأسيا لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٨٠م بحيث ان ارتفاعه ف عن البرج بالامتار و ن الزمن بالثواني يعطى بالعلاقة ف (ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} اوجد

١) اقصى ارتفاع يصله الجسم عن سطح الارض

٢) سرعة الجسم عندما تكون المسافة الكلية المقطوعة ٥٠م (٨ علامات)

(ب) اذا كان ل (س) = هـ$^{(\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢٥-\text{س}^{٢}))}$ × لـو$_{\text{هـ}}$ (ق (س)) ، س∈[١،هـ] وكان ق (س) متناقص ويقع منحناه في الربع الاول في [١،هـ] حيث ق (س) > هـ . اثبت ان ل (س) متناقص في [١،هـ] حيث هـ العدد النيبري (٦ علامات)

ج)اذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$ ، أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ جد المصفوفة س حيث س + (أ.س$^{-١}$)$^{-١}$ = ب م$^{٢}_{٢}$ (٦ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين ، وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس : (٢٠ علامات)

أ) مسار للسباق طوله ٤٠٠م يحيط بميدان على شكل مستطيل في كل من طرفيه نصف دائرة . ما أبعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن . (٧ علامات)

ب) اذا كانت $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نهـا}}$ $\dfrac{\text{ق}^{٢}(\text{س}) - \text{ق}(\text{أس})}{\text{س}}$ = ب ،باستخدام لوبيتال اثبت ان ق$'$(٠) = $\dfrac{\text{ب}}{٢-\text{أ}}$ ، أ ≠ ٢ (٦ علامات)

ج) اذا كان ق (س) ، هـ(س) كل منهما يحقق نظرية القيمة المتوسطة في [أ،ب] بحيث ان

ق (أ) = هـ (أ) ، ق$'$(س) > هـ$'$(س) ، ∀س∈]أ،ب[. بيّن ان ق (ب) > هـ (ب) (٧ علامات)

السؤال السادس : (٢٠ علامات)

أ) استخدم خصائص المحددات لاثبات ان $\begin{vmatrix} \text{أ}^{٢} & \text{أ} & ١ \\ \text{ب}^{٢} & \text{ب} & ١ \\ \text{جـ}^{٢} & \text{جـ} & ١ \end{vmatrix}$ = (ب − أ)(جـ − أ)(جـ − ب) (٧ علامات)

ب) اذا كان ص = $\sqrt{١ + \text{جاس}}$ اثبت ان $\dfrac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \dfrac{١}{٢}\left(\text{جتا}\left(\dfrac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}\left(\dfrac{\text{س}}{٢}\right)\right)$ (٦ علامات)

ج) اذا كان هـ(س) = س ق (س)، وكان ق (س) مقعر للاسفل على ح وله نقطة حرجة عند (١،٠) اثبت ان للاقتران هـ(س) قيمة عظمى محلية عند س = ١ (٧علامات)

************** انتهت الأسئلة **************

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم		الإسم: **الإجابة النموذجية**
مديرية التربية والتعليم رام الله و البيرة	State of Palestine دولة فلسطين	المبحث: الرياضيات
الاختبار الموحد لمديرية رام الله و البيرة		التاريخ: ٢٦ / ١٢ /٢٠٢٢ م
الفرع العلمي/الورقة الاولى	مجموع العلامات: (١٠٠) علامة	الزمن: ساعتان وخمس واربعون دقيقة

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢٣

السؤال الأول: أنقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة في كلٍ مما يلي: **(٢٠ علامة)**

رقم الفرع	رمز الإجابة	الإجابة الصحيحة
١)	ج)	ب = ٤
٢)	ا)	$\frac{١}{٥}$
٣)	ج)	$\frac{١}{٢}$
٤)	ب)	ه(س) = ن(س^{٢})
٥)	أ)	صفر
٦)	د)	١،٤
٧)	د)	]−∞ ،٢[
٨)	ج)	٢٤
٩)	ب)	٤×٤
١٠)	أ)	ب + $م_{٢}$

السؤال الثاني:(٢٠ علامة)

(أ) (أ) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٣} & ،\ ٠ \leq \text{س} < ١ \\ ٢\text{س}^{٢} - ١ & ،\ ١ \leq \text{س} \leq ٢ \end{cases}$ ، س∈[٠،٢] اوجد

أ. صابرين محمد زعاقيق

١) **الاحداثيات السينية للنقاط الحرجه للاقتران ق(س)**

٢) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

٣)القيم القصوى المحلية والمطلقة (ان وجدت) للاقتران ق(س) **(٧ علامات)**

ق(س) متصل على مجاله [٠،٢]

$$\text{ق}'(\text{س}) = \begin{cases} ٣\text{س}^{٢} & ،\ ٠ < \text{س} < ١ \\ ٤\text{س} & ،\ ١ \leq \text{س} \leq ٢ \\ \text{غ.م} & ،\ \text{س} = ٠،١،٢ \end{cases}$$

$٣\text{س}^{٢} = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٠ \notin]٠،١[$ ، $٤\text{س} = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٠ \notin]١،٢[$

إشارة ق'(س)   +

سلوك الاقتران   ٠   ↗   ١   ↗   ٢

١) **الاحداثيات السينية للنقاط الحرجه** = {٠،١،٢}

٢) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

ق(س) متزايد على الفترة [٠،١] ، [١،٢] (متزايد على مجاله [٠،٢])

٣)القيم القصوى المحلية (ان وجدت) للاقتران ق(س)

(٠، ق(٠)) = (٠،٠) تشكل قيمة صغرى محلية للاقتران ق(س)

(٢، ق(٢)) = (٢،٧) تشكل قيمة عظمى محلية للاقتران ق(س)

(ب) اذا كان الاقتران ق(س) = ٢س + ١ ، هـ(س) = $\frac{-\text{جـ}}{\text{س}+١}$ ، س ≠ −١ وكان ميل المماس للاقتران (ق ∘ هـ)(س) عندما س = ٣ يصنع زاوية مقدارها $\frac{٣\pi}{٤}$ مع الاتجاه السالب لمحور السينات جد قيمة جـ **(٥ علامات)**

$$\text{هـ}(\text{س}) = \frac{-\text{جـ}}{\text{س}+١} \Leftarrow \text{هـ}'(\text{س}) = \frac{\text{جـ}}{(\text{س}+١)^{٢}}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = ٢\text{س} + ١ \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = ٢$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ})'(٣) = \text{ظا}٤٥ \Leftarrow \text{ق}'(\text{هـ}(٣)) \times \text{هـ}'(٣) = ١ \Leftarrow ٢ \times \frac{\text{جـ}}{١٦} = ١ \Leftarrow \boxed{\text{جـ} = ٨}$$

(ج)إذا علمت ان المماس المار بالنقطة (٤،٠) يمس منحنى العلاقة $ص^٢ - ١٠ = ٤س - ٢س^٢$ جد نقطة / نقاط التماس ومعادلة كل منها (٨ علامات)

$ص^٢ - ١٠ = ٤س - ٢س^٢ \Leftarrow ص^٢ = ١٠ + ٤س - ٢س^٢$

$ص^٢ - ١٠ = ٤س - ٢س^٢ \Leftarrow ٢صص' = ٤ - ٤س \Leftarrow \boxed{ص' = \frac{٢ - ٢س}{ص}}$

نفرض نقطة التماس (س،ص) $\Leftarrow$ الميل من النقطتين = الميل من المشتقة

$\frac{ص - ٠}{س - ٤} = \frac{٢ - ٢س}{ص} \Leftarrow ص^٢ = (س - ٤)(٢ - ٢س) = ٠١س - ٨ - ٢س^٢ \Leftarrow ١٠ + ٤س - ٢س^٢ = ٠١س - ٨ - ٢س^٢$

$٦س = ١٨ \Leftarrow \boxed{س = ٣} \Leftarrow \boxed{ص = \pm ٢}$

$م_١ = \frac{٢}{٣ - ٤} = -٢ \Leftarrow م_٢ = \frac{-٢}{٣ - ٤} = ٢$

معادلة المماس الاول $ص - ٢ = -٢(س - ٣) \Leftarrow \boxed{ص = -٢س + ٨}$

معادلة المماس الثاني $ص - -٢ = ٢(س - ٣) \Leftarrow \boxed{ص = ٢س - ٨}$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ)إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س - س^٢ & ، ٠ \le س < ١ \\ س + ١ & ، ١ \le س \le ٢ \end{cases}$ (٧ علامات)

ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [٠،٢] ثم جد قيمة/قيم جـ التي تعنيها النظرية

$٣س - س^٢$ متصل على[٠،١[لانه كثير حدود

$س + ١$ متصل على[١،٢] لانه كثير حدود

$\lim_{س \to ٠^+} = ق(٠) = ٠$ متصل

$\lim_{س \to ٢^-} = ق(٢) = ٣$ متصل

عندما $س = ١ \Leftarrow \lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} ق(س) = ٢$ و منها الاقتران متصل على مجاله

$ق'(س) = \begin{cases} ٣ - ٢س & ، ٠ < س < ١ \\ ١ & ، ١ \le س < ٢ \\ غ.م & ، س = ٠،٢ \end{cases}$

اذن تنطبق شروط المتوسطة لذلك E جـ $\in$]٠، ٢[بحيث ان ق $'$(جـ) $= \frac{\text{ق}(٢) - \text{ق}(٠)}{٢ - ٠} = \frac{٣ - ٠}{٢} = \frac{٣}{٢}$

٠ < جـ < ١ $\Leftarrow$ ٣ − ٢جـ $= \frac{٣}{٢} \Leftarrow$ جـ $= \frac{٣}{٤} \in$]٠، ١[

١ < جـ < ٢ $\Leftarrow$ ١ $= \frac{٣}{٢} \Leftarrow \times$

(ب) استخدم طريقة جاوس في حل النظام الاتي : (٦ علامات)

س − ص + ع = ٦
٢ص + س = ٣ − ع
ع − ص = ٢س

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ١- & ١ & ٦ \\ ١ & ٢ & ١ & ٣ \\ ٢ & ١ & ١- & ٠ \end{array}\right] \xrightarrow[\text{ص}_٣ - ٢\text{ص}_١]{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١} \left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ١- & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣- & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٣ & ٣- & ١٢- \end{array}\right] \xrightarrow[\text{ص}_٣ + \text{ص}_٢]{}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} ١ & ١- & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣- & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٠ & ٣- & ٩- \end{array}\right]$$

−٣ع = −٩ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{ع} = ٣}$ ، −٣ص = ٣ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{ص} = -١}$

س − ص + ع = ٦ $\Leftarrow$ س − −١ + ٣ = ٦ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{س} = ٢}$

(ج) اذا كان ق(س) $= \frac{٣}{٢}$جتا^{٢}س $- \frac{١}{٤}$جتا٢س ، س $\in$]٠، π[فأوجد (٧ علامة)

١ - مجالات التقعر للاعلى وللاسفل للاقتران ق(س)

٢ - نقطة / نقط الانعطاف للاقتران ق(س) (إن وجدت)

ق(س) متصل و قابل للاشتقاق لانه حاصل طرح اقترانات متصلة ومعرف على مجاله

ق $'$(س) = ٣جتاس × −جاس + $\frac{٢}{٤}$جا٢س = −جا٢س $\Leftarrow$ $\boxed{\text{ق}''(\text{س}) = -٢\text{جتا}٢\text{س}}$

ق $''$(س) = −٢جتا٢س $\Leftarrow$ ق $''$(س) = ٠ $\Leftarrow$

٢س = ٩٠، ٢٧٠ $\Leftarrow$ س = ٤٥، ١٣٥ $\equiv$ س $= \frac{\pi}{٤}، \frac{٣\pi}{٤}$

اشارة ق $''$(س)		− − − − − − − − − −		+ + + + + + +		− − − − − − − − − −	
سلوك ق(س)	٠	$\cap$	$\frac{\pi}{4}$	$\cup$	$\frac{3\pi}{4}$	$\cap$	π

ق(س) مقعر للأعلى على $\left]\frac{\pi}{٤}،\frac{٣\pi}{٤}\right[$ و مقعر للاسفل على $\left]٠،\frac{\pi}{٤}\right[$ ، $\left]\frac{٣\pi}{٤}،\pi\right[$

$\left(\frac{\pi}{٤}،ق\left(\frac{\pi}{٤}\right)\right)=\left(\frac{\pi}{٤}،\frac{٣}{٤}\right)$، $\left(\frac{٣\pi}{٤}،ق\left(\frac{٣\pi}{٤}\right)\right)=\left(\frac{٣\pi}{٤}،\frac{٣}{٤}\right)$ نقطة انعطاف لانه

١) ق(س) متصل عندها   ٢) يغير من اتجاه تقعره عندها

السؤال الرابع : **(٢٠ علامة)**

(أ) قذف جسم رأسيا لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٨٠م بحيث ان ارتفاعه ف عن البرج بالامتار و ن الزمن بالثواني يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} اوجد

١) اقصى ارتفاع يصله الجسم عن سطح الارض

٢) سرعة الجسم عندما تكون المسافة الكلية المقطوعة ٥٠م **(٨ علامات)**

١) نشتق العلاقة بالنسبة للزمن فنحصل على ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن

نضع ع = ف$'$(ن) = ٣٠ − ١٠ن = ٠ ⟸ $\boxed{ن = ٣}$

فيكون اقصى ارتفاع عن سطح البرج يساوي ف(٣) = (٣٠ × ٣) − (٥ × ٩) = ٤٥م

اذن اقصى ارتفاع عن سطح الارض = ٨٠م + ٤٥م = ١٢٥م

٢) المسافة الكلية = ٢× اقصى ارتفاع - ف(ن) ⟸ ٥٠ = ٢ × ٤٥ − ف(ن) ⟸ $\boxed{ف(ن) = ٤٠}$

ف(ن) = ٤٠ ⟸ ٣٠ن − ٥ن^{٢} = ٤٠ ⟸ ٥ن^{٢} − ٣٠ن + ٤٠ = ٠

ن^{٢} − ٦ن + ٨ = ٠ ⟸ (ن − ٤)(ن − ٢) = ٠ ⟸ $\boxed{ن = ٤}$ $\boxed{ن = ٢}$ مرفوضة

ع(٤) = ف$'$(٤) = ٣٠ − ١٠ × ٤ = −١٠م/ث

(ب) اذا كان ل(س) = هـ$^{(لـو_{هـ}(٢٥-س^{٢}))}$ × لـو$_{هـ}$(ق(س))، س∈[١،هـ] وكان ق(س) متناقص ويقع منحناه في الربع الاول في[١،هـ] حيث ق(س) > هـ . اثبت ان ل(س) متناقص في[١،هـ] حيث هـ العدد النيبري **(٦ علامات)**

ق(س) متناقص ⟸ ق$'$(س) < ٠

ق(س) في الربع الاول ⟸ ق(س) > ٠

ل(س) = هـ$^{(لـو_{هـ}(٢٥-س^{٢}))}$ × لـو$_{هـ}$(ق(س)) = (٢٥ − س^{٢}) × لـو$_{هـ}$(ق(س))

ل$'$(س) = (٢٥ − س^{٢}) × $\frac{ق'(س)}{ق(س)}$ + لـو$_{هـ}$ ق(س) × −٢س

= $\left(+ \times \frac{-}{+}\right)$ + $(+ \times -)$ = − + − = −

اذن **ل(س) متناقص في[١،هـ]**

(ج) اذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، **جد المصفوفة س حيث** $س + \left(أ \cdot س^{-١}\right)^{-١} = ب م_٢^٢$

(٦ علامات)

$$س + \left(أ \cdot س^{-١}\right)^{-١} = ب م_٢^٢ \Leftarrow س + س أ^{-١} = ب \Leftarrow س\left(م_٢ + أ^{-١}\right) = ب$$

$$س \cdot \left(\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} \Leftarrow س \cdot \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$$

$$|ل| = (١ \times ١) - (٣ \times ١) = -٢ \Leftarrow ل^{-١} = \frac{١}{-٢}\begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٣- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{١}{٢} & \frac{١}{٢} \\ \frac{٣}{٢} & -\frac{١}{٢} \end{bmatrix}$$

نضرب في $ل^{-١}$ من جهة اليسار فنحصل على

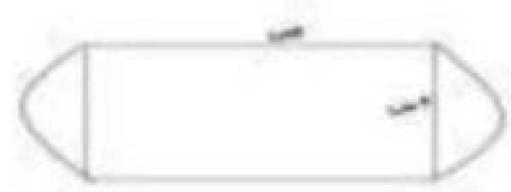
$$س \cdot ل \cdot ل^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} \cdot ل^{-١} \Leftarrow س = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\frac{١}{٢} & \frac{١}{٢} \\ \frac{٣}{٢} & -\frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٢- & ٢ \end{bmatrix}$$

<u>السؤال الخامس</u> : (٢٠ علامات)

(أ) مسار للسباق طوله ٤٠٠م يحيط بميدان على شكل مستطيل في كل من طرفيه نصف دائرة . ما أبعاد المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن . (٧ علامات)

محيط المسار $= ٤٠٠ = ٢ص + ٢\pi س \Leftarrow ص = ٢٠٠ - \pi س$

مساحة المستطيل = الطول x العرض $= ٢س\left(٢٠٠ - \pi س\right) = ٤٠٠س - ٢\pi س^٢$



$$م' = ٤٠٠ - ٤\pi س \Leftarrow م' = ٠ \Leftarrow س = \frac{١٠٠}{\pi}$$

$$م'' = -٤\pi < ٠$$

حسب اختبار المشتقة الثانية تكون مساحة المستطيل اكبر ما يمكن عندما $س = \frac{١٠٠}{\pi}$

طول المستطيل = ١٠٠م

عرض المستطيل $= \frac{٢٠٠}{\pi}$م

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ق^٢(س) - ق(أس)}{س} = ب$ **اثبت ان** $ق'(٠) = \frac{ب}{٢ - أ}$ ، $أ \neq ٢$ **(٦ علامات)**

النهاية موجودة وناتج تعويض المقام صفر فان ناتج تعويض البسط صفر

$$ق^٢(٠) - ق(٠) = ٠ \Leftarrow ق(٠)\left(ق(٠) - ١\right) = ٠ \Leftarrow ق(٠) = ٠ \text{ ✗ } ، \boxed{ق(٠) = ١}$$

نستخدم لوبيتال $\lim_{س \to ٠} \frac{٢ق(س)ق'(س) - أق'(أس)}{١} = ب \Leftarrow ٢ق(٠)ق'(٠) - أق'(٠) = ب$

$$٢ \times ١ \times ق'(٠) - أق'(٠) = ب \Leftarrow ق'(٠)(٢ - أ) = ب \Leftarrow ق'(٠) = \frac{ب}{٢ - أ}$$

(ج) اذا كان ن(س)،هـ(س) كل منهما يحقق نظرية القيمة المتوسطة في [ا،ب] بحيث ان

ن(ا) = هـ(ا) ، ن′(س) > هـ′(س) ، ∀س∈]ا،ب[. بيّن ان ن(ب) > هـ(ب) **(٧ علامات)**

ن(س)،هـ(س) يحقق كل منهما المتوسطة تؤدي الى انهما متصلان وقبلان للاشتقاق على نفس الفترة

نفرض ل(س) = ن(س) − هـ(س)، ∀س∈[ا،ب] **ثم نطبق شروط المتوسطة**

ل(س) اقتران متصل لانه حاصل طرح اقترانين متصلين وكذلك ل(س) قابل للاشتقاق على مجاله

تنطبق شروط المتوسطة

اذن يوجد جـ∈]ا،ب[حيث

ل′(جـ) = (ل(ب) − ل(ا)) / (ب − ا) ⟸ ن′(جـ) − هـ′(جـ) = (ن(ب) − هـ(ب) − ن(ا) + هـ(ا)) / (ب − ا) = (ن(ب) − هـ(ب)) / (ب − ا)

ن′(س) > هـ′(س) ⟸ ن′(س) − هـ′(س) > ٠ ⟸ (ن(ب) − هـ(ب)) / (ب − ا) > ٠ ⟸ ن(ب) − هـ(ب) > ٠ ⟸ ن(ب) > هـ(ب)

السؤال السادس : (٢٠ علامات)

أ) استخدم خصائص المحددات لاثبات ان

$$\begin{vmatrix} ا^{٢} & ا & ١ \\ ب^{٢} & ب & ١ \\ جـ^{٢} & جـ & ١ \end{vmatrix} = (ب - ا)(جـ - ا)(جـ - ب)$$

(٧ علامات)

ص١ − ص٢ ⟵ ص٢ ، ص١ − ص٣ ⟵ ص٣

$$\begin{vmatrix} ا^{٢} & ا & ١ \\ ا^{٢}-ب^{٢} & ا-ب & ٠ \\ ا^{٢}-جـ^{٢} & ا-جـ & ٠ \end{vmatrix} = (ا-ب)(ا-جـ)\begin{vmatrix} ا^{٢} & ا & ١ \\ ا+ب & ١ & ٠ \\ ا+جـ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$$

ص٢ − ص٣ ⟵ ص٣

$$(ا-ب)(ا-جـ)\begin{vmatrix} ا^{٢} & ا & ١ \\ ا+ب & ١ & ٠ \\ ا+جـ & ١ & ٠ \end{vmatrix} = (ا-ب)(ا-جـ)\begin{vmatrix} ا^{٢} & ا & ١ \\ ا+ب & ١ & ٠ \\ ب-جـ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$$

= (ا − ب)(ا − جـ) × ١ × ١ × (ب − جـ) = (ب − ا)(جـ − ا)(جـ − ب)

ب) اذا كان ص = √(١ + جاس) اثبت ان ءص/ءس = ١/٢ (جتا(س/٢) − جا(س/٢)) (٦علامات)

ص = √(١ + جاس) = √(جا²(س/٢) + جتا²(س/٢) + ٢جا(س/٢)جتا(س/٢)) = √((جا(س/٢) + جتا(س/٢))²)

ص = جا(س/٢) + جتا(س/٢) ⟸ ءص/ءس = ١/٢ جتا(س/٢) − ١/٢ جا(س/٢) = ١/٢ (جتا(س/٢) − جا(س/٢))

حل اخر

$$\text{ص} = \sqrt{١+\text{جاس}} \Leftarrow \text{ص}^{٢} = ١+\text{جاس} \Leftarrow ٢\text{صص}' = \text{جتاس} \Leftarrow \text{ص}' = \frac{\text{جتاس}}{٢\text{ص}}$$

$$\text{ص}' = \frac{\text{جتاس}}{٢\text{ص}} = \frac{\text{جتا}^{٢}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}^{٢}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)}{٢ \times \sqrt{١+\text{جاس}}} = \frac{\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)}{٢\sqrt{\text{جتا}^{٢}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) + \text{جا}^{٢}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) + ٢\text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)}}$$

$$= \frac{\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) + \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)}{٢ \times \sqrt{\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) + \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)^{٢}}} = \frac{١}{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right) - \text{جا}\left(\frac{\text{س}}{٢}\right)\right)$$

ج) اذا كان هـ(س) = سن(س)، وكان ن(س) مقعر للاسفل على ح وله نقطة حرجة عند (١،٠) اثبت ان للاقتران هـ(س) قيمة عظمى محلية عند س = ١ **(٧علامات)**

هـ(س) متصل على مجاله و قابلا للاشتقاق كذلك

ن(س) مقعر للاسفل $\Leftarrow$ ن''(س) < ٠

ن(س) له نقطة حرجة عند (١،٠) $\Leftarrow$ ن(١) = ٠ ، ن'(١) = ٠

المطلوب الاول اثبات ان س = ١ نقطة حرجة للاقتران هـ(س)

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \text{س}\,\text{ن}'(\text{س}) + \text{ن}(\text{س}) \times ١ \Leftarrow \text{هـ}'(١) = ١ \times ٠ + ٠ \times ١ = ٠$$

اذن س = ١ نقطة حرجة للاقتران هـ(س) وبالتالي لايجاد القيم القصوى نستخدم اختبار المشتقة الثانية

$$\text{هـ}''(\text{س}) = \text{س}\,\text{ن}''(\text{س}) + ٢\text{ن}'(\text{س}) \Leftarrow \text{هـ}''(١) = ١ \times - + ٢ \times ٠ = \boxed{-} < ٠$$

حسب اختبار المشتقة الثانية يوجد عظمى محلية عند س = ١

انتهت الاجابة

لجنة الامتحانات الموحدة / الفرع العلمي

مديرية رام الله و البيرة