بسم الله الرحمن الرحيم

هدية مميزة لكل طالب توجيهي علمي في فلسطين

تلخيص المرجان للأستاذ معتصم ريحان

رياضيات توجيهي علمي 2022
حسب المنهاج الفلسطيني

و لأول مرة في فلسطين

هذا التلخيص مشروح بالكامل و بشكل تفصيلي مميز

بفيديوهات خاصة ، للطلب راسلني واتس

أ. معتصم ريحان 00972598709519

*محتويات التلخيص :

*حل أسئلة و أمثلة الكتاب الوزاري بشكل مفصل مع التوضيح

*حل أسئلة امتحانات سابقة مهمة بشكل مفصل مع التوضيح

*حل أسئلة خارجية مهمة بشكل مفصل مع التوضيح

*تلخيص المفاهيم و القوانين و النظريات بشكل مبسط

تابع الأستاذ : معتصم ريحان على الفيسبوك و اليوتيوب

حصص خاصة أون لاين (زووم) 00972598709519

روابط فيديوهات شرح رياضيات توجيهي علمي للأستاذ : معتصم ريحان

1) درس متوسط التغير

https://youtu.be/KqeKLUrbwsc

2)درس متوسط التغير

https://youtu.be/E1-4ZQfoXRk

3)درس متوسط التغير

https://youtu.be/lxxSzyJML_g

4)درس قواعد الاشتقاق

https://youtu.be/k-fismUXwH8

5)درس قواعد الاشتقاق

https://youtu.be/VKOKUQCYO7I

هذه أول خمس فيديوهات لشرح هذا التلخيص و التلخيص مرتب حسب ترتيب الفيديوهات ، للطلب راسلني واتساب

أ. معتصم ريحان 009728709519

ملاحظة هذه الفيديوهات موجودة على اليوتيوب و لكن بروابط خاصة لن تستطيع الدخول إليها إلا عن طريق الرابط الخاص أو رمز ال QR

أهـم الروابط التي تخص الأستاذ معتصـم ريحان والتي تخص مادة الرياضيات

أولاً : رابط الصفحة الرسمية على الفيسبوك
https://www.facebook.com/moatsem99/
ثانياً : رابط قناة اليوتيوب
https://youtube.com/channel/UCgPSlTtKlXKAZAlx6oij7gw
ثالثاً : جروب توجيهي فلسطين المميزين على الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/238012177540675/?ref=share
رابعاً : جروب توجيهي فلسطين الأوائل على الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/196693448738715/?ref=share
خامساً : جروب جيش الصف العاشر والتاسع والثامن والسابع على الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/2513410778968166/?ref=share
سادساً : جروب توجيهي فلسطين ٢٠٢٢ طريق التميز على الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/212508760785340/
سابعاً : جروب أخبار توجيهي فلسطين عللى الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/384829289738741/
ثامناً : جروب توجيهي علمي علمك عللى الفيسبوك
https://www.facebook.com/groups/390990069179374/?ref=share
تاسعاً : جروب رياضيات توجيهي فلسطين مع الاستاذ معتصم ريحان
https://www.facebook.com/groups/988870048361125/?ref=share
عاشراً : جروب فيزياء ورياضيات توجيهي فلسطين على الفيس بوك بإشراف أ.معتصم ريحان أ.معتز ريحان
https://www.facebook.com/groups/1630835297115843/?ref=share
الحادي عشر : قناة مميزة على التليجرام❤
https://t.me/twgehe
الثاني عشر : جروب توجيهي فلسطين المميزين على التليجرام
https://t.me/moatsem999
الثالث عشر : جروب المناقشة على التيليجرام
https://t.me/joinchat/OVsG6v9lUUg2MmU0

الرابع عشر : مجموعات الواتس

(مجموعة الواتس الاولى)

https://chat.whatsapp.com/IGgn478qSlXJkSgGyLNgv1

(مجموعة الواتس الثانية)

https://chat.whatsapp.com/Fpi1Cn9O0tj5O6fNUqP9Rw

(مجموعة الواتس الثالثة)

https://chat.whatsapp.com/L9iPBQN6XV32DcYtVjEPDk

(مجموعة الواتس الرابعة)

https://chat.whatsapp.com/Isj9IZtliKm4RUctHKDKdL

(مجموعة الواتس الخامسة

https://chat.whatsapp.com/J01c64XwfKqHPkzvSB4B6a

(مجموعة الواتس السادسة)

https://chat.whatsapp.com/ExeSmRQ9R8WI7JhbmBI0KO

(مجموعة الواتس السابعة)

https://chat.whatsapp.com/HGJE4dkii9sIntVL4LvqYc

(مجموعة الواتس الثامنة)

https://chat.whatsapp.com/GmepTq0asoiJBHxYo9KLad

(مجموعة الواتس التاسعة)

https://chat.whatsapp.com/Gsuw09BcD0NKt5NDLgiXn2

(مجموعة الواتس العاشرة)

https://chat.whatsapp.com/DgOlXo9Bthz4QbwE5DEtEt

الخامس عشر : حساب الانستغرام الرسمي الخاص بالأستاذ معتصم ريحان

https://www.instagram.com/moatasemabdallah/

للدروس الخاصة أون لاين على برنامج الزووم راسلني واتساب

أ. معتصم ريحان

00972598709519

متوسط التغير للاقتران

أول حصة نراسيز

أ. مقدم ريحان
00972598709519

علمي

أسماء الدرس

ميل القاطع | ميل المستقيم | ظاهـ | الميل | $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ | $\frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$

قوانين الدرس

الشكل الأول للقانون الأساسي

متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

متوسط التغير = ظاهـ هـ

هـ: زاوية حادة محصورة بين المستقيم ومحور السينات الموجب

الشكل الثاني للقانون الأساسي

متوسط التغير $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

(*) متى سيتخدم هذا الشكل ؟؟

يستخدم عند وجود نقطتين في السؤال

$(س_1، ص_1)$ و $(س_2، ص_2)$

ملاحظة: بعد من $س_1$ وبعد إلى $س_2$.

ملاحظات

$م(س) = ص$

$أ(س) = ص$

$هـ(س) = ص$

$ق(س) = ص$

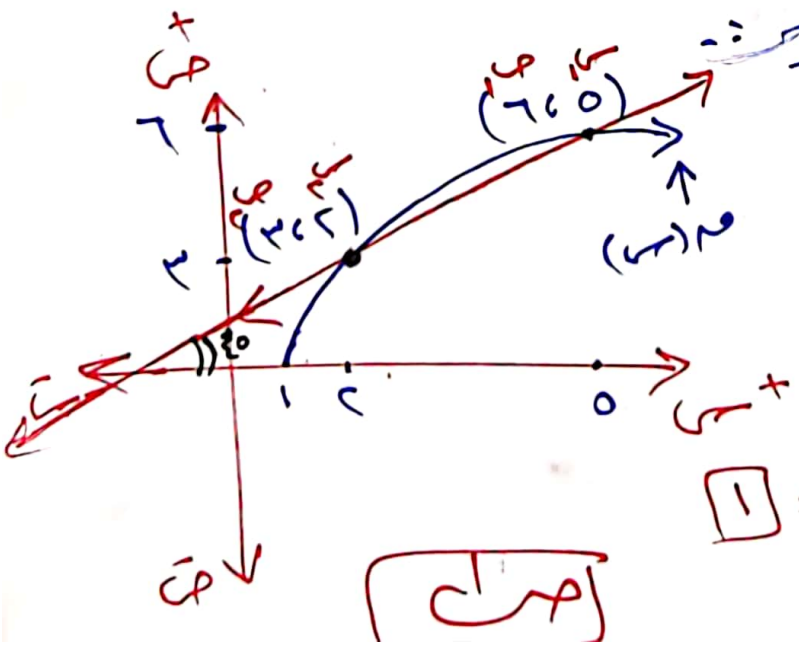
دلتا

(*) التغير في ص $= \Delta ص = ص_2 - ص_1$

(*) التغير في س $= \Delta س = س_2 - س_1$

(*) المفهوم الهندسي لمتوسط التغير:

متوسط التغير = ميل القاطع



ميل القاطع $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

ميل القاطع $= \frac{٦ - ٣}{٥ - ٢} = \frac{٣}{٣} = 1$

الحل

Camscanner بـ 1صورة

مثال: إذا كانت $ص = م(س) = س^2 - 5س + 3$ جد

(1) $\Delta س$ عندما تتغير $س$ من -1 إلى 2

التغير في $س$: $\Delta س = س_2 - س_1 = 2 - (-1) = 3$

(2) جد التغير في $م(س)$ عندما تتغير $س$ من (-1) إلى (2)

الحل: التغير في $ص$ $\Delta ص = ص_2 - ص_1$

$\Delta م(س) = م(س_2) - م(س_1)$

$\Delta م(س) = م(2) - م(-1)$

$\Delta م(س) = 1 - 7 = -6$

$\Delta ص$

حاشية

$م(س) = س^2 - 5س + 3$

$م(2) = 2^2 - 5(2) + 3$

$م(2) = 4 - 10 + 3$

$م(2) = 1+$

$م(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 3$

$م(-1) = 1 + 5 + 3$

$م(-1) = 7$

(3) جد متوسط التغير للاقتران $م(س)$

$\Delta ص$

الحل: متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{م(2) - م(-1)}{2 - (-1)}$

$\Delta س$

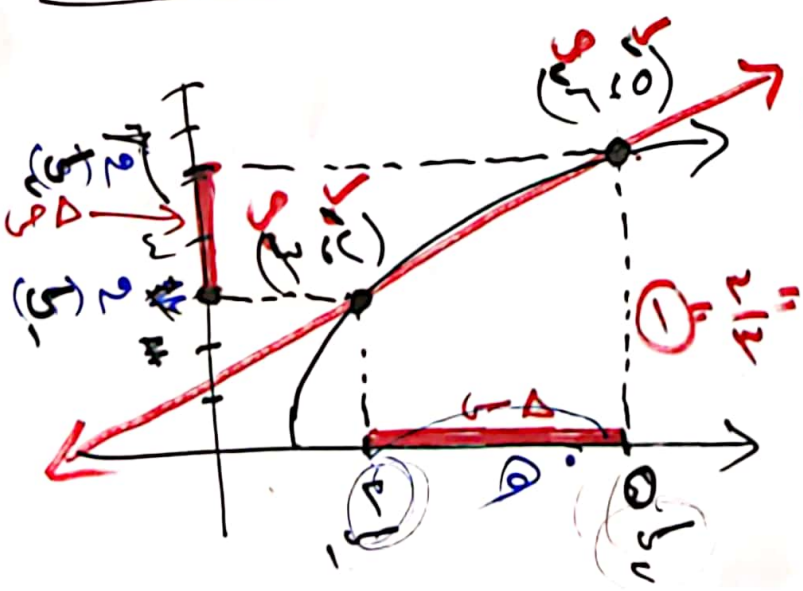
متوسط التغير $\rightarrow -2 = \frac{-6}{3} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

جد متوسط التغير $[2, 5]$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{م(5) - م(2)}{5 - 2} = \frac{م(س+5) + م(س)}{5}$

$= \frac{3 - 6}{5 - 2} = \frac{-3}{3} = -1$

$\Delta س = 5$



مثال ② اذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران م(س) = س + جا٢س
في النقطتين (٠، م(٠)) ، (π/٢، م(π/٢))

الحل/ لاحظ وجود نقطتين في السؤال

متوسط التغير = (ص٢ − ص١)/(س٢ − س١) = (م(π/٢) − م(٠))/(π/٢ − ٠) = (م(هـ) − م(٠))/(هـ − ٠) ≠ ١

هامش

م(س) = س + جا٢س

م(π/٢) = π/٢ + جا(٢ × π/٢) = π/٢ + جاπ

م(π/٢) = π/٢

م(٠) = ٠ + جا٠ = هـ

= هـ + جا٠ × هـ

= هـ + ٠ × هـ = هـ

م(٠) = هـ

الجتا هو المقطع الصادي

مثال ③ صـ٤ اذا كانت هـ = م(ب) = ٢ب٢ + ب + ١ وكان متوسط التغير للاقتران م(س) عندما تتغير س من هـ إلى ب يساوي ٤ احسب قيمة ب حيث ب > هـ

متوسط التغير للاقتران م(س) → ٤

الحل

متوسط التغير = (م(ب) − م(هـ))/(ب − هـ)

= (م(ب) − م(هـ))/(ب − هـ) = ٤

(٢ب٢ + ب + ١ − ١)/ب = ٤

٢ب٢ + ب = ٤ب

٢ب٢ − ٣ب = ٠

ب(٢ب − ٣) = ٠

إما ب = ٠ مرفوضة أو ٢ب − ٣ = ٠ ، ٢ب = ٣ ، ب = ٣/٢

دائما كبير كبير نضرب بتبادلي

هامش

م(س) = ٢س٢ + س + ١

م(ب) = ٢ب٢ + ب + ١

م(٠) = ٢ × ٠ + ٠ + ١ = ١

ب٢ + ٣ب + ٣ = ٤ب + ٤

ب٢ + ٣ب + ٣ − ٤ب − ٤ = هـ

ب٢ − ب − ١ = هـ

(ب − ٢)٢ = ٤(٢ب٢ + ب + ١)

ب + ٢ = ٢√(٢ب٢ + ب + ١)

(−٢)

ب٢ = ٢(٢ب٢ + ب + ١)

ب٢ = ٢ب٢ + ٢ب + ٢

ب٢ + ٢ب + ٢ = هـ

ب٢ + ٢ب + ١ = ٠

(ب + ١)٢ = ٠

ب + ١ = ٠

ب = −١

ربع الطريق

صـ3

نشاط (3) صـ٨٠ ليكن ص = م(س) = { س² ، س ≤ ١ ؛ ٢س - ١ ، س > ١

الحل بين أن متوسط تغير الاقتران م(س) عندما تتغير س من ① إلى (١+هـ) هو $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = { ٢ ، هـ < ٠ ؛ ٢ + هـ ، هـ > ٠

الحالة الأولى) اعتبارات محل هـ > ٠ هـ

متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{م(١+هـ) - م(١)}{(١+هـ) - ١}$ = $\frac{(١+هـ)^٢ - (١)^٢}{هـ}$ = $\frac{١ + ٢هـ + هـ^٢ - ١}{هـ}$

= $\frac{٢هـ + هـ^٢}{هـ}$ = $\frac{هـ(٢ + هـ)}{هـ}$ = [٢ + هـ] هـ > ٠ هـ

الحالة الثانية) اعتبارات محل هـ < ٠ هـ

متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$ من ① ← (١+هـ)

متوسط التغير = $\frac{م(١+هـ) - م(١)}{(١+هـ) - ١}$ = $\frac{(١+هـ)^٢ - ١}{هـ}$ = $\frac{١ + ٢هـ + هـ^٢ - ١}{هـ}$

= $\frac{هـ(٢ + هـ)}{هـ}$ = [٢] عندما هـ < ٠ هـ

اعتماداً على ما سبق جد متوسط التغير للاقتران م(س) عندما تتغير س من ١ إلى ٣

متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{م(٣) - م(١)}{٣ - ١}$ = $\frac{٣^٢ - ١}{٢}$ = [٤]

اعتماداً على ما سبق جد متوسط تغير الاقتران م(س) عندما تتغير س من [١ ، -٢]

متوسط التغير = $\frac{م(-٢) - م(١)}{-٢ - ١}$ = $\frac{(-٢)^٢ - (١)^٢}{-٣}$

= $\frac{-٥ - ١}{-٢}$ = $\frac{-٦}{-٣}$ = [٢]

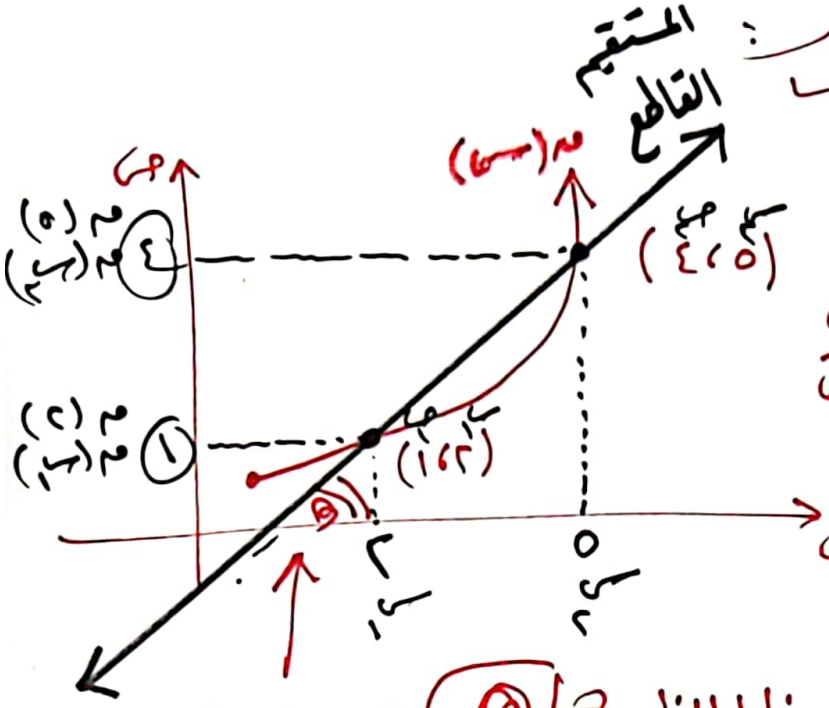
صـ٦

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

المعنى الهندسي لمتوسط التغير :

متوسط التغير = ميل القاطع

ميل القاطع = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ ← Δ ص / Δ س



ميل القاطع = $\frac{٤ - ١}{٥ - ٢} = \frac{٣}{٣} =$ ①

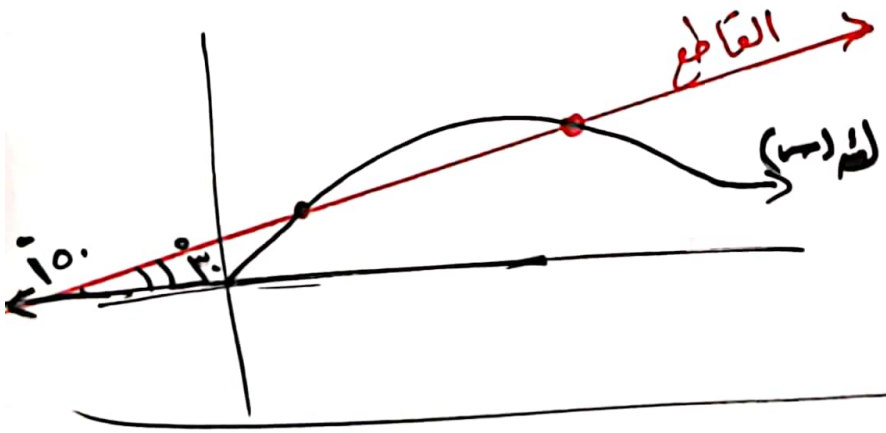
ظا الزاوية θ : قياس الزاوية المحصورة بين محور السينات الموجب والقاطع

متوسط التغير = ظا θ

الزاوية المحصورة بين محور السينات الموجب والقاطع

مثال جد ميل القاطع للاقتران ق(س) الموضح بالشكل المجاور

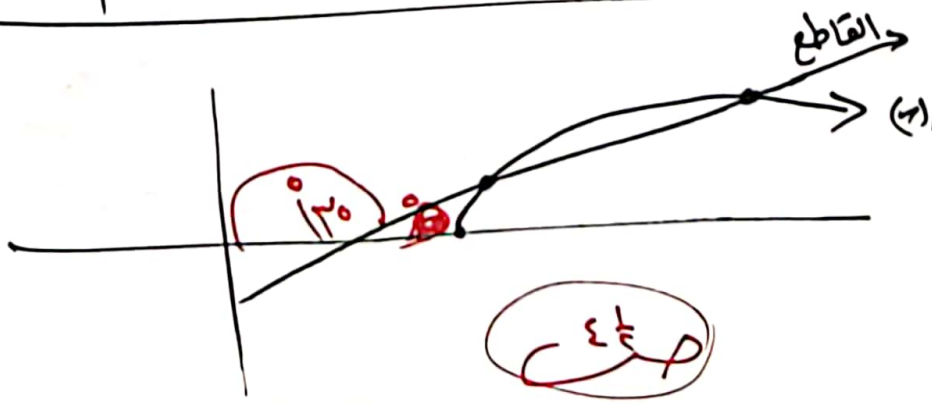
الحل



متوسط التغير = ظا θ = ظا ٣٠

ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

θ = ١٨٠ − ١٣٥ = ٤٥



ميل القاطع = ظا θ

= ظا ٤٥ = ①

ص ٤٤

CamScanner بـ 5حصوليا

المعنى الفيزيائي لمتوسط التغير

إذا كانت $ف = م(ن)$ حيث $ف$ المسافة التي يقطعها الجسم في الزمن $ن$، فإن متوسط التغير في المسافة عندما تتغير من $ن_1$ إلى $ن_2$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف_2 - ف_1}{ن_2 - ن_1} = \frac{م(ن_2) - م(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$$

ويسمى (السرعة المتوسطة)

التغير في المسافة / التغير في الزمن

مثال (٤) صـ٧٤ يُعطى بالعلاقة $ف = م(ن) = ن^2 + ٨ن$ جد:

① السرعة المتوسطة في الفترة $[ن_1, ن_2] = [٠, ٣]$

الحل السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{م(٣) - م(ع)}{٣ - ع}$ ← المتر / ← الثانية

$$= \frac{(٣^2 + ٨ \times ٣) - (٠^2 + ٨ \times ٠)}{٣} = \frac{٣٣ - ٠}{٣} = ١١ \text{ م/ث}$$

② إذا كانت السرعة المتوسطة في الفترة $[ن_1, ن_2] = [١, ع]$ تساوي ١٣ م/ث جد ع

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{م(ن_2) - م(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$$

$$\Downarrow$$

$$١٣ = \frac{م(ع) - م(١)}{ع - ١}$$

$$١٣ = \frac{(ع^2 + ٨ع) - (١^2 + ٨ \times ١)}{ع - ١}$$

$$١٣(ع - ١) = ع^2 + ٨ع - ٩$$

$$١٣ع - ١٣ = ع^2 + ٨ع - ٩$$

$$ع^2 - ٥ع + ٤ = ٠$$

$$(ع - ١)(ع - ٤) = ٠$$

$ع = ١$ ✗ مرفوض لأنه عندها لا يكون هناك تغير

$ع = ٤$ ✓

$\therefore ع = ٤$ صـ٤

كسر = كسر بنسب تبادلي

إذا اختلفت القوائم بنسب كل البسط مع المقام

Camscanner بـ صوتيا

تمارين وسائل ص 8 درس متوسط التغير

السؤال 8

$م(س) = \frac{3}{س} + س^2$ جد :

أ جد التغير الاتزان $م(س)$ من $س = 3$ إلى $س = 5$

$\Delta ص = \Delta م(س) = م(س_2) - م(س_1)$

$= م(5) - م(3)$

$= \left(\frac{3}{5} + (5)^2\right) - \left(\frac{3}{3} + 3^2\right)$

$= \left(\frac{3}{5} + 25\right) - 10 = 15\frac{3}{5}$

ب جد متوسط التغير في الاتزان $م(س)$ عندما تتغير $س$ من 4 إلى 1

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{م(1) - م(4)}{1 - 4} = \frac{\left(\frac{3}{1} + 1^2\right) - \left(\frac{3}{4} + 4^2\right)}{-3}$

$= \frac{4 - 16\frac{3}{4}}{-3} = \frac{-12\frac{3}{4}}{-3} = \frac{\frac{55}{4}}{-3} = \frac{55}{4} \times -\frac{1}{3} = \left(\frac{55}{12}\right)$

السؤال 8 ص 2

$م(س) = جتا س - 2$ جا س ، جد متوسط التغير في الاتزان $م(س)$ في الفترة $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$= \frac{م(\pi) - م\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\pi - \frac{\pi}{2}} = \frac{(جتا\pi - 2جا\pi) - (جتا\frac{\pi}{2} - 2جا\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{(-1 - 2\times 0) - (0 - 2\times 1)}{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{-1 + 2}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} \times 2 = \frac{2}{\frac{\pi}{2}}$

لص

	جتا جا (ق)	
(-1، 0)		(1، 0)
		90
		180
		270
		360

CamScanner بـ 7ه صوتيا

س3 ص8

$$م(س) = \begin{cases} 6 - س & ، س < 2 \\ س^2 + ب س & ، س \geq 2 \end{cases}$$

وكان متوسط التغير للاقتران $م(س)$ عندما تتغير $س$ من (1) إلى (ب) يساوي 9 حيث $ب$ عدد حقيقي.

شرط: $ب > 2$

الحل

متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$$\frac{م(ب) - م(1)}{ب - 1} = \frac{9}{1}$$

كبر = كبر بضرب تبادلي

$$م(ب) - م(1) = 9ب - 9$$

$$(ب^2 + ب \times ب) - (6 - 1) = 9ب - 9$$

$$ب^2 + ب^2 - 5 = 9ب - 9$$

$$2ب^2 - 9ب + 5 = 0$$

$$2ب^2 - 9ب + 4 + 1 = 0$$

إذا اختلفت القدرات نسحب كل البيش على الميه

نرتبها $2ب^2 - 9ب + 4 = 0$

$$(2ب - 1)(ب - 4) = 0$$

$2ب - 1 = 0$ أو $ب - 4 = 0$

$2ب = 1$

$ب = \frac{1}{2}$ ✗ مرفوضة حسب شرط السؤال

$ب = 4$

$2ب$	-1
$ب$	-4
المجموع	-9

صواب الأوراق ونسبة عشرة

صح ✓

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

الصف الثاني عشر

أ. معتصم ريحان

درس متوسط التغير

علمي

حل تمارين ومسائل الدرس ص 8 :

6 إذا كان متوسط التغير للاقتران $م(س)$ في الفترة $[1، 3]$ يساوي 6 وكان $ك(س) = س^2 + 3م(س)$، جد متوسط التغير للاقتران $ك(س)$ في الفترة.

الكل

$م(س)$ معلوم متوسط التغير — سؤال أبو اقترانين — $ك(س)$ مجهول متوسط تغيره

متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$6 = \frac{م(3) - م(1)}{3 - 1}$

$8 = م(3) - م(1)$

في الثلاثيات

متوسط التغير $= \frac{ك(س_2) - ك(س_1)}{س_2 - س_1}$

$?? = \frac{ك(3) - ك(1)}{3 - 1}$

$?? = \frac{(3^2 + 3م(3)) - (1^2 + 3م(1))}{2}$

$?? = \frac{9 + 3م(3) - 1 - 3م(1)}{2}$

$= \frac{8 + 3(م(3) - م(1))}{2} = \frac{8 + 3 \times 8}{2} = 16$

أخذنا عامل مشترك — عوضنا عن $م(3) - م(1)$ بـ 8

ص 8 إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران $م(س)$ في النقطتين $أ(1، م(1))$، $ب(3، م(3))$ وضنع زاوية قياسها $135°$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، أجب

متوسط التغير في الاقتران $ه(س) = 3م(س) + س^2 - 1$ في الفترة $[1، 3]$

الحل

$م(س)$ — سؤال أبو اقترانين — $ه(س)$

متوسط التغير $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$م(3)$، $م(1)$

$ظا 135 = \frac{ب - أ}{3 - 1}$

$-1 = \frac{ب - أ}{2}$

$-2 = ب - أ$

في الثلاثيات

$-2 = م(3) - م(1)$

أ ب

متوسط التغير $= \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1}$

$?? = \frac{ه(3) - ه(1)}{3 - 1}$

$?? = \frac{(3^2 - 3 + 3م(3)) - (1^2 - 1 + 3م(1))}{2}$

$= \frac{8 + 3م(3) - 3م(1)}{2}$

$= \frac{8 + 3(م(3) - م(1))}{2} = \frac{8 + 3 \times -2}{2} = 1$

أ ب

خصوصيا بـ Camscanner

تابع تمارين رسائل دس متوسط التغير ص٨ :

س٦ ص٨ | يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن من الثواني يُعطى بالعلاقة ف = ق(ن) = ن٢ + ب ن وكانت السرعة المتوسطة في الفترة [١، ٣] تساوي ٦ م/ث

فما ميل المماس عند النقطة التي أفاصيلها ب ؟؟

متوسط التغير بالمعنى الفيزيائي

الحل السرعة المتوسطة = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن}$ ← التغير في المسافة / التغير في الزمن

$$٦ = \frac{م(٣) - م(١)}{٣ - ١}$$

$$٦ = \frac{(٣^٢ + ب \times ٣) - (١^٢ + ب \times ١)}{٢}$$

نكمل هنا

$$٦ = \frac{٩ + ٣ب - ١ - ب}{٢}$$

$$١٢ = ٢ب + ٨$$

$$١٢ - ٨ = ٢ب$$

$$\frac{٤}{٢} = \frac{٢ب}{٢}$$

$$ب = ٢$$

س٧ ص٨ | إذا كان م(س) = أ س٢ + ب س + جـ أثبت أن متوسط التغير للاقترانات م(س) عندما تتغير س من س١ إلى س٢ يساوي أ (س٢ + س١) + ب

الحل متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$$= \frac{م(ن) - م(ج)}{ن - ج}$$

$$= \frac{(أ ن^٢ + ب \times ن + جـ) - (أ ج^٢ + ب ج + جـ)}{ن - ج}$$

$$= \frac{أ ن^٢ + ب ن + جـ - أ ج^٢ - ب ج - جـ}{ن - ج}$$

$$= \frac{أ ن^٢ - أ ج^٢ + ب ن - ب ج}{ن - ج}$$

$$= \frac{أ(ن^٢ - ج^٢) + ب(ن - ج)}{(ن - ج)}$$

نكمل في الصفحة القادمة

أ. معتصم رياض

الطرف الأيمن

أ (ن + ج) + ب

ص٥ Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

تابع حل س٦ ص٨٤ — متوسط التغير

$أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$ فاكوت فرق مربعين

$= \frac{أ(ن^2 - 4) + ب(ن - 2)}{ن - 2}$ يحلل فرق مربعين

$= \frac{أ(ن-2)(ن+2) + ب(ن-2)}{ن-2}$ ناخذ (ن-2) عامل مشترك من البسط

$= \frac{(ن-2) \times [أ(ن+2) + ب]}{(ن-2)}$ أ. معتصم ريحان

$= أ(ن+2) + ب$ وبساوي الطرف الأيمن #

س٨ ص٨٤ إذا كان م(س) = س + $\frac{1}{س+1}$

جد متوسط التغير في الاقتران م(س) عندما تتغير س من ص إلى ١

ص : العدد النسبي

ص ≈ ٢٫٧

١ ← ٢ س

ص ← ١ س

الحل

متوسط التغير $= \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

?? $= \frac{م(١) - م(ص)}{١ - ص}$

$= \frac{\left(١ + \frac{1}{١+1}\right) - \left(ص + \frac{1}{ص+1}\right)}{١}$

$= \frac{١ + ص^2 - ص}{١} = ١ + ص^2 - ص$ #

فرع ٢ س٨

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

س8 / فرع (ب)

اذا كان متوسط التغير للاقتران م(س) = س + لو$_{هـ}$ س

س > صفر

عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ أثبت أن ن

الحل

متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{م(هـ) - م(١)}{هـ - ١}$

$\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ = $\frac{(هـ + لو_{هـ} ن) - (١ + لو_{هـ} ١)}{هـ - ١}$

$\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ = $\frac{هـ + ن - ١ - لو_{هـ} ١}{هـ - ١}$ حذ

$\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ = $\frac{هـ + ن - ١}{هـ - ١}$

الحل الأول

$\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ = $\frac{هـ + ن - ١}{-(١-هـ)}$

$٣-هـ = -(هـ + ن - ١)$

$٣-هـ = -هـ - ن + ١$

$٣ = -ن + ١$

$٣-١ = -ن$

$٢ = -ن$

$-٢ = ن$

#

نكمل هنا حل بطريقة أخرى (الضرب التبادلي)

$(٣-هـ)(هـ-١) = (١-هـ)(هـ+ن-١)$

$-(٣-هـ) = هـ + ن - ١$

$-٣ + هـ = هـ + ن - ١$

$-٣ = ن - ١$

$-٣ + ١ = ن$

$(-٢ = ن)$ #

صـ٦

لاحظ

$لو_{هـ} ن$

$ن لو_{هـ} هـ$

$ن \times ١ = ن$

لاحظ $لو_{هـ} هـ = ١$

قوانين اللوغاريتمات $لو_{هـ} ١ =$ صفر

أ. مقدم ميار

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

2008 اذا كان م(س) = س + [س] فإن معدل متوسط التغير

اختر ص [$\frac{1}{2}$ ، ١] ص

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{5}{2}$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\text{م}(\text{س}_2) - \text{م}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{\text{م}(1) - \text{م}(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\Leftarrow = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$$

م(١) = ١ + [١] = ٢

م($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{2}$ + [$\frac{1}{2}$]

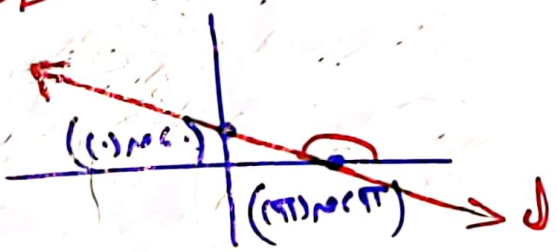
$\Leftarrow \frac{3}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} = [3]$

ب

2019 اذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران م(س) في النقطتين (٠ ، م(٠)) ، (٣٣ ، م(٣٣)) فما قياس زاوية ميل المستقيم ل علماً بأن التغير في الاقتران م(س) في [٠ ، ٣٣] يساوي −٣٣

اختر

الحل (أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) π (د) $\frac{3\pi}{2}$



متوسط التغير = ميل القاطع = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

ميل القاطع = $\frac{\text{م}(33) - \text{م}(0)}{33 - 0}$

التغير في الاقتران م(س)

ميل القاطع = $\frac{-33}{33}$

المطلوب من السؤال قياس زاوية الميل

ميل القاطع = ظا θ = −١

ميل القاطع = −١

shift ⇒ tan ⇒ |−١| = ١٣٥

θ = ٢١٥ − ١٣٥ = ١٣٥°

الآن نحولها إلى راديان

$\frac{\pi}{180} \times 135° = \frac{3\pi}{4}$

ص 5

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

2019 دور ثاني
اختر

اذا كانت $م(س) = س \, ك(س)$ حيث $م(س)$ كمية متوسط تغير الآلة لانتاج $ك(س)$
في الفترة $[-1, 2]$ بياني $\leftarrow$ ، $ك(3) = -3$
فما صحيح $ك(-1)$ ؟

ⓐ $\leftarrow$ ⓑ -1 ⓒ 1 ⓓ $\rightarrow$

أبدا قترابك

$م(س)$ ، $ك(س)$

$$\leftarrow = \frac{م(3) - م(-1)}{3 - (-1)}$$

أ: معكوس بحار

$$-8 = م(3) - م(-1)$$

$$-8 = (3 \, ك(3)) - (-1 \, ك(-1))$$

$$-8 = (3 \times -3) - (-1 \times ك(-1))$$

$$-8 = -9 - (-ك(-1))$$

$$-8 = -9 + ك(-1)$$

$$-8 + 9 = ك(-1)$$

$$ك(-1) = 1$$

#

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

الخصة الثالثة

درس متوسط التغير

علمي

2020 افتر

اذا كان متوسط تغير الاقتران م(س) = س + لو$_{ه}$ س^{ن} ، س > ٠

عندما تتغير س من ① إلى ⓔ يساوي $\frac{ه^{2}-ه}{ه-1}$ فما قيمة ن

ⓐ -١ ⓑ ١ ⓒ -٢ ⓓ ~~$\frac{ه^{2}-ه}{ه^{2}-ه^{2}}$~~

الحل متوسط التغير = $\frac{م(س_{2})-م(س_{1})}{س_{2}-س_{1}}$

$\frac{ه^{2}-ه}{ه-1} = \frac{م(ه)-م(1)}{ه-1}$

$\frac{ه^{2}-ه}{ه-1} = \frac{(ه+لو_{ه} ه^{ن})-(1+لو_{ه} 1^{ن})}{ه-1}$

ملاحظة
لو$_{ب}$ ب = ١
لو$_{ب}$ ١ = صفر
لو$_{ب}$ ب^{ن} = ن لو$_{ب}$ ب

$\frac{ه^{2}-ه}{ه-1} = \frac{(ه+ن)-(1+صفر)}{ه-1}$

$\frac{ه-ه^{2}}{ه-1} = \frac{ه+ن-1}{ه-1}$

$\frac{ه-ه^{2}}{ه-1} = \frac{ه+ن-1}{ه-1}$

$ه-ه^{2} = ه+ن-1$

$-ه^{2} = ن-1$

$-2 = ن-1$

$ن = -2+1$

$ن = -1$

أ. معتصم رحال

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

درس متوسط التغير

تدريب الوسيط هدية اختر

اذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} س^3 + م(س-1) & ، س \leq 1 \\ م(س) & ، س > 1 \end{cases}$

وكان مقدار التغير في الاقتران م(س) $\Delta م(س) = م(2) - م(0)$ في الفترة $[0، 2]$

يساوي (6)، فما متوسط تغير اقتران هـ(س) في الفترة $[0، 3]$

(أ) 10 (ب) 7 (ج) 5 (د) 6 (هـ) 0

معطى من السؤال: $م(2) - م(0) = 6$

الحل: متوسط التغير للاقتران هـ(س) $= \frac{هـ(3) - هـ(0)}{3 - 0}$

$= \frac{(3^3 + م(2-1)) - (م(0))}{3}$

$= \frac{9 + م(2) - م(0)}{3}$ ← هذه هي مقدار التغير في م(س) في الفترة $[0، 2]$

$= \frac{9 + 6}{3} = \frac{15}{3} = 5$

Camscanner بـ ضوئيا

متوسط التغير

2019 ثانوي فقالي

إذا كانت س ك (س) = م(س) + ٢ وكان متوسط التغير للاقتراب م(س) عندما تتغير س من ① إلى (١+ه) يساوي $ه^2 + ٢ه$ وكانت م(١) = ١ أوجد متوسط تغير ك(س) عندما تتغير س من ① إلى (١+ه)

سؤال أبو اقرأ لنبي

الحل

م(س)

متوسط التغير = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$\frac{م(١+ه) - م(١)}{(١+ه) - ١} = ه^2 + ٢ه$

$م(١+ه) - م(١) = ه^3 + ٢ه^2$

$م(١+ه) = ه^3 + ٢ه^2 + م(١)$

بقطر م(١) = ١

$م(١+ه) = ه^3 + ٢ه^2 + ١$ ثلاثة

لاحظ بقطر

$س ك(س) = م(س) + ٢$

$ك(س) = \frac{م(س) + ٢}{س}$

ك(س)

متوسط التغير = $\frac{ك(س_2) - ك(س_1)}{س_2 - س_1}$

$\frac{ك(١+ه) - ك(١)}{(١+ه) - ١} = ??$

بقطر م(١) = ١

$\frac{\left(\frac{م(١+ه)+٢}{١+ه}\right) - \left(\frac{م(١)+٢}{١}\right)}{ه} = ??$

$= \frac{\left(\frac{ه^3+٢ه^2+١+٢}{١+ه} - \frac{٣}{١}\right)}{ه}$

$= \frac{١}{ه} \times \left(\frac{ه^3+٢ه^2+٣}{١+ه} - \frac{٣}{١}\right)$

$= \frac{١}{ه} \times \left(\frac{ه^3+٢ه^2+٣ - (٣+٣ه)}{١+ه}\right)$

توحيد مقامات

$= \frac{١}{ه} \times \frac{ه^3+٢ه^2-٣ه}{١+ه}$

معادلة تربيعية تحلل الى قوسين

$= \frac{١}{ه} \times \frac{ه(ه^2+٢ه-٣)}{١+ه}$

$= \frac{ه^2+٢ه-٣}{١+ه}$

$= \frac{(ه+٣) \times (ه-١)}{١+ه}$

3

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

متوسط التغير

مقالي 2020 2020

اذا كانت م(س) × هـ(س) = أ وكانت كل من الاقترانين م(س)، هـ(س) ...

∀ س > صفر وكان م(٥) = ٢٢ ، م(ب+ب) = م(ب) × م(ب)

أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) على الفترة [١، ٤] علماً بأن متوسط التغير للاقتران م(س) على الفترة [١، ٤] يساوي $\frac{١٤}{٣}$

سؤال ابو اقترانين

م(س) — هـ(س)

متوسط التغير = $\frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$\frac{١٤}{٣} = \frac{م(٤) - م(١)}{٤ - ١}$

$١٤ = م(٤) - م(١)$ في الثلاثية

متوسط التغير = $\frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١}$ = ؟؟

توحيد مقامات ← $= \frac{\frac{١}{م(٤)} - \frac{١}{م(١)}}{٣}$

$= \frac{م(١) - م(٤)}{م(٤) \times م(١)} \div ٣$

موجودة في الثلاثية لكن عكس الاشارة

$= \frac{م(٤) - م(١)}{م(٤) \times م(١)}$

$= \frac{١}{٣} \times \frac{١٤-}{م(٤+١)}$ ← من المعطى في السؤال

$= \frac{١}{٣} \times \frac{١٤-}{م(٥)}$

$= \frac{١}{٣} \times \frac{١٤-}{٢٢}$

متوسط تغير الاقتران هـ(س) = $\frac{١٤-}{٩٦}$

نعطي في السؤال

$م(١) = \frac{١}{هـ(١)}$

نأخذ مقلوبه ← $هـ(١) = \frac{١}{م(١)}$

$م(٤) = \frac{١}{هـ(٤)}$

نأخذ مقلوبه ← $هـ(٤) = \frac{١}{م(٤)}$

شرح

$م(س) \times هـ(س) = ١$

ومنها $م(٤) \times هـ(٤) = ١$

ومنها $م(١) \times هـ(١) = ١$

لاحظ معطى في السؤال

$م(ب+ب) = م(ب) \times م(ب)$

$م(١+٤) = م(١) \times م(٤)$

$م(٥) = م(١) \times م(٤)$

أ ص ٦

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تجريبي الوسطى ٢٠٢٥ مقالي

متوسط التغير

إذا كانت $م(س) = \frac{ب}{س - ٣} + ٥ هـ(س)$ وكان متوسط التغير للاقتران $م(س)$ في الفترة $[-١، ٢]$ يساوي ٩ والتغير في $هـ(س)$ في نفس الفترة يساوي (٣)، جد قيمة الثابت ب .

$\Delta هـ(س) = ٣$

$هـ(٢) - هـ(-١) = ٣$

سؤال أبو افتراني

$م(س)$ ← $هـ(س)$

متوسط التغير $= \frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$٩ = \frac{م(٢) - م(-١)}{٢ - (-١)}$

$٢٧ = م(٢) - م(-١)$

$٢٧ = \left(\frac{ب}{٢-٣} + ٥ هـ(٢)\right) - \left(\frac{ب}{-١-٣} + ٥ هـ(-١)\right)$

$٢٧ = -ب + ٥ هـ(٢) - \left(-\frac{ب}{٤} + ٥ هـ(-١)\right)$

$٢٧ = -ب + ٥ هـ(٢) + \frac{ب}{٤} - ٥ هـ(-١)$

$٢٧ = -ب\frac{٣}{٤} + ٥ هـ(٢) - ٥ هـ(-١)$

أخذنا ٥ عامل مشترك

$٢٧ = -ب\frac{٣}{٤} + ٥(هـ(٢) - هـ(-١))$

مقطع

$٢٧ = -ب\frac{٣}{٤} + ٥ \times ٣$

$٢٧ - ١٥ = -ب\frac{٣}{٤}$

ضربنا الطرفين في $\frac{-٤}{٣}$ للتخلص من معامل ب

$١٢ \times \frac{-٤}{٣} = -ب\frac{٣}{٤} \times \frac{-٤}{٣}$

$ب = -١٦$ #

لاحظ مقطر التغير في $هـ(س)$ وليس متوسط التغير

التغير في $هـ(س) \Leftarrow \Delta هـ(س) = هـ(س_٢) - هـ(س_١)$

$\Delta هـ(س) = هـ(٢) - هـ(-١)$

على الفترة $[-١، ٢]$

مقطر

$٣ = هـ(٢) - هـ(-١)$

أ. معتصم ريحان

ص 5

متوسط التغير

خارجي مقالي

اذا كان متوسط التغير للاقتران $م(س)$ في $[٢، ٥]$ يساوي ⑥

أجب متوسط تغير الاقتران $ه(س) = \int م(س) - ٢س$

من $[٢، ٥]$ علماً بأن $ه(س)$ يمر بالنقطة $(٢، -١٦)$ ← $ه(٢) = -١٦$

الحل

$م(س)$ ← أبو اقترانيس ← $ه(س)$

متوسط التغير $= \frac{م(س_٢) - م(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{م(٥) - م(٢)}{٥ - ٢} \times \frac{٦}{٦}$

$١٨ = م(٥) - م(٢)$ من اللاحقة.

متوسط التغير $= \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{ه(٥) - ه(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{(٥^٢ م(٥) - ٢ \times ٥) - (٢^٢ م(٢) - ٢ \times ٢)}{٣}$

حسبناهم

$= \frac{٢٥ م(٥) - ١٠ - ٤ م(٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{٢٥ م(٥) - ٤ م(٢) - ١٠ + ٤}{٣}$

$= \frac{٢٥ \times ١٥ - ٤ \times (-٣) - ٦}{٣}$

$= \frac{٣٧٥ + ٦}{٣}$

$= ١٢٧$ # هذا هو متوسط التغير للاقتران $ه(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$

معطى من السؤال أن الاقتران $ه(س)$ يمر بالنقطة $(٢، -١٦)$

اذاً نستنتج منها أن $ه(٢) = -١٦$

الآن نستعين بـ $ه(٢)$ لايجاد $م(٢)$

$ه(س) = \int م(س) - ٢س$

$ه(٢) = ٢^٢ م(٢) - ٢ \times ٢$

$ه(٢) = ٤ م(٢) - ٤$

$-١٦ = ٤ م(٢) - ٤$

$-١٦ + ٤ = ٤ م(٢)$

$-١٢ = ٤ م(٢)$ بالقسمة ④

$-٣ = م(٢)$ ← ومنها نجد $م(٥)$

من اللاحقة

$١٨ = م(٥) - م(٢)$

$١٨ = م(٥) - (-٣)$

$١٨ - ٣ = م(٥)$

$١٥ = م(٥)$

ص ٥

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

متوسط التغير

مقالي

اذا كان المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران $م(س)$ في النقطتين $(1، م(1))$ ، $(2، 5)$ يصنع زاوية قياسها $135°$ مع محور السينات الموجب أحسب متوسط التغير للاقتران $ه(س) = \frac{2}{م(س)}$ في الفترة $[1، 3]$.

سؤال أبو اقتراب

$ه(س)$ ← $م(س)$

لانه مش بالسؤال النقطتين

متوسط التغير $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

ظا θ $= \frac{م(1) - 5}{3 - 1}$

ظا $135 = \frac{م(1) - 5}{2}$

$-1 = \frac{م(1) - 5}{2}$

$-2 = م(1) - 5$

$-2 + 5 = م(1)$

$-م(1) = -3$

$م(1) = 7$

الاقتران $م(س)$ يمر بالنقطة $(3، 5)$

$\therefore م(3) = 5$

متوسط التغير $= \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1}$

$?? = \frac{ه(3) - ه(1)}{3 - 1}$

$= \frac{\left(\frac{2}{م(3)}\right) - \left(\frac{2}{م(1)}\right)}{2}$

$= \frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{7}}{2}$

$= \frac{14 - 10}{35}$

$= \frac{4}{35} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{35}$ #

أ. معصم ريان

00972598709519

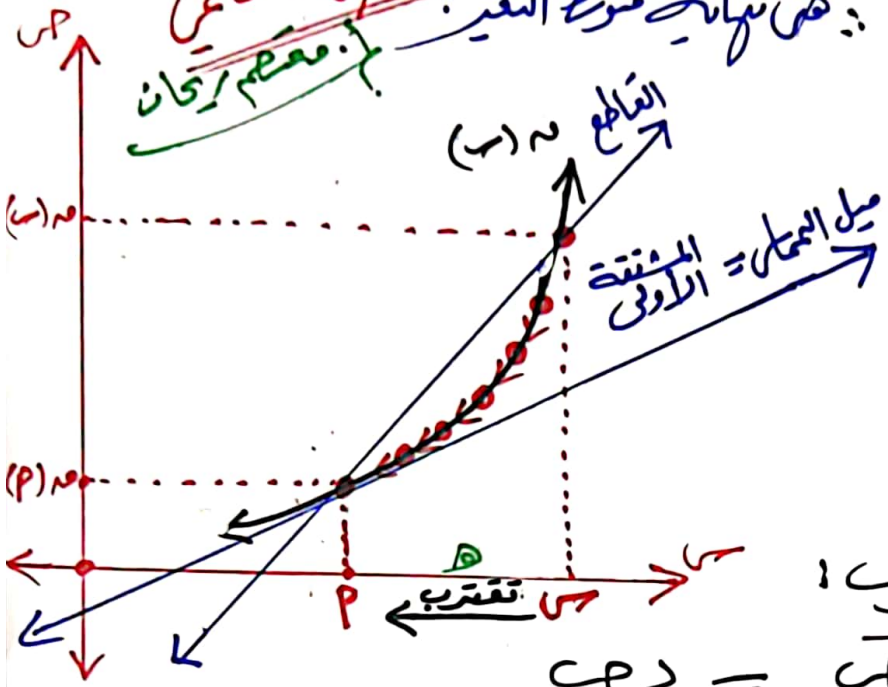
CamScanner الصوتية بـ

الدرس الثاني «قواعد الاشتقاق» أول ثانوية 2006 2022 (علمي)

الحصة الرابعة # توجيهي - علمي

أ. معتصم ريحان

✱ تعريف المشتقة الأولى: هي نهاية متوسط التغير



$$ق'(ب) = \text{نها}_{س \to ب} \frac{ق(س) - ق(ب)}{س - ب}$$

$$ق'(ب) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(ب+هـ) - ق(ب)}{هـ}$$

هـ تقترب جداً من الصفر ولا تساوي صفر.

✱ رموز المشتقة الأولى:

$$ق'(س) = ص' = \frac{د ص}{د س} = \frac{ص د}{س د}$$

عند نقطة: $ق'(1) = ص'_{س=1} = \left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=1} = \left|\frac{ص د}{س د}\right|_{س=1}$ ← العود يقرأ «عند»

تذكر أن: $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ هذه متوسط التغير

أ. معتصم ريحان
00972598709519

المشتقة تسمى أيضاً معدل التغير

نستنتج الآتي: متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$$\frac{ص د}{س د} = \text{نها}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \text{المشتقة الأولى} = \text{معدل التغير} = \frac{د ص}{د س} = ق'$$

✱ ميل المماس = المشتقة الأولى = ظا هـ

هـ الزاوية الحادة من الزوايا المحصورة بين المماس والاتجاه الموجب لمحور السينات.

لاحظ متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} =$ ظا هـ

هـ الزاوية هي من الزوايا المحصورة بين القاطع والاتجاه الموجب لمحور السينات.

ص ل

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم ريحان

✱ قوانين وقواعد الاشتقاق :-

جـ عدد ثابت
جـ = ٢٣
جـ = ح

1) م(س) = جـ ⟸ م'(س) = صفر

مثال: جد مشتقة الاقترانات الآتية:-

أ) م(س) = ١٧ ب) ك(س) = $\frac{-\pi\pi}{٢}$ جـ) ع(س) = $-٢\pi\pi^{٢}$

الحل: م'(س) = صفر الحل: ك'(س) = صفر الحل: ع'(س) = صفر

مشتقة العدد الثابت صفر دائماً.

---

2) م(س) = أ س + ب ⟸ م'(س) = أ

ب = 2 عدد ثابت

تابعني على الفيس واليوتيوب أ. معتصم ريحان

مثال: جد مشتقة الاقترانات الآتية

أ) م(س) = -٢٠ س + $(١٥)^{٢}$ ب) ك(س) = $\frac{-٣}{٧}$ س + ٢٠٠٤

الحل: م'(س) = -٢٠ الحل: ك'(س) = $\frac{-٣}{٧}$

باختصار: أي رقم مشتقته صفر دائماً .

باختصار: س في الوحدانية (يعني س التي أسها واحد موجب) لما نشتقها بتموت ويبقى معاملها

أ. معتصم ريحان 0598709519

---

3) م(س) = $س^{ن}$ ⟸ م'(س) = ن $س^{ن-١}$

مثال: جد مشتقة الاقترانات الآتية:-

أ) م(س) = $-٣س^{-٤} + \frac{٥س^{٢}}{٢} + ١٠$ ب) ك(س) = $-٩س^{٢} + ٥س^{-١}$

الحل: م'(س) = $١٢س^{-٥} + \frac{٥}{٢}$ الحل: ك'(س) = $-١٨س - ٥س^{٢}$

باختصار: س في الغير وحدانية (يعني س التي لها أي أس غير الواحد الموجب) لما نشتقها بنبطح الأس وبنطرح منه واحد فقط .

---

4) م(س) = $(ه(س))^{ن}$ ⟸ م'(س) = ن $(ه(س))^{ن-١}$ × ه'(س)

باختصار: مشتقة اقتران داخل قوس له أس تساوي مشتقة القوس ضرب مشتقة ما داخل هذا القوس .

ص٢٣

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

#توجيهي علمي

أ. معتصم ريحان

مثال على القاعدة رقم 4

جد مشتقة الاقترانات الآتية:

أ) $م(س) = (٢س + ٥)^{٣}$

ب) $ك(س) = هـ(٢س)^{-٣}$

الحل

$م'(س) = ٣ \times (٢س + ٥)^{٢} \times ٢$

$م'(س) = ٦(٢س + ٥)^{٢}$

$ك'(س) = -٣(هـ(٢س))^{-٤} \times هـ(٢س) \times ٢$

$ك'(س) = -٦هـ(٢س)^{-٤} \cdot هـ(٢س)$

جـ) $هـ(س) = (٣س^{٢} + ٥س + ٣)^{-٥}$

الحل

$هـ'(س) = -٥(٣س^{٢} + ٥س + ٣)^{-٦} \times (٦س + ٥)$

هذا القوس منهم جد ما بداخله

5) $م(س) = \sqrt{ك(س)} \Leftarrow م'(س) = \frac{ك'(س)}{٢\sqrt{ك(س)}}$

باختصار: مشتقة الجذر التربيعي $= \frac{\text{مشتقة ما تحت الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه}}$

أ. معتصم ريحان

مثال جد مشتقة الاقترانات الآتية

$م(س) = \sqrt{(س^{٢} + ٥س)}$

الحل $م'(س) = \frac{٢س + ٥}{٢\sqrt{(س^{٢} + ٥س)}}$

$هـ(س) = \sqrt{\frac{(س^{٣} - ٤س^{٢} + ٧)}{٢}}$

الحل $هـ'(س) = \frac{٣س^{٢} + ٨س^{-٣}}{٢\sqrt{\frac{(س^{٣} - ٤س^{-٣} + ٧)}{٢}}}$

6) $م(س) = أ هـ(س) \pm ب ك(س)$

$\Leftarrow م'(س) = أ هـ'(س) \pm ب ك'(س)$

تعابير

تبقى هذه القاعدة صحيحة أيضاً لأكثر من اقترانين

باختصار: عندما يكون رقم مضروب في اقتران ونريد أن نشتقه يبقى الرقم كما هو ضرب مشتقة الاقتران

ملاحظة: الاشتقاق يوزع على عملية الجمع والطرح ولا يوزع على الضرب والقسمة

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

قاعدة ضرب اقترانين

(7) $م(س) = هـ(س) \times ك(س)$ — الأول × الثاني

$\Leftarrow$ م'(س) = (الأول) × (مشتقة الثاني) + (الثاني) × (مشتقة الأول)

$\Leftarrow$ م'(س) = (هـ(س)) × (ك'(س)) + (ك(س)) × (هـ'(س))

مثال جد مشتقة الاقتران الآتي عندما س = ١ .

$م(س) = هـ(س) \times (٥س^{٤} + س + ٧)$ علماً بأن هـ(١) = ٢ ، هـ'(١) = ٥

الحل م'(س) = الأول × م'.الثاني + الثاني × م'.الأول

(*) ملاحظة: الأقواس هنا مرجعية جداً.

م'(س) = هـ(س) × (١٠س + ١) + (٥س^٤ + س + ٧) × هـ'(س)

م'(١) = هـ(١) × (١٠(١) + ١) + (٥(١)^٤ + (١) + ٧) × هـ'(١)

م'(١) = ٢ × ١١ + ١٣ × ٥

م'(١) = ٢٢ + ٦٥ = ٨٧ #

(8) $م(س) = ك(س) \Leftarrow م'(س) = ك'(س)$

مشتقة حاصل ضرب رقم في اقتران = الرقم × مشتقة الاقتران

ويجوز أيضاً أن نطبق عليهم قاعدة الضرب.

مثال $م(س) = ٧ \times هـ(س)$

الحل $م'(س) = ٧ \times هـ'(س)$

الحل بطريقة أخرى وهي تطبيق قاعدة الضرب.

$م(س) = ٧ \times هـ(س)$ — الأول × الثاني

م'(س) = الأول × م'.الثاني + الثاني × م'.الأول

م'(س) = ٧ × هـ'(س) + هـ(س) × صفر

م'(س) = ٧ × هـ'(س)

أ. معتصم ريحان
00972598709519

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قاعدة مشتق اقترانين

(٩) م(س) = $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} = \frac{\text{ك}(س)}{\text{هـ}(س)}$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{(\text{المقام}) \times (\text{مشتقة البسط}) - (\text{البسط}) \times (\text{مشتقة المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{\text{هـ}(س) \times \text{ك}'(س) - \text{ك}(س) \times \text{هـ}'(س)}{(\text{هـ}(س))^{٢}}$$

ملاحظة: الأقواس هنا مربعة جـ ٢

مثال: اذا كانت م(س) = $\frac{س + ٥}{س^{٢} - ٤س}$ فجد مـ'(١)

توجيهي علمي

الحل:

$$\text{مـ}'(س) = \frac{(س^{٢} - ٤س) \times (١) - (س + ٥) \times (٢س - ٤)}{(س^{٢} - ٤س)^{٢}}$$

(المقام) ← تربيع المقام

$$\text{مـ}'(١) = \frac{(١)^{٢} - ٤(١) \times (١) - (١ + ٥) \times (٢(١) - ٤)}{((١)^{٢} - ٤(١))^{٢}}$$

$$= \frac{-٣ - (٦) \times (-٢)}{(-٣)^{٢}} = \frac{-٣ + ١٢}{٩} = \frac{٩}{٩} = ١$$

ملاحظة: هذه القاعدة تم استنتاجها من قاعدة مشتق اقترانين

(١٥) م(س) = $\frac{\text{ك}(س)}{\text{ل}(س)}$ ⟸ مـ'(س) = $\frac{\text{ك}'(س) \times \text{ل}(س) - \text{ك}(س) \times \text{ل}'(س)}{(\text{ل}(س))^{٢}}$

⟸ مـ'(س) = $\frac{\text{م. المقام} \times \text{البسط} - \text{م. البسط} \times \text{المقام}}{(\text{المقام})^{٢}}$

مثال: م(س) = $\frac{٢}{س^{٢} + ٥}$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{-٢ \times (٢س)}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{-٤س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$$

#

حل المثال السابق بطريقة قانون مشتق اقترانين

$$\text{مـ}'(س) = \frac{(\text{المقام})(\text{م. البسط}) - (\text{البسط})(\text{م. المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{(س^{٢} + ٥)(\text{صفر}) - (٢)(٢س)}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(س) = \frac{-٢ \times ٢س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}} = \frac{-٤س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$$

#

نفس الجواب السابق ←

حل

أ. معتصم ريحان
00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

توجيهي علمي
2022 / 2006
أ. معتصم ريحان

تدريبات عامة بسيطة على قواعد الاشتقاق :

س١ اذا كانت م(س) = ٢س^٣ + ٥س^٢ + ٧س + (٩)^٣ فجد م'(١)

الحل
م'(س) = ٦س^٢ + ١٠س + ٧
م'(١) = ٦(١) + ١٠(١) + ٧ = **٢٣**

س٢ اذا كانت م(س) = −هـ(س)/٥ + ٢ك(س)/٧ فجد م'(١) علماً بأن هـ(١) = ٥ ، هـ'(١) = ٤

الحل
م'(س) = −١/٥ × هـ'(س) + ٢/٧ × ك'(س)
م'(١) = −١/٥ × هـ'(١) − ٢/٧ × ك'(١)
م'(١) = −١/٥ × ٤ − ٢/٧ × ١٤ = −٤/٥ − ٤ = −٩/٥ #

اقتران = رقم × اقتران
م. الاقتران = رقم × م. الاقتران
مائة

س٣ اذا كان هـ(س) = (٥ + ٣س − ٥)^٢ − (٢٥٤) / (س^٢ + ٧) فجد هـ'(١)

الحل
هـ'(س) = [(−٣س + ٥)^٢ × (٢س) − (س^٢ + ٧) × (−٣)] / (−٣س + ٥)^٤
(م. المقام: البسط، البسط: المقام، م. المقام)
هـ'(١) = [(−٣(١) + ٥)^٢ × (٢×١) − (١^٢ + ٧) × (−٣)] / (−٣ + ٥)^٤
هـ'(١) = (٤ + ٢٤) / ٤ = ٢٨/٤ = **٧** #

أرجوك لا تنسى تربيع المقام والأقواس

س٤ اذا كان ل(س) = (س^٢ − ٤)(١٧ − ٥س/٢) فجد ل'(س) عندما س = −٢

الحل
ل'(س) = (س^٢ − ٤) × (−٥/٢) + (١٧ − ٥س/٢) × (٢س)
(م. الأول، الأول، م. الثاني، الثاني)
ل'(−٢) = ((−٢)^٢ − ٤) × (−٥/٢) + (١٧ − ٥×(−٢)/٢) × (٢×−٢)
ل'(−٢) = (صفر) + (٢٢) × (−٤)
ل'(−٢) = **−٨٨** #

تابعني على الفيس للفائدة أكثر

صـ٦

Camscanner بـ صورتها

توجيهي علمي
ج 22/2004
أ. معتصم ريحان

✱ تدريبات عامة بسيطة على قواعد الاشتقاق :-

س5 اذا كانت ع(س) = ٢(٥س٤ - ٤س + ٣٣)^-٣ فجد ع'(س)

الحل ع'(س) = -٦(٥س٤ - ٤س + ٣٣)^-٤ × (١٠س - ٤)

كانت سؤال القوس هذا

س6 اذا كانت م(س) = ٢√(٤ هـ(س)) نجد مَ(١) علماً بأن هَ(١) = ٢ ، هـ(١) = ٤

الحل مَ(س) = (٤ × هَ(س)) / (٢√(٤ هـ(س)))

⇐ مَ(١) = (٤ × هَ(١)) / (٢√(٤ هـ(١))) = ٤ × ٢ / ٢√(٤ × ٤)

⇐ مَ(١) = ٨/٨ = ١ #.

تابعين على قناتي على اليوتيوب باسم (معتصم ريحان رياضيات)

س7 اذا كان م(س) = (-٧ / (س٢ + ١٠))^٣ فجد مَ(-١)

الحل مَ(س) = ٣(-٧/(س٢ + ١٠))^٢ × (-٧ × (٢س) / (س٢ + ١٠)^٢)

مَ(-١) = ٣(-٧/((-١)٢ + ١٠))^٢ × (-٧ × (٢ × -١) / ((-١)٢ + ١٠)^٢)

مَ(-١) = ٣ × ٤٩/١٢١ × -١٤/١٢١ = -١٤/١٢١ #.

س8 واجب — إذا كانت م(س) = (٥س + ١)(س٤ - ٣) فجد مَ(٢)

س9 واجب — اذا كانت هـ(س) = (٤س٤ - ٣)(٧س) / (٥ + س٤) فجد هَ(-١)

أ. معتصم ريحان
00972598709519

تابعني على صفحتي الرسمي على الفيس باسم "أ. معتصم ريحان رياضيات توجيهي"
ص7
ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحصة الخامسة
توجيهي علمي 2022

علمي — ثاني لقاء لدرس قواعد الاشتقاق

(*) تعريف: ليكن الاقتران م(س) معرفاً عندما س = س١
فإن: مشتقة م(س) من يمين العدد س١
$$\text{قـ}(س_1)^+ = \text{نهـا}_{هـ \to 0^+} \frac{م(س_1 + هـ) - م(س_1)}{هـ}$$

مشتقة م(س) من يسار العدد س١
$$\text{قـ}(س_1)^- = \text{نهـا}_{هـ \to 0^-} \frac{م(س_1 + هـ) - م(س_1)}{هـ}$$

وعندما $\text{قـ}(س_1)^+ = \text{قـ}(س_1)^- = ل$ فإن م(س) قابل للاشتقاق عند س١ وتكون $\text{قـ}(س_1) = ل$

أ. معتصم ريحان

باختصار: عندما نريد ايجاد المشتقة عند نقطة، يجب أن تكون المشتقة من اليمين تساوي المشتقة من اليسار عند تلك النقطة. وقبلها يجب أن يكون الاقتران متصل عند تلك النقطة.

(*) أتعلم: عند إيجاد المشتقة باستخدام قواعد الاشتقاق لا بد من تحقق الاتصال أولاً.

(*) هام

أ. معتصم ريحان
00972598709519

1. كل اقتران غير متصل فهو غير قابل للاشتقاق.
2. كل اقتران مُشتق هو اقتران متصل.
3. كل اقتران متصل ليس شرطاً أن يكون قابلاً للإشتقاق.

باختصار (مثال توضيحي لتقريب الفهم)
الاقتران المتصل هو رجل متوضئ.
الاقتران المشتق هو رجل مُصلي.

(*) كل رجل مُصلي يجب أن يكون متوضئ ((تحصيل حاصل)).
(*) كل رجل متوضئ ليس شرطاً أن يكون مصلي.
(*) اذاً الاشتقاق أشمل وأعم من الإتصال.

صـ

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم رحال
00972 598 709519

هام :- مجال قـ(س) ⊇ مجال مـ(س)

الاقتران المشتق مجاله جزء من مجال الاقتران الأصلي
يعني مجال الاقتران الأصلي أكبر وأشمل.

#علمي

* أتعلم :- اذا كان مـ(س) كثير حدود فإن مـ(س) قابلاً للإشتقاق.

س/ ماذا يعني اقتران كثير حدود ؟؟
الاقتران الكثير حدود تكون قوته ((الأس)) عدد صحيح غير سالب.

* نظرية :- يكون قـ قابلاً للاشتقاق عند س = س١ إذا وفقط إذا كان مـ(س) متصلاً عند س١ و مـ'(س١)+ = مـ'(س١)

باختصار يكون الاقتران قـ(س) مشتقاً عند نقطة معينة اذا كان

1. الاقتران مـ(س) متصلاً عند تلك النقطة.
2. المشتقة من اليمين تساوي المشتقة من اليسار عند تلك النقطة.

* ملاحظات :-

1. اقتران كثير الحدود متصل دائماً وقابل للاشتقاق.
2. اقتران الجيب والجتا متصل دائماً وقابل للاشتقاق.
3. اقتران الظل متصل دائماً وقابل للاشتقاق ماعدا عند $\left(\frac{\pi}{2} + ن\pi\right)$ حيث ن ∈ ص
4. اقتران العمحة المطلقة متصل دائماً وقابل للاشتقاق ماعدا عند نقاط التحول فهو غير قابل للاشتقاق مع أنه متصل عندها.
5. اقتران أكبر عدد صحيح غير متصل وغير مشتق عند نقاط التحول.
6. دائماً عند أطراف الفترة يكون الاقتران غير مشتق.
7. ميل المماس عند س = ٢ $= \left|\frac{دص}{دس}\right|_{س=٢} = ص'|_{س=٢} = \frac{مـ(٢+هـ)-مـ(٢)}{هـ}$ نهـا = مـ'(٢)

ظا θ = ميل المماس ← الزاوية بين المماس والاتجاه الموجب لمحور السينات.

أ ص ٢

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

أ. معتصم ريحان

درس قواعد الاشتقاق

مثال (٤) / الكتاب

اذا كانه $م(س) = \begin{cases} ٢س & ، س \leq ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$ فجد $م'(٢)$

↑ الاشتقاق عند نقطة

الحل/ المطلوب إيجاد $م'(٢)$ وهنا نجدها هناك شرطان

أولاً يجب أن يكون الاقتران متصل عند $س = ٢$

$\lim_{س \to ٢^+} م(س) = ٤$ ← النهاية موجودة ومقدارها (٤)

$\lim_{س \to ٢^-} م(س) = ٤$

$م(٢) = ٤$ الصورة موجودة

والصورة تساوي النهاية

∴ الاقتران $م(س)$ متصل عند $س = ٢$

المشتقة من اليمين تساوي المشتقة من اليسار

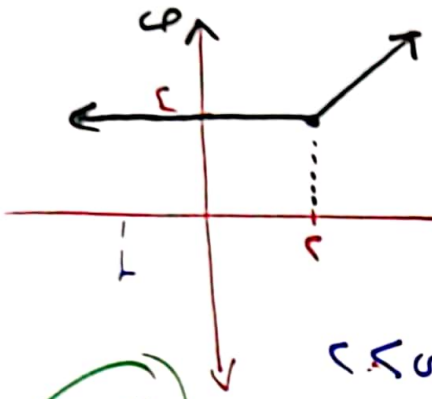
$م'(٢)^+ = م'(٢)^-$

$م'(س) = \begin{cases} ٢ & ، س < ٢ \\ هـ & ، س > ٢ \end{cases}$

$م'(٢)^+ \neq م'(٢)^-$

$٢ \neq هـ$

إذاً المشتقة عند $س = ٢$ غير موجودة لأنه $م'(٢)^+ \neq م'(٢)^-$



#عالميا

أ. معتصم ريحان

مثال اذا كانه $م(س) = \begin{cases} س^٢ + ٣ & ، س \leq ٢ \\ ٤س - ١ & ، س > ٢ \end{cases}$ فجد $م'(٢)$

الحل أولاً نبحث الإتصال

$\lim_{س \to ٢^+} م(س) = ٢^٢ + ٣ = ٧$

$\lim_{س \to ٢^-} م(س) = ٤ \times ٢ - ١ = ٧$

$م(٢) = ٢^٢ + ٣ = ٧$

النهاية = الصورة = ٧

∴ $م(س)$ متصل عند $س = ٢$

$م'(س) = \begin{cases} ٢س & ، س < ٢ \\ ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$

$م'(٢)^+ = ٢ \times ٢ = ٤$

$م'(٢)^- = ٤$

∴ $م'(٢) = ٤$

يعني الاقتران قابل للاشتقاق عند $س = ٢$ ومقدارها تساوي (٤)

أ. معتصم ريحان
0598 709519

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قواعد الاشتقاق

مثال ⑤ الكتاب اذا كان $م(س) = [س]$ ، $س \in [0, 2]$ فجد $قـ(س)$

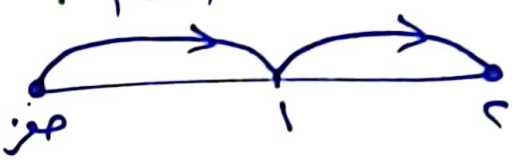
لاحظ هنا الاشتقاق على فترة

اقتران أكبر عدد صحيح .

اقتران الصحيح لازم نفيد تعريفه

طول الدرجة $= \frac{1}{\text{عدد القفزات}} = \frac{1}{1} = ①$

القفزات



$$م(س) = \begin{cases} صفر & ، صفر \le س < ① \\ 1 & ، ① \le س < 2 \end{cases}$$

الاقتران $م(س)$ غير متصل عند $س = 1$

$$قـ(س) = \begin{cases} صفر & ، صفر < س < ① \\ صفر & ، ① < س < 2 \end{cases}$$

$$\therefore قـ(س) = \begin{cases} صفر & ، صفر < س < 1 \\ صفر & ، 1 < س < 2 \\ غ.م & ، س = 0 ، 2 \end{cases}$$

أطراف فترة ← $س = 0 ، 2$

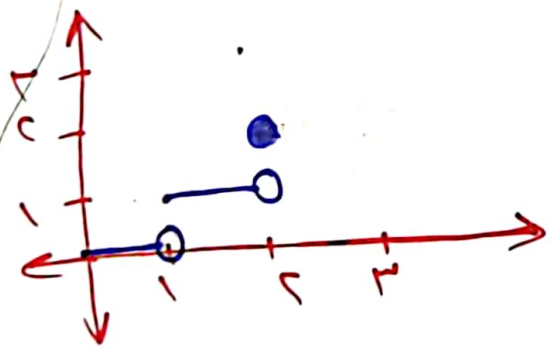
نقطة تحول ← $س = 1$

دائماً عند أطراف الفترة تكون المشتقة غير موجودة

$قـ(0)$ غير موجودة

$قـ(2)$ غير موجودة

$قـ(1)$ غير موجودة لأن الاقتران عندها غير متصل



للفائدة أكثر: تابعني على قناتي في اليوتيوب وصفحتي على الفيس بوك

"معتصم رحيات رياضيات"

أ. معتصم رحيات
00972598709519

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

ثالث لقاء لدرس قواعد الاشتقاق

علمي

مثال (9) الكتاب: إذا كان $م(س) = \begin{cases} أ س^2 + ب ، & س \geq 1 \\ س^3 + س ، & س < 1 \end{cases}$

أوجد قيمتي أ، ب علماً بأن $م(س)$ قابلاً للاشتقاق على ح.

الحل بما أنه قال في السؤال أن الاقتران $م(س)$ قابلاً للاشتقاق
إذاً لازم يكون متصل ((تحصيل حاصل)).

طيب !! ماذا نستفيد من الاتصال ؟؟
نستفيد أن النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار وتساوي الصورة

إذاً $\text{نها}_{س \to 1^+} م(س) = \text{نها}_{س \to 1^-} م(س)$

$أ(1)^2 + ب = 1^3 + 1$

$أ + ب = 2$ ... (1)

هذه المعادلة الجميلة حصلنا عليها من الاتصال يلا بدنا كمان معادلة نحصل عليها من الاشتقاق

بما أن الاقتران $م(س)$ قابلاً للاشتقاق

إذاً $م'(س) = \begin{cases} 2أ س ، & س > 1 \\ 3س^2 + 1 ، & س < 1 \end{cases}$

لاحظ دائماً عند الاشتقاق نحذف علامة المساواة في الفترات.

$م'(1^+) = م'(1^-)$ لأنه الاقتران قابل للاشتقاق عند الواحد أيضاً

$2أ(1) = 3(1)^2 + 1$

$2أ = 4$

$أ = 2$

الآن نرجع نعوض في معادلة (1) لإيجاد قيمة ب

$أ + ب = 2$

$2 + ب = 2$

$ب = 0$

أ. معتصم رجبان
00972 598 709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال ١٥ الكتاب: اذا كان $م(س) = \frac{١}{س^{٣}} + \frac{س^{٤}}{١-س}$ جد $م''(-١)$

أ. معتصم ريحان
0598709519

الحل: $م(س) = س^{-٣} + \frac{س^{٤}}{١-س}$

$م'(س) = -٣س^{-٤} + \frac{(١-س)(٤س^{٣}) - (س^{٤})(-١)}{(١-س)^{٢}}$

$م'(-١) = -٣(-١)^{-٤} + \frac{(١-(-١))(٤(-١)^{٣}) - (-١)^{٤}}{(١-(-١))^{٢}}$

$م'(-١) = -٣ + \frac{-٤-١}{٤} = \frac{-٩}{٤}$

* المشتقات العليا: $\frac{د}{دس}\left(\frac{دص}{دس}\right)$ تسمى المشتقة الثانية ويرمز لها بالرمز $ص''$ أو $م''(س)$ أو $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ وتقرأ (دال تربيع ص على دال سين تربيع)

* ونعبر عن المشتقة من الرتبة ن بإحدى الصور الآتية:

$ص^{(ن)}$ أو $\frac{د^{ن}ص}{دس^{ن}}$ أو $م^{(ن)}(س)$ حيث ن ∈ ص+ ، ن ≥ ٢

* لاحظ: هناك اختلاف بين $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ و $\left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢}$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$: هذه المشتقة الثانية

$\left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢}$: هذا تربيع المشتقة الأولى

مثال 12 الكتاب: اذا كان $م(س) = س^{٥} + ٤س^{٣} - ١$

فجد $م^{(٥)}(س)$ ثم جد $م^{(٤)}(٢)$

الحل: $م'(س) = ٥س^{٤} + ١٢س^{٢}$

$م''(س) = ٢٠س^{٣} + ٢٤س$

$م'''(س) = ٦٠س^{٢} + ٢٤$

$م^{(٤)}(س) = ١٢٠س$

$م^{(٥)}(س) = ١٢٠$ #

$م^{(٤)}(٢) = ١٢٠ \times ٢$

$م^{(٤)}(٢) = ٢٤٠$ #

ص٢

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

نشاط ٤ / صـ ١٦٠ / اذا كان م(س) كثير حدود وكان م(س) + قـ(س) = ٢س^٣ - ٣س^٢

فلإيجاد قـ(١) نجد أولاً قاعدة م(س) ، لاحظ أن م(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة ، وعليه م(س) = أس^٣ + بس^٢ + جس + د

والآن نكمل

م(س) = أس^٣ + بس^٢ + جس + د

قـ(س) = ٣أس^٢ + ٢بس + جـ

قـ(س) = ٦أس + ٢ب

الآن نعوض من المعادلة المُعطاه لدينا من السؤال

م(س) + قـ(س) = ٢س^٣ - ٣س^٢

أس^٣ + بس^٢ + جس + د + ٦أس + ٢ب = ٢س^٣ - ٣س^٢

أس^٣ + بس^٢ + (جـ + ٦أ)س + (د + ٢ب) = ٢س^٣ - ٣س^٢

⇐ أس^٣ = ٢س^٣ ⇐ أ = ٢

⇐ بس^٢ = صفر ⇐ ب = صفر

⇐ (جـ + ٦أ)س = -٣س ⇐ جـ + ٦أ = -٣

جـ + ١٢ = -٣ ⇐ جـ = -١٥

⇐ (د + ٢ب) = صفر ⇐ د + ٢×٠ = ٠ ⇐ د = صفر

الآن نعوض لإيجاد قـ(١)

قـ(س) = ٣أس^٢ + ٢ب س + جـ

قـ(س) = ٦س^٢ - ١٥

قـ(١) = ٦(١)^٢ - ١٥

قـ(١) = -٩ #

ص ٣

أ. معتصم ريحان

0598709519

CamScanner بـ 35 صورة

مثال 13 / $ص = \frac{1}{س}$ اذا كان $ص = \frac{1}{س}$ ، $س \neq صفر$ أثبت أن

$$س^2 ص'' + 2س ص' = ص$$

الحل $ص = \frac{1}{س}$ $\quad ص' = \frac{-1}{س^2}$ $\quad ص'' = \frac{2س}{س^4} = \frac{2}{س^3}$

ومنها $س^2 ص'' + 2س ص' \leftarrow$ الطرف الأيمن

$$س^2 \times \frac{2}{س^3} + 2س \times \frac{-1}{س^2}$$

$$= \frac{2}{س} + \frac{-1}{س} = \frac{1}{س} = ص = \text{الطرف الأيسر} \quad \#$$

أ. معتصم رحيال
00972598709519
حصص خاصة إلكترونية

(*) عزيزي الطالب الله يسهل بالخير ركز معايا شوية.

طرق الإثبات (٣) طرق

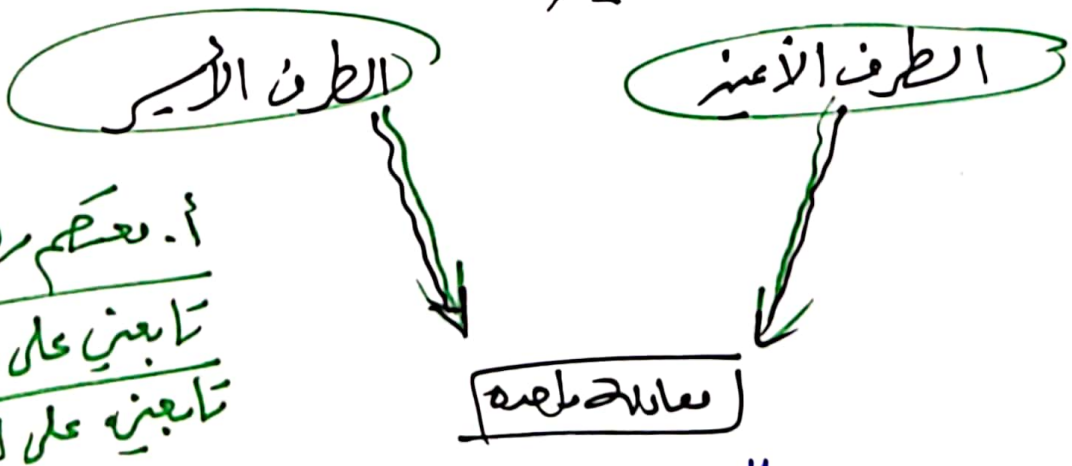
① الطريقة الأولى نبدأ من الطرف الأيمن حتى نصل إلى الطرف الأيسر

② الطريقة الثانية نبدأ من الطرف الأيسر حتى نصل إلى الطرف الأيمن.

③ الطريقة الثالثة وهي الأقل شهرة

بنأخذ الطرف الأيمن ونشوفله إلى شيء معين

ثم بنأخذ الطرف الأيسر ونشوفله إلى نفس الشيء الذي وصلنا له الطرف الأيمن.



أ. معتصم رحيال
تابعني على اليوتيوب
تابعني على الفيس

ص 6

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

تمارين ومسائل ص ١٧

١ جد قا(س) لكل مما يأتي عند قيم س إذا وكل منها علمي

أ) م(س) = س^٥ - س^٤ + جـ ، جـ ثابت عندما س = -١

الحل) قا(س) = ٥س^٤ - ٢س

قا(-١) = ٥(-١)^٤ - ٢(-١) = ٥ + ٢ = ٧

أ. معتصم ريحان

ب) م(س) = (س^٣ - ١)(١٢ + س) عندما س = ٣

الحل) قا(س) = الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

قا(س) = (س^٣ - ١) × (١) + (١٢ + س) × (٣س^٢)

قا(٣) = (٣^٣ - ١) × (١) + (١٢ + ٣) × (٣ × ٣^٢)

قا(٣) = ٢٦ + ٥٠٤ = ٤٣١

جـ) م(س) = س^٤ / (٥ - س^٤) عندما س = -٢

الحل) قا(س) = [(٥ - س^٤) × (٤س^٣) - (س^٤) × (-٤س^٣)] / (٥ - س^٤)^٢

قا(-٢) = [(٥ - (-٢)^٤) × (٤ × -٢^٣) - (-٢)^٤ × (-٤ × -٢^٣)] / (٥ - (-٢)^٤)^٢

= [-٤ × ٤ × ٤ - ٤ × ٤ × ٤] / ١

= -١٦ / ١ = -٢٠

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس واليوتيوب

ص 5

CamScanner الماسوحة ضوئيا بـ

علمي

$م(1)$	$هـ(1)$	$و(1)$	$هـ'(1)$
٢	٣	-١	-٣

ومنها

أ) $(م + هـ و)'(1)$

$= م'(1) + (هـ و)'(1)$

$= م'(1) + (هـ'(1) و(1) + و'(1) هـ(1))$

$= ٣ + ٢ \times (-١) \times (-٣)$

$= ٣ + ٦ = 9$ #

المشتقة توزع على الجمع والطرح ولا توزع على الضرب والقسمة

نطبق عليها قاعدة مشتقة القوس

ويمكنه أيضاً نطبق عليها قاعدة الضرب

$((و(1))^٢)' = ٢ و(1) و'(1)$

ب) $(س^٢ م - \frac{٣}{هـ})'(1)$

$= (س^٢ م)'(1) - (\frac{٣}{هـ})'(1)$

قاعدة الضرب — قاعدة القسمة

$= (س^٢)(1) م(1) + م'(1)(س^٢)(1)$ — $\frac{\text{المقام} \times \text{م.ابسط} - \text{ابسط} \times \text{م.المقام}}{(\text{المقام})^٢}(1)$

الأول × م.الثاني + الثاني × م.الأول

$= ١ \times ٣ + ٢ \times ٢ - \frac{-٣ \times -٣}{(-١)^٢}$

$= ٧ - \frac{٩}{١}$

$= -٢$ #

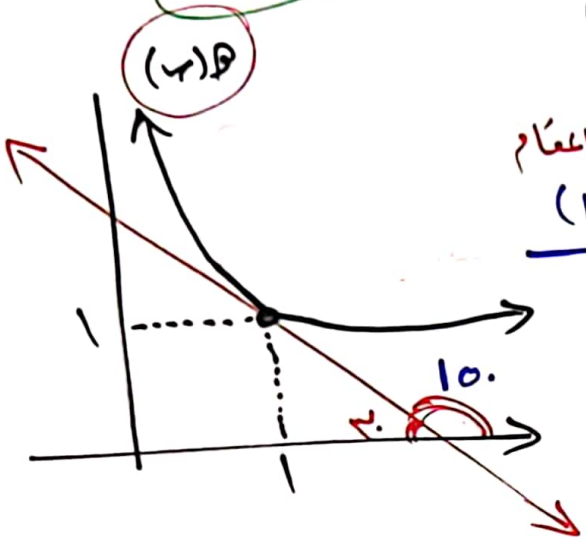
أ. معتصم رحال

تابعني على الفيس واليوتيوب

أ. معتصم رحال

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال / اذا كان $م(س) = \frac{س}{س^2+1}$ وكان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $هـ(س)$ فجد $(\frac{م}{هـ})'(1)$



الحل

$$(\frac{م}{هـ})'(1) = \frac{\text{المقام} \times \text{م.البسط} - \text{البسط} \times \text{م.المقام}}{(\text{المقام})^2}$$

$$= \frac{هـ(1) \times م'(1) - م(1) \times هـ'(1)}{(هـ(1))^2}$$

$$= \frac{\text{صفر} \times \text{صفر} - \frac{1}{2} \times -0.57}{(1)^2}$$

$$(\frac{م}{هـ})'(1) = 0.285 \quad \#$$

$\frac{3}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{3}$

$هـ'(1)$ = ميل مماس الاقتران $هـ(س)$ عندما $س = 1$

وميل المماس = ظا $س$

ميل المماس = $هـ'(1)$ = ظا 150°

ظا 150° = -0.57

$هـ'(1) = -0.57$

$$م(س) = \frac{س}{س^2+1}$$

$$م(1) = \frac{1}{1^2+1} = \frac{1}{2}$$

$$م'(س) = \frac{(س^2+1) \times 1 - س \times (2س)}{(س^2+1)^2}$$

$$م'(1) = \frac{2-2}{4}$$

$م'(1)$ = صفر

أ. معتصم رحال
00972598709519

تابعني على الفيس والبوتيوب

طلبي الوحيد منكم الدعاء لي بالتوفيق والنجاح الدنيوي والأخروي

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

س (أ) اذا كانت ص = $\frac{س}{1+س}$ ، س ≠ -1

أثبت أن $2ص ص_{ن} + س ص_{نن} = ص_{ن}$

الحل $ص_{ن} = \frac{(1)\times س - 1\times(1+س)}{(1+س)^2} = \frac{س - 1 - س}{(1+س)^2}$

$ص_{ن} \rightarrow \boxed{\frac{1}{(1+س)^2}}$

- البسط × م. المقام

$ص_{نن} = \frac{-1\times 2(1+س)\times 1}{(1+س)^4}$ ← المقام تربيع

$ص_{نن} \rightarrow \boxed{\frac{-2}{(1+س)^3}} = \frac{-2(1+س)}{(1+س)^4}$

الآن نعوض في المعادلة المطلوب إثباتها

$2\times\left(\frac{س}{1+س}\right)\times\frac{1}{(1+س)^2} + س\times\frac{-2}{(1+س)^3}$

الطرف الأيسر ← $ص_{ن} = \frac{2س}{(1+س)^3} + \frac{-2س}{(1+س)^3}$

#

أ. معتصم ريحاني
00972598709519

س (ب) اذا كانت ص = $\frac{5}{س^4} + 4س^5$ ، س ≠ صفر

أثبت أن $س^5 ص_{نن} = 20ص$

الحل $ص_{ن} = -20س^{-5} + 20س^{3}$

$ص_{ن} \rightarrow \boxed{\frac{-20}{س^5} + 20س^4} = \frac{-4\times 5س^3}{س^8} + 5\times 4س^3$

$ص_{نن} = 100س^{-6} + 60س^2$

$ص_{نن} \rightarrow \boxed{\frac{100}{س^6} + 60س^2} = \frac{-20\times 5س^4}{س^{10}} + 3\times 20س^2$

الآن نعوض في المعادلة المطلوب اثباتها.

$\frac{20ص}{س^4} = \frac{60س^2 + 100س^{-6}}{1}$ ← نضرب تبادلي

أ. معتصم ريحاني

$20ص = 60س^6 + 100س^{-4}$

$20ص = 20(3س^6 + 5س^{-4})$

$20ص = 20\times ص$

ص ص

#

علمي

س٥/ اذا كان م(س) = (١-س)(١+س)(١+س²)(١+س⁴)(١+س⁸) فجد م'(١)

الحل/ عزيزي الطالب دائماً لا تتسرع في حل الاشتقاق وفكر جيداً ثم فكر ثم فكر وحاول أن تجد طريقة للتبسيط قبل الاشتقاق

م(س) = (١-س⁴)(١+س⁴)(١+س⁸)

م(س) = (١-س⁸)(١+س⁸)

م(س) = (١-س¹⁶)

م'(س) = -١٦س¹⁵ ⟸ م'(١) = -١٦(١)¹⁵ = -١٦ #

أ. معتصم رحال
00972 598 709 519

س٦/ اذا كان م(س) = س² ، هـ(س) = [٢س]

أولاً جد [أ] م'(٠) [ب] هـ'(٠) [ج] م×هـ(س) [د] (م×هـ)'(٠)

الحل [أ] م'(س) = ٢س

م'(٠) = ٢×٠ = صفر

أ. معتصم بسام رحال

الحل [ب] جد هـ'(٠) أولاً يجب اعادة تعريف اقتران الصحيح

طول الدرجة = $\frac{1}{\text{معامل س}} = \frac{1}{|2|} = \frac{1}{2}$

هـ(س) = { -١ ، -١/٢ ≤ س < صفر
صفر ، صفر ≤ س < ١/٢

الآن نبحث الاتصال عند س = صفر

هـ(س) غير متصل عند س = صفر

اذاً هـ'(٠) غير موجودة

لأن الاقتران غير متصل عند س = صفر

باختصار * اذا عوضنا داخل الصحيح وكان الناتج عدد صحيح ⟸ اذا المشتقة غير موجودة.
كسر ⟸ اذاً المشتقة صفر

(*) هناك طريقة مختصرة لحل المسألة
إختر اذا كان فيها اقتران اذا كرر عدد صحيح
ولجلب المشتقة عندنقطة
عوض داخل الصحيح واذا كان ناتج
التعويض داخل الصحيح كسراً تكون
المشتقة صفر.
أما اذا كان ناتج التعويض ≠ عدد صحيح
تكون المشتقة غير موجودة.

حل

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

تابع حل س٦ فرعي ب / صـ ١٨

$(م \times ه)(س) = م(س) \times ه(س)$

$م(س) = س^2$

$ه(س) = [2س]$

$$ه(س) = \begin{cases} -1 & ، -\frac{1}{2} \le س < ه_0 \\ ه_0 & ، ه_0 \le س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

← هذا الاقتران هاسا معنوا أحدنا تقريبه

$$(م \times ه)(س) = \begin{cases} س^2 \times -1 & ، -\frac{1}{2} \le س < ه_0 \\ س^2 \times ه_0 & ، ه_0 \le س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\therefore (م \times ه)(س) = \begin{cases} -س^2 & ، -\frac{1}{2} \le س < ه_0 \\ ه_0 & ، ه_0 \le س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

أ. معتصم ريحان

#

س٦ صـ ١٨ فرعي (ه) $(م \times ه)'(0)$ نستعين بالفرع ب

الحل

$$(م \times ه)(س) = \begin{cases} -س^2 & ، -\frac{1}{2} \le س < ه_0 \\ ه_0 & ، ه_0 \le س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

أولاً نبحث الاتصال عند الصفر قبل الاشتقاق.

$\lim_{س \to ه_0^+} (م \times ه)(س) = \lim_{س \to ه_0^-} (م \times ه)(س)$

$ه_0 = ه_0$

إذاً $\lim_{س \to ه_0} (م \times ه)(س) = ه_0$

$(م \times ه)(0) = 0$

$\therefore$ الاقتران $(م \times ه)(س)$ متصل عند $س = ه_0$

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس والبوتوب

ثانياً نبحث الاشتقاق عند الصفر

$$(م \times ه)'(س) = \begin{cases} -2س & ، -\frac{1}{2} < س < ه_0 \\ ه_0 & ، ه_0 < س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$(م \times ه)'_+(0) = (م \times ه)'_-(0)$

$ه_0 = -2 \times ه_0$

$ه_0 = ه_0$

$\therefore (م \times ه)'(0) = ه_0$

$$\therefore (م \times ه)'(س) = \begin{cases} -2س & ، -\frac{1}{2} < س < ه_0 \\ ه_0 & ، ه_0 \le س < \frac{1}{2} \end{cases}$$

#

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

تابع س٦

ثانياً/ هل هذا يتناقض مع قاعدة حاصل ضرب اقترانين ؟؟ مع إجابتك ؟؟

لأنه لا يمكننا أن نحدد أن الاقتران مشتق أولاً إلا بالعودة إلى الاقتران الأصلي وعجز الاشتقاق ، وهذا لا يتعارض مع قاعدة الضرب .

(*) قاعدة مهمة للاقتران صحيح العدد : هذا يطبق في أسئلة اختر

اذا كان اقتران صحيح السينة لوحده (غير مضروب أو مقسوم على اقتران)

① اذا كان ناتج التعويض في اقتران صحيح السينة ⇐ عدد صحيح ⇐ المشتقة غ.م

② اذا كان ناتج التعويض في اقتران صحيح السينة ⇐ عدد غير صحيح ⇐ المشتقة صفر

س٧/ اذا كان م(س) = س^٤ + ب س^٣ - ٢ ، جد قيمة ب حيث م''(٢) = ١٨

المشتقة الثالثة.

الحل/ م'(س) = ٤س^٣ + ٣ب س^٢

م''(س) = ١٢ س^٢ + ٦ ب س

م'''(س) = ٢٤ س + ٦ ب

م'''(٢) = ٢٤ × ٢ + ٦ ب = ١٨

٦ ب = ١٨ - ٤٨

٦ ب = -٣٠

ب = -٥ #

أ. معتصم ريحاني
00972598709519
تابعين لنا على الفيس والبوتيوب

س٨/ اذا كان م(س) = س^ن ، ن ∈ ص وكان م'''(س) = ب س جد قيمة الثابت ب

الحل/ م'(س) = ن س^(ن-١)

م''(س) = ن(ن-١) س^(ن-٢)

م'''(س) = ن(ن-١)(ن-٢) س^(ن-٣)

للاقتران ① ب س = ن(ن-١)(ن-٢) س^(ن-٣)

ن - ٣ = ١ ∴ ن = ٤

ب = ٤(٤-١)(٤-٢)

ب = ٢٤ × ٢

ب = ٤٨ #

أ. معتصم ريحاني

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

رابع لقاء لدرس قواعد الاشتقاق

2016 اذا كان $ص = ٢س$ فإن $\frac{د}{دس}(ص ص_{ك})$

(أ) $\frac{١}{٢س}$ (ب) صفر (ج) ١ (د) $\frac{١}{٢س}$

الحل

$$\frac{د}{دس}(ص ص_{ك}) = ص \times ص_{ك}' + ص_{ك} \times ص'$$

الأول م. الثاني + الثاني م. الأول

$$= س^{\frac{١}{٢}} \times -\frac{١}{٤} س^{-\frac{٣}{٢}} + \left(-\frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}\right)^{٢}$$

$$= -\frac{١}{٤} س^{-١} + \frac{١}{٤} س^{-١}$$

$$= صفر$$

$ص = ٢س$

$ص = س^{\frac{١}{٢}}$

$ص_{ك} = \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$

$ص_{ك}' = -\frac{١}{٤} س^{-\frac{٣}{٢}}$

$-\frac{١}{٤} \times ٢ \times ٢ = -١$

2017 اذا كان $م(س) = س^{٥} - ٢٠ س^{٤} + ٨س$ وكان $م''(-١) = ٢٠$

فإن قيمة الثابت ٢ تساوي .

(أ) ٤ (ب) $-\frac{٢٠}{٣}$ (ج) -٤ (د) $\frac{٢٠}{٣}$

الحل

$م'(س) = ٥س^{٤} - ٨٠ س^{٣} + ٨$

$م''(س) = ٢٠ س^{٣} - ٢٤٠ س^{٢}$

$م''(-١) = ٢٠(-١)^{٣} - ٢٤٠ ٢$

$٢ = -٢٠ - ٢٤٠ ٢$

$٢٤٠ ٢ + ٢ = -٢٠$

$\frac{٢٤٠ ٢}{٥} = \frac{-٢٠}{٥} \Leftarrow ٢ = -٤$

صـ١

أ. مقصد ريحان
00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

#علمي

2016 دور ثاني — اذا علمت أن $م(س) = [\frac{1}{3}س + 5]$ فإن $م'(12) =$

(أ) ٤ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) صفر (د) غير موجودة.

عدد صحيح ← كسر

صفر ← غ.م

$م(س) = [\frac{1}{3} \times 12 + 5]$

$م(س) = [9]$ ← عدد صحيح ← اذاً غير موجودة

2019 أي من الاقترانات الآتية يكون قابلاً للاشتقاق على ح

(أ) $م(س) = [س - 2]$ (ب) $م(س) = |س - 2| - |س|$

(ج) $م(س) = [س - 2] - [س]$ (د) $م(س) = \sqrt{س^2 + 2س + 1}$

(أ) $م(س) = [س - 2]$ غير متصل وغير قابل للاشتقاق عند نقاط التحول لأنه اقتران درجي (سُلمي).

(ب) $|س - 2| - |س|$ غير قابل للاشتقاق عند نقطة التحول $س = 2$

(ج) $م(س) = [س - 2] - [س]$

$= [س] + [-2] - [س] = [-2] = -2$

$م(س) = -2$ ← ثابت

كثير حدود من الدرجة الصفرية

(د) $م(س) = \sqrt{س^2 + 2س + 1}$ غير قابل للاشتقاق عند $س = -1$

$م(س) = \sqrt{(س+1)^2} = |س + 1|$

أ. معتصم ريحان
0598709519

CamScanner بـ ضوئيا

2019 اذا كان م(س) = س × ك(س) ، م(٢) = -٦ ، ك(٢) = ٤

فجد قـ(٢)

(أ) -٣ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ١١

الحل

قـ(س) = س × ك(س) + ك(س) × ١

(م. الأول) (الثاني) (م. الثاني) (الأول)

قـ(٢) = ٢ × ك(٢) + ك(٢)

قـ(٢) = ٢ × ٤ + (-٣)

قـ(٢) = ٨ - ٣

قـ(٢) = ٥

م(س) = س ك(س)

م(٢) = ٢ ك(٢)

-٦ / ٢ = ٢ ك(٢) / ٢

ك(٢) = -٣

#علمي

أ. معتصم ريحاني

2019 اذا كان م(س) = { ٢س^٢ + ٣س + ٤ ، س ≤ ١ ; ٥س - ٣ ، س > ١ } فما قيمة قـ(١)

(أ) ٥ (ب) ٥/٤ (جـ) صفر (د) غير موجودة.

نبحث الاتصال عند ١

نهـ م(س) = نهـ م(س)

س → ١+ ، س → ١-

٢ = ٢

الاقتران متصل عند س = ١

الآن نبحث الاشتقاق عند س = ١

قـ(س) = { ٤س + ٣ ، س < ١ ; ٢س^٢ + ٣س + ٤ ، س > ١ ; ٥ ، س = ١ }

قـ(١)+ = قـ(١)-

٥/٤ ≠ ٥

∴ قـ(١) غير موجودة.

أ. معتصم ريحاني

00972598709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

2019 دور ثاني

اذا كان م(س)، ك(س) اقترانين قابلين للاشتقاق على ح

حيث ك(س) = م(س) ، فإن ك'(س) = - ك(س)

فما مشتقة ك''(س)

(أ) م(س) (ب) - م(س) (ج) - ك(س) (د) ك(س)

الحل

ك(س) = م(س)

ك'(س) = م'(س) = - ك(س)

ك''(س) = م''(س) = - ك'(س) = - م(س)

ك'''(س) = م'''(س) = - ك''(س) = - م'(س)

⇐ م'(س) = - ك'(س)

- م'(س) = - - ك(س) = ك(س)

2019 دور ثاني

إذا كانت م(س) = { س² + ٢ ، س ≠ ٥ ; ٢٠ ، س = ٥ }

فما مشتقة م'(٥)

(أ) صفر (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) غير موجودة

نبحث الاتصال أولاً عند س = ٥

نهـ م(س) = نهـ م(س)

س ← ٥⁺ = س ← ٥⁻

٥² + ٢ = ٥² + ٢

٢٧ = ٢٧

الاقتران متصل عند س = ٥

لأنه م(٥) = ٢٧

نهـ م(س) = ٢٧

س ← ٥

م(٥) = ٢٧

∴ غير قابل للاشتقاق عند س = ٥

الصورة ≠ النهاية

دائماً اذا أردنا إيجاد النهاية من مثل هذه الأسئلة فإننا نفوض عند (اللامساوي)

الجواب

CamScanner الضوئي بـ

أ. معتصم ريحان

خارجي اذا كان $م(س) = |س|^{3}$ فجد ① $م'(0)$ ② $م''(0)$ ③ $م^{(3)}(0)$ ④ $م^{(4)}(0)$ (صفر)

الحل نجد بتعريف اقتران العصابة المطلقة

$س = 0$

$$م(س) = \begin{cases} س^{3} & ، س \geq صفر \\ -س^{3} & ، س < صفر \end{cases}$$

نبحث الاتصال عند الصفر

$\lim_{س \to 0^{+}} م(س) = \lim_{س \to 0^{-}} م(س)$

$صفر = صفر$

$\therefore م(س)$ متصل عند $س = صفر$

لكن نبحث الاشتقاق $م'(س) =$

$$\begin{cases} 3س^{2} & ، س \geq صفر \\ -3س^{2} & ، س < صفر \end{cases}$$

$م'(0)^{+} = م'(0)^{-}$

$صفر = صفر$

$\therefore م'(0) = صفر$

بعد ما نفحص الاشتقاق من اليمين واليسار فإذا كانت موجودة نرجع البياني

الآن لايجاد $م''(0)$ يجب أن نبحث الاتصال عند $س = صفر$ في الاقتران الجديد $م'(س)$

$$م''(س) = \begin{cases} 6س & ، س \geq صفر \\ -6س & ، س < صفر \end{cases}$$

$\lim_{س \to 0^{+}} م''(س) = \lim_{س \to 0^{-}} م''(س)$

$صفر = صفر$

$م''$ متصل عند $س = صفر$

$م''(0)^{+} = م''(0)^{-}$

$صفر = صفر$

$\therefore م''(0) = صفر$

أ. معتصم ريحان

0598709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

∵ الآن لا يجاد $\overline{\overline{ق}}(س)$ نبحث الاتصال عند $س = هـ$
في الاقتراب الجديد $\overline{\overline{ق}}(س)$

$$\overline{\overline{ق}}(س) = \begin{cases} ٦س & ، س \geq هـ \\ -٦س & ، س < هـ \end{cases}$$

بما $\overline{\overline{ق}}(س) = ق(س)$
$س \to هـ^+ \Leftarrow س > هـ$
$س \to هـ^- \Leftarrow س < هـ$

$هـ = هـ$

∴ $\overline{\overline{ق}}(س)$ متصل عند $س = هـ$
إذن نبحث الاتصال عند $\overline{\overline{ق}}(س) = \begin{cases} ٦ & ، س \geq هـ \\ -٦ & ، س < هـ \end{cases}$

$$\overline{\overline{ق}}(٠)^+ = \overline{\overline{ق}}(٠)^-$$

$$٦ = -٦$$

∴ $\overline{\overline{ق}}(٠)$ = غير موجودة.

ب) $\overline{\overline{ق}}^{(٤)}(هـ)$ = غير موجودة.

أ. معتصم رجاب
00972598709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

الحصة التاسعة

توجيهي علمي 2022

أ. معتصم بسام ريحان
0597259870951

خامس لقاء درس قواعد الإشتقاق

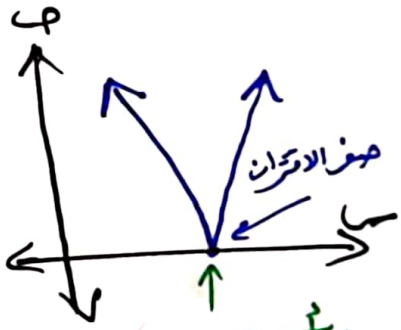
ملاحظات هامة :-

اقتران العتبة المطلقة

إذا كانت

خطي $|ps+ب|$

1. متصل على ح .
2. قابل للاشتقاق على ح - { صفر الاقتران }



رأسي مدبب
يمكنه رسم أكثر من مماس عنده إذا المشتقة عنده غير موجوده .

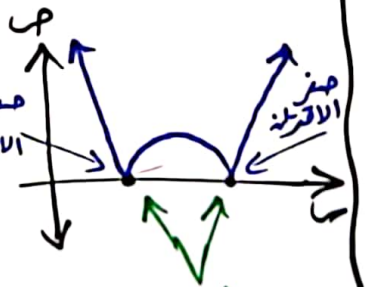
إذا كان

تربيعي $|ps^2+بس+جـ|$

$ب^2-4pجـ>0$

له صفران مختلفان

1. متصل على ح
2. قابل للاشتقاق على ح - { صفري الاقتران }

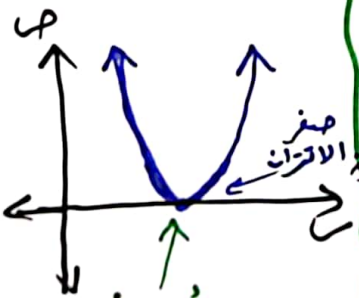


رأسي مدبب
يمكنه رسم أكثر من مماس عنده إذا المشتقة عنده غير موجودة

$ب^2-4pجـ=0$

له صفر وحيد

1. متصل على ح
2. قابل للاشتقاق على ح .

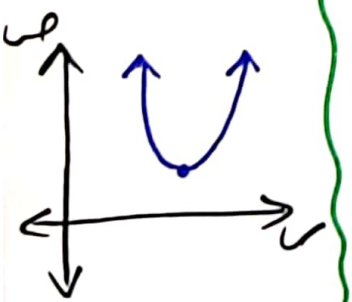


رأسي غير مدبب يمكنه رسم مماس وحيد إذا المشتقة عنده موجوده .

$ب^2-4pجـ<0$

ليس له أصفار حقيقية

1. متصل على ح
2. قابل للاشتقاق على ح .



أ. معتصم ريحان
0598709519

أ

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

أ. معتصم ريحان

إقتران العمى الملحقة عرض مباشرة في داخلة تزداد كما الناتج

لايجاد المشتقة عند نقطة

#علمي 2004

عدد موجب	عدد سالب	صفر
نأخذ القاعدة الموجبة للإقتران ثم نشتق ثم نعوض بالنقطة	نأخذ القاعدة السالبة للإقتران ثم نشتق ثم نعوض بالنقطة	لازم نعيد تعريف الإقتران المشتقة عند هذه النقطة فقط

مشتقة الإقتران عند نقطة p

إذا كان

متصل عند p

- قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f(x)$ موجودة
- غير قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f(x)$ غير موجودة

إذا كانت متصل عند p

- قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f'(x)$ موجودة
- غير قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f'(x)$ غير موجودة.

إذا كان متصل عند p

- قابل للاشتقاق عند p. : $\lim_{x \to p} f''(x)$ موجودة
- غير قابل للاشتقاق عند p. : $\lim_{x \to p} f''(x)$ غير موجودة.

إذا كانت غير متصل عند p

- غير قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f''(x)$ غير موجودة

إذا كانت غير متصل عند p

- غير قابل للاشتقاق عند p: $\lim_{x \to p} f'(x)$ غير موجودة

غير متصل عند p

- غير قابل للاشتقاق عند p

وهكذا ↓

f^2

أ. معتصم بسام ريحان
00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

توجيهي علمي 2022

✱ مشتقة الاقترانات الجذرية :

الطريقة العامة

$$م(س) = (ق(س))^{\frac{ن}{م}}$$

$$م'(س) = \frac{ن}{م}(ق(س))^{\frac{ن-م}{م}} \times ق'(س)$$

طريقة خاصة

$$م(س) = \sqrt[م]{(ق(س))^{ن}}$$

$$م'(س) = \frac{ن}{م} \times \frac{ق'(س)}{\sqrt[م]{(ق(س))^{م-ن}}}$$

$$م(س) = (س+٧)^{\frac{٥}{٦}}$$

$$م'(س) = \frac{٥}{٦}(س+٧)^{\frac{-١}{٦}} \times (١)$$

$$م(س) = \sqrt[٦]{(س+٧)^{٥}}$$

$$م'(س) = \frac{٥}{٦} \times \frac{١}{\sqrt[٦]{(س+٧)^{٦-٥}}}$$

$$م(س) = (س^{٤}-٦س)^{\frac{٣}{٤}}$$

$$م'(س) = \frac{٣}{٤}(س^{٤}-٦س)^{\frac{-١}{٤}} \times (٤س^{٣}-٦)$$

$$م(س) = \sqrt[٤]{(س^{٤}-٦س)^{٣}}$$

$$م'(س) = \frac{٣}{٤} \times \frac{٤س^{٣}-٦}{\sqrt[٤]{(س^{٤}-٦س)^{٤-٣}}}$$

$$م'(س) = \frac{٦س-١٨}{\sqrt[٤]{(س^{٤}-٦س)^{٣}}}$$

$$م(س) = (٥س+٩)^{\frac{١}{٣}}$$

$$م'(س) = \frac{١}{٣}(٥س+٩)^{\frac{-٢}{٣}} \times (٥)$$

$$م(س) = \sqrt[٣]{(٥س+٩)^{١}}$$

$$م'(س) = \frac{١}{٣} \times \frac{٥}{\sqrt[٣]{(٥س+٩)^{٢}}}$$

$$م'(س) = \frac{٥}{٣\sqrt[٣]{(٥س+٩)^{٢}}}$$

$$م(س) = \sqrt[م]{(أس+ب)^{ن}}$$

$$م'(س) = \frac{ن}{م} \times \frac{(أس+ب)}{\sqrt[م]{(أس+ب)^{م-ن}}}$$

#علمي

أ. معتصم رحال

00972598709519

هذا ناتج طرح 2 من دليل الجذر الأسي الداخل

الطريقة بشكل عام

3

ص

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم رمحي

توجيهي علمي 2022

2020

2020 / سي

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ٤ & ، س \neq ٢ \\ ٦س & ، س = ٢ \end{cases}$

فما نهاية $ق(٢)$

(أ) ٨ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) غير موجودة

الحل / أولاً نبحث الإتصال عند $س = ٢$

نهاية $ق(س) = ٢(٢)^{٢} + ٤ = ١٢$ $\quad$ $ق(٢) = ٦ \times ٢ = ١٢$

$س \to ٢$

النهاية = الصورة إذاً الاقتران $ق(س)$ متصل عند $س = ٢$

الآن نبحث الإشتقاق عند $س = ٢$

$$ق'(س) = \begin{cases} ٤س & ، س \neq ٢ \\ ٦ & ، س = ٢ \end{cases}$$

لازم نعوض عندها عند الاشتقاق ولا نضعها.

لاحظ عند الاشتقاق لانعوض بالمساواة.

$ق'(٢^{+}) = ٤ \times ٢ = ٨$

$ق'(٢^{-}) = ٤ \times ٢ = ٨$

بما أن $ق'(٢^{+}) = ق'(٢^{-})$

$\therefore ق'(٢) = ٨$

أ. معتصم بسام رمحي

00972598709519

رياضيات - توجيهي

CamScanner

توجيهي - علمي 2004

علمي 2025 (مقالي)

اذا كان م(س) = [٢س + ٦٫١] (٥ - س - ١)^٢ فما قيمة مَ (٢٫٠)

الحل: هنا م(س) عبارة عن ضرب اقترانين إحداهما اقتران أكبر عدد صحيح

اذاً يفيد تعريف اقتران الصحيح .

أ. معتصم ريحان

طول الدرجة = |مقلوب معامل س| = (١/٢)

٢س + ٦٫١ = صفر

٢س = - ٦٫١

س = - ٣٫٠

نقطة تحول ٢٫٠

نحن نريد الفترة التي فيها ٢٫٠

٠٫٨ - ٠٫٣ - ٠٫٢ ٠٫٧

لاحظ طول الدرجة ٠٫٥ = ١/٢

∴ [٢س + ٦٫١] = { ١ ، -٠٫٣ ≤ س < ٠٫٢ ; ٢ ، ٠٫٢ ≤ س < ٠٫٧ }

بحثنا الإتصال

نهاية م(س) عندما س → ٠٫٢+ = صفر

نهاية م(س) عندما س → ٠٫٢- = صفر

م(س) = { ١ × (٥ - س - ١)^٢ ، -٠٫٣ ≤ س < ٠٫٢ ; ٢ × (٥ - س - ١)^٢ ، ٠٫٢ ≤ س < ٠٫٧ }

هنا لازم نبحث الاتصال عند س = ٠٫٢ ونجد أنه متصل عند س = ٠٫٢

مَ(س) = { ٢ × (٥ - س - ١)^٢ × (٥) ، -٠٫٣ < س < ٠٫٢ ; ٤ × (٥ - س - ١)^٢ × ٥ ، ٠٫٢ ≤ س < ٠٫٧ }

قَ(س) = { ١٠ (٥ - س - ١) ، -٠٫٣ < س < ٠٫٢ ; ٢٠ (٥ - س - ١) ، ٠٫٢ ≤ س < ٠٫٧ }

لاحظ: رغم علامة المساواة عندما اشتقينا أعطينا طبيعيا مساواة لأنه طلقة موجودة

قَ(٢٫٠)+ = قَ(٢٫٠)-

٢٠ (٥ × ٠٫٢ - ١)^٢ = ١٠ (٥ × ٠٫٢ - ١)

صفر = صفر

∴ قَ(٢٫٠) = صفر

أ. معتصم بسام ريحان .

أ. معتصم ريحان

للفائدة أكثر تابعني على صفحتي على الفيس وقناتي على اليوتيوب

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

تجريبي القدس 2020

اذا كانه م(س) = [س+٧] - [س] + |٢س| ، س ∈ [-٥، ٣]

مباشرة م(٣)

ⓐ ٢ ⓑ -٢ ⓒ ١٣ ⓓ غير موجودة

خاصية لاقتران الصحيح

$[س \pm ص] = [س] \pm ص$

اقتران الصحيح يوزع على الجمع والطرح ولا يوزع على الضرب والقسمة بشرط ص ∈ ح

الحل م(س) = [س] + ٧ - [س] + |٢س|

م(س) = ٧ + |٢س|

م(س) = ٧ + |٢س|

نعيد تعريفها

٢س = ٠ ⇐ س = ٠

	٠	
٢س	-	+
-٢س	+	-

|٢س| = { ٢س ، س ≥ ٠ ; -٢س ، س < ٠ }

سنأخذ الفترة السالبة لأنه السؤال طلب المشتقة عند -٣ وهي تقع ضمن الفترة السالبة

م(س) = ٧ + -٢س

الاقتران م(س) متصل عند س = -٣ لأنه كثير حدود.

م'(س) = -٢

م'(-٣) = -٢ #

أ. معتصم بسام ريحان
00972598709519

2019 يطا

اذا كانه م(١) = ٥ ، م'(١) = ١ ، م'(٤) = ٢

مباشرة $\left(\frac{م}{م'}\right)'(٤)$

الحل $\frac{م'(٤) \times م(٤) - م(٤) \times م'(٤)}{(م'(٤))^{٢}}$

المقام م. البسط البسط م. المقام

ترسيمي المقام

أكمل بنفسك

عوض سؤال مباشر

أ. معتصم ريحان
تابعنا على الفيس واليوتيوب

ص٦

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

توجيهي - علمي 2004

خارجي / $\frac{د}{دس}(م(س^2)) = 2س^5 + 6س^3$ فإن م(س)

الحل

$م(س^2) \times 2س = 2س^5 + 6س^3$ ← مشتقة توس

نقسم الطرفين على $2س$

$م(س^2) = س^4 + 3س^2$

المطلوب $م(س) = س^2 + 3س$

المطلوب م(س) يعني بدفع كل س² وبنحط مكانها س.

لاحظ لم نشتق الطرفين ولكن فقط الأيمن لأنه عنده مشتقة

أ. معتصم ريحان

2019 $م(س) = س^2 \times [س + 6و.]$ فجد قيم $(4و.)$

بما أن اقتران الصحيح مقترن باقتران آخر يجب إعادة تعريف اقتران الصحيح.

طول الدرجة = $\left|\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل س}}\right| = 1$

$س + 6و. = .$

$س = -6و.$

$-6و.$	$.$	$4و.$	1	$4و1$

$[س + 6و.] = \begin{cases} \text{صفر} & ، -6و. \le س < 4و. \\ 1 & ، 4و. \le س < 4و1 \end{cases}$

$م(س) = \begin{cases} س^2 \times \text{صفر} & ، -6و. \le س < 4و. \\ س^2 \times 1 & ، 4و. \le س < 4و1 \end{cases}$

الآن نفحص الاتصال عند $س = 4و.$

الاقتران $م(س)$ غير متصل عند $س = 4و.$

إذاً الاقتران $م(س)$ غير قابل للاشتقاق عند $س = 4و.$

∴ $م(4و.)$ = غير موجودة

#

أ. معتصم ريحان
00972 598 709 519

Camscanner بـ 56 صوتيا

2022/2004 # توجيهي علمي

تجريبي تلقيلية 2019

اذا كان $م(س) = \frac{1}{جـ} س^{ن}$ وكان $م''(س) = (جـ+٢) س$ فإن $ن$ تمثل $جـ$ الموجبة

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٢

الحل $م(س) = \frac{ن}{جـ} س^{ن-١}$

$م'(س) = \frac{ن}{جـ} \times (ن-١) \times س^{ن-٢}$

$م''(س) = \frac{ن}{جـ} \times (ن-١) \times (ن-٢) \times س^{ن-٣}$

$\Downarrow$

$(جـ+٢) س = \frac{ن}{جـ} \times (ن-١) \times (ن-٢) \times س^{ن-٣}$

القوة = القوة

المعامل = المعامل

$١ = ن-٣$

$ن = ٤$

$جـ+٢ = \frac{٤}{جـ} \times (٤-١) \times (٤-٢)$

$\frac{جـ+٢}{١} \times \frac{جـ}{٢٤}$

$جـ^{٢} + ٢جـ = ٢٤$

$جـ^{٢} + ٢جـ - ٢٤ = ٠$

$(جـ+٦)(جـ-٤)$

$جـ = -٦$ أو $جـ = ٤$ ✗

السالب مرفوض

$\therefore جـ = ٤$

أ. معتصم ريحان

رياضيات - توجيهي

أ. معتصم ريحان

00972598709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

الدرس الثالث ((مشتقات الاقترانات المثلثية))

الجهة العاشرة

توجيهي علمي 2022

أ. معتصم ريحان

أول لقاء

علمي #

(*) م (س) ⟵ م' (س)

1. جاس ⟵ جتاس
2. جتاس ⟵ − جاس
3. ظاس ⟵ قا²س
4. ظتاس ⟵ − قتا²س
5. قاس ⟵ قاس ظاس
6. قتاس ⟵ − قتاس ظتاس

(*) قاس = $\frac{1}{\text{جتاس}}$

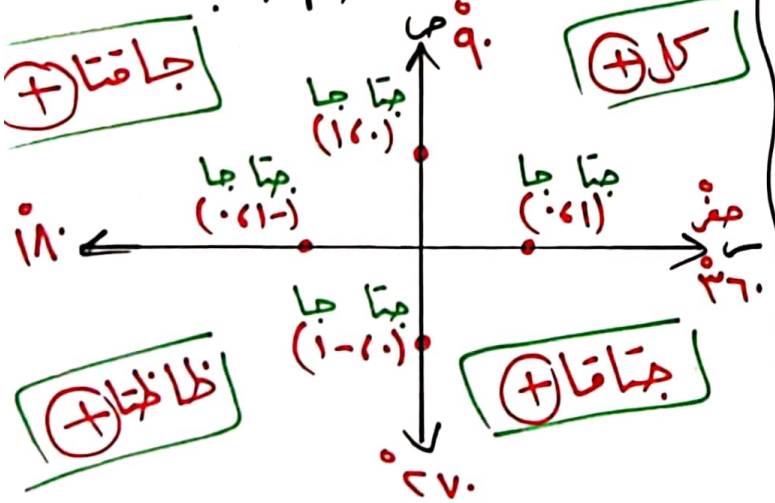
(*) قتاس = $\frac{1}{\text{جاس}}$

(*) ظتاس = $\frac{1}{\text{ظاس}} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$

ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

(*) قوانين ومتطابقات مثلثية مهمة جداً :-

1. جا²س + جتا²س = 1 ← القانون العام
2. 1 + ظا²س = قا²س
3. 1 + ظتا²س = قتا²س
4. جا٢س = ٢ جاس جتاس
5. جتا٢س = { جتا²س − جا²س ; ٢ جتا²س − 1 ; 1 − ٢ جا²س }
6. ظا٢س = $\frac{\text{٢ ظاس}}{\text{١ − ظا²س}}$
7. جا²س = $\frac{1}{2}$ (١ − جتا٢س)
   جتا²س = $\frac{1}{2}$ (١ + جتا٢س)
8. ظا (أ+ب) = $\frac{\text{ظاأ + ظاب}}{\text{١ − ظاأ ظاب}}$



الجتا هو المقطع السيني على قاعدة جبتلك ياستي.

الجيب هو المقطع العادي

أ. معتصم ريحان

00972598709519

فيس خاصة إلكتروني زوووم

تابعني على اليوتيوب والفيس

Camscanner ممسوحة ضوئيا بـ

مثال ① ص ١٩

اذا كان م(س) = س جاس ، جد مَ $(\frac{\pi}{2})$

الحل

مَ(س) = س × جتاس + جاس × ١ ← طبقنا قاعدة الضرب

(الأول × م. الثاني) + (الثاني × م. الأول)

مَ $(\frac{\pi}{2})$ = $\frac{\pi}{2}$ × جتا$\frac{\pi}{2}$ + جا$\frac{\pi}{2}$

جتا٩٠ = صفر

جا٩٠ = ١

مَ $(\frac{\pi}{2})$ = ١

مثال ② ص

م(س) = $\frac{س^2}{جتاس}$ جد مَ(س)

طبقنا قاعدة القسمة

الحل

مَ(س) = $\frac{(جتاس)(2س) - (س^2)(-جاس)}{(جتاس)^2}$ ← تربيع للمقام

(المقام × م. البسط) − (البسط × م. المقام) / (المقام)²

= $\frac{2س جتاس + س^2 جاس}{جتا^2 س}$

مثال ③ ص

اذا كان م(س) = قاس + ظاس ، جد مَ(س) ، مَ $(\frac{\pi}{4})$

الحل

مَ(س) = قاس ظاس + قا²س

مَ(س) = قاس (ظاس + قاس)

مَ $(\frac{\pi}{4})$ = قا$\frac{\pi}{4}$ (ظا$\frac{\pi}{4}$ + قا$\frac{\pi}{4}$)

مَ $(\frac{\pi}{4})$ = $\sqrt{2}$ (١ + $\sqrt{2}$)

مَ $(\frac{\pi}{4})$ = $\sqrt{2}$ + ٢

أخذنا قاس(س) عامل مشترك

ملاحظات

قا$\frac{\pi}{4}$ = $\frac{١}{جتا\frac{\pi}{4}}$ = $\frac{١}{\frac{١}{\sqrt{2}}}$ = $\sqrt{2}$

ظا$\frac{\pi}{4}$ = ١

$\frac{\pi}{4}$ = ٤٥°

مثال ④ ص

إذا كانت ص = قتاس ظتاس ، أثبت أن $\frac{د ص}{د س}$ = قتاس − ٢قتا³س

الحل

$\frac{د ص}{د س}$ = (قتاس)(−قتاس) + (ظتاس)(−قتاس ظتاس) ← طبقنا قاعدة الضرب

(الأول × م. الثاني) + (الثاني × م. الأول)

$\frac{د ص}{د س}$ = −قتا³س − قتاس ظتا²س

$\frac{د ص}{د س}$ = −قتا³س − قتاس (قتا²س − ١)

$\frac{د ص}{د س}$ = −قتا³س − قتا³س + قتاس

$\frac{د ص}{د س}$ = −٢قتا³س + قتاس #

$\frac{د ص}{د س}$ = قتاس − ٢قتا³س

لاحظ استخدمنا المتطابقة التالية

١ + ظتا²س = قتا²س

ظتا²س = قتا²س − ١

قتاس / ظتاس / قاس

قا × جتا

جتا × قا

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

(*) تمارين ومسائل (١-٣) ص٢١٦ ((درس مشتقة الاقترانات المثلثية))

أ. معتصم ريحان

س١) جد $\frac{ds}{dx}$ لكل مما يأتي :-

أ) $ص = ٢ جتاس - ٢ ظاس$ الحل $\frac{ds}{dx} = -٢ جاس - ٢ قا^٢ س$

ب) $ص = \frac{١ - قاس}{١ + قاس}$ ← نطبق قاعدة القسمة

الحل $\frac{ds}{dx} = \frac{(١+قاس) \times (-قاس ظاس) - (١-قاس) \times (قاس ظاس)}{(١+قاس)^٢}$

م.ا = المقام، م.ب = البسط، ب = البسط، م = المقام

← تربيع المقام

$= \frac{-قاس ظاس - قا^٢ س ظاس - قاس ظاس + قا^٢ س ظاس}{(١+قاس)^٢}$

$= \frac{-٢ قاس ظاس}{(١+قاس)^٢}$

قا ظا قتا ظتا

أ. معتصم ريحان

جـ) $ص = \frac{س}{قاس + ظتاس}$ ← نستخدم قاعدة القسمة

الحل $\frac{ds}{dx} = \frac{(قاس + ظتاس) \times ١ - (س) \times (-قاس ظاس + -قتا^٢ س)}{(قاس + ظتاس)^٢}$

م.ا = المقام، م.ب = البسط، ب = البسط، م = المقام

$= \frac{(قاس + ظتاس) + س قاس (ظتاس + قتاس)}{(قاس + ظتاس)^٢}$

$= \frac{١ + س قتاس}{قاس + ظتاس}$

أخذنا $قتاس$ عامل مشترك

#

أ. معتصم ريحان
00972598 709519

تابعني على الفيس واليوتيوب

(*) حصص خاصة إلكترونية على الزووم.

ص3

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

تم تجميعي على ص 22

أ. معتصم ريحان

تابع سؤال فرعي (5)

ص = س^ظا س

الحل: ص' = س^ظا س × (قا س ظا س) + (قا س)^2 × (ظا س)

قاعدة الضرب: م.الأول × مشتقة الثاني + مشتقة الأول × م.الثاني

ص' = س^ظا س (ظا س قا س + قا^2 س) #

تابع على اليوتيوب ستصعين

(6) إذا كان ص = ظا س ، س ≠ (ن + 1/2)π ، ن ∈ ص ، أثبت أن: ص'' = 2ص(1 + ص^2)

الحل: ص = ظا س ⇐ ص' = (قا س)^2

مشتقة قاعدة القوس ←

⇐ ص'' = 2(قا س)(قا س ظا س)

⇐ ص'' = 2ظا س (قا^2 س) ⇐ ص'' = 2ظا س (1 + ظا^2 س)

⇐ ص'' = 2ص(1 + ص^2) #

(*) لاحظ استخدمنا هوية المتطابقة المهمة: 1 + ظا^2 س = قا^2 س

أ. معتصم بسام ريحان

---

(7) إذا كان ص = جا س / س ، س ≠ 0 ، أثبت أن: ص'' + 2/س ص' + ص = 0

ضربنا بالبادي

الحل: س ص = جا س

هنا استخدمنا قاعدة الضرب.

س ص' + ص × 1 = جتا س

هنا اشتقينا كمان مرة.

س ص'' + ص' × 1 + ص' = −جا س

ثم نقسم كل المعادلة على س عشان وخلي عينك على المطلوب في السؤال.

ص'' + 2/س ص' = −جا س / س

ص'' + 2/س ص' + ص = 0 #

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعني على الفيس واليوتيوب

Camscanner بـ صورتي

تمارين وسائل الدرس ص٢١

٣٦٠ ، ٣٦٠-

اذا كان م(س) = ½ س² - جتاس ، س ∈ [-٣٣٢ ، ٣٣٢]

جد مجموعة قيم س التي تجعل قَ(س) = صفر

الحل / قَ(س) = س - جاس

قَ(س) = ١ + جتاس

قَ(س) = صفر ⇐ ١ + جتاس = ٠ ⇐ جتاس = -١

∴ س = ١٨٠

لاحظ مقطع فترة [-٣٣٢ ، ٣٣٢] اذاً سنبحث فيما عدا كل الزوايا التي جيب تمامها يساوي (-١) ونجد أن س = -١٨٠ أيضاً لأن جتا-١٨٠ = -١

لذلك ١٨٠ - ٣٦٠ = -١٨٠ تكافئ ١٨٠ ولها نفس جيب التمام

∴ مجموعة الحل = { -١٨٠° ، ١٨٠° }

انتهت تمارين وسائل الدرس ص٢١ من الكتاب الوزاري

2015 / اذا كان م(س) = جتا٢س ، فإن قَ(س) + ٥ م(س) يساوي

(أ) جتا٢س (ب) ٩ جتا٢س (ج) -٩ جتا٢س (د) -٤ جتا٢س

الحل / قَ(س) = -جا٢س × ٢

قَ(س) = -٢ جا٢س

قَ(س) = -٢ × جتا٢س × ٢

قَ(س) = -٤ جتا٢س

المطلوب قَ(س) + ٥ م(س)

-٤ جتا٢س + ٥ جتا٢س = جتا٢س

فيديوهات خاصة الكترونية على الزووم.

أ. معتصم ريحان

تابعني على اليوتيوب والفيس للفائدة أكثر.

00972598709519

ص ك

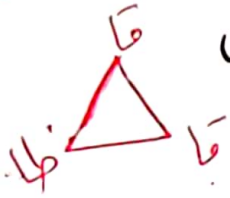
ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحصة رقم [11]
توجيهي علمي 2022
أ. معتصم ريحان 0598709519

مشتقة الاقترانات المثلثية
علمي — ثاني لقاء للدرس

2012 اذا كان ص = قاس + ظاس فإن $\frac{دص}{دس}$ يساوي:

(أ) قاس (ب) قتاس (ج) -قاس (د) -قتاس



الحل $\frac{دص}{دس}$ = قاس ظاس + قأس

$$\frac{دص}{دس} = \frac{قاس ظاس + قأس}{قاس + ظاس} = \frac{قاس (قاس + ظاس)}{قاس + ظاس} = قاس \#$$

2015 اذا كان ص = ظاس جا٢س ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عندما س = $\frac{\pi}{4}$ يساوي

لاحظ أن: $قأ\frac{\pi}{4} = \frac{1}{جتا^2 \frac{\pi}{4}}$

$\Leftarrow \frac{1}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$

$\Leftarrow$ ٢

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) ٢

الحل $\frac{دص}{دس}$ = (ظاس)(٢ جتا٢س) + (جا٢س)(قأس)

م. الأول — الأول — م. الثاني — الثاني

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=\frac{\pi}{4}}$ = (ظا$\frac{\pi}{4}$)(٢ جتا٢×$\frac{\pi}{4}$) + (جا٢×$\frac{\pi}{4}$)(قأ$\frac{\pi}{4}$)

لاحظ ↘

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=\frac{\pi}{4}}$ = (١)(٢ × صفر) + (١)(٢)

صفر + ٢ = ٢ #

2016 إكمال اذا كانت ص = قاس فإن $\frac{دص}{دس}$ يساوي

(أ) ٢ قاس ظاس (ب) ٢ قاس ظاس (ج) ٢ قاس ظاس (د) ٢ ظاس

الحل $\frac{دص}{دس}$ = ٢ × (قاس) × (قاس × ظاس)

مشتقة القوس — × مشتقة ما داخل القوس

لخصنا هنا قاعدة

مشتقة القوس × مشتقة ما داخل القوس

$\frac{دص}{دس}$ = ٢ قأس ظاس

أ. معتصم ريحان
00972598709519

ملخص هذا ملخص إلكتروني على الزوم.

حل

63 صورة بـ CamScanner

2019 / اكمال

اذا كان س = جاص ، ص ∈]٠ ، π/٢[فما قيمة ده ص / ده س

(أ) س / (١ - س^٢)^½ (ب) ١ / (١ - س^٢)^½ (ج) س / (١ - س^٢)^½ (د) -١ / (١ - س^٢)^½

أ. معتصم رحاب

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لسينة

١ = جتاص × ده ص / ده س

١/جتاص = ده ص/ده س ⇐ ده ص/ده س = ١/جتا^٢ص = ١/(١ - جا^٢ص) = ١/(١ - س^٢)^½

2020 / دور ثاني

اذا كان ص = جتاس / (١ - جاس) فإن ده ص / ده س يساوي

(أ) ١/(١ - جاس) (ب) (جاس - ١)/(١ - جاس)^٢ (ج) (١ + جاس)/(١ - جاس) (د) -(١ + جاس)/(١ - جاس)^٢

أ. معتصم رحاب

الحل ده ص/ده س = [(١ - جاس)(-جاس) - جتاس × (-جتاس)] / (١ - جاس)^٢

ده ص/ده س = (-جاس + جا^٢س + جتا^٢س) / (١ - جاس)^٢ = (-جاس + ١)/(١ - جاس)^٢ = ١/(١ - جاس) #

2020 / دور ثاني

اذا كان مـ(س) = جا٤س × ظا٢س فما قيمة مـَ(س)

(أ) ٤ جتا٤س (ب) ٨ جتا٤س قتا٢س (ج) -٤ جتا٢س (د) ٤ جا٤س

الحل مـ(س) = ٢ جا٢س جتا٢س × جا٢س / جتا٢س

مـ(س) = ٢ (جا٢س)^٢

مـَ(س) = ٤ (جا٢س) × (جتا٢س) × ٢

مـَ(س) = ٤ جا٤س

ملاحظة استخدمنا
جا٢س = ٢ جاس جتاس
جا٤س = ٢ جا٢س جتا٢س

دائماً لا تتسرع في الاشتقاق وحاول تبسيط السؤال عن طريق المتطابقات

أ. معتصم رحاب
حصص خاصة إلكترونية على الزوم

ص 2

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

تجريبي 2020 الوسطى

اذا كان ص = (جتا⁴س - جا⁴س) فماذا يساوي $\frac{د ص}{د س}$ عند س = $\frac{\pi}{4}$

أ) -2 جا 2س ب) 4 جتا 2س ج) -4 جتا 2س د) 2 جتا²س

الحل ص = $(جتا^2س)^2 - (جا^2س)^2$ ← شكل فرق بين مربعين

ص = (جتا²س - جا²س)(جتا²س + جا²س)

ملاحظة استخدمنا: جا²س + جتا²س = 1

ص = جتا²س - جا²س

واستخدمنا: جا 2س = 2 جاس جتاس

$\frac{د ص}{د س}$ = 2 جتاس × -جاس − 2 جاس × جتاس

$\frac{د ص}{د س}$ = -4 جاس جتاس

$\frac{د ص}{د س}$ = -2 جا 2س

$\frac{د^2 ص}{د س^2}$ = -2 × جتا 2س × 2 = -4 جتا 2س #

أ. معتصم ريحان
00972598709519

تجريبي 2020 نابلس

اذا كانه ص = $\frac{-2}{جتا^2س}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = $\frac{\pi}{3}$

أ) صفر ب) قاس ظاس ج) 3 قاس ظاس د) -3 قاس ظاس

الحل $\frac{د ص}{د س} = \frac{(جتاس)(صفر) - (-2)(-جاس)}{(جتاس)^2}$

ملاحظة: جتا π/3 = 1/2

$\frac{د ص}{د س} = \frac{2جاس - جاس \times 2جتاس}{(جتاس)^2} = \frac{2جاس + جاس}{(جتاس)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{3جاس}{(جتاس)^2} = 3 \times \frac{جاس}{جتاس} \times \frac{1}{جتاس}$ = 3 ظاس × قاس

#

أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس واليوتيوب
00972598709519

فيديوهات خاصة حصرياً على الزووم

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

تجريبي 2019 بطا

إذا كانه $م(٢جاس) = ٢جتاس$ ، $س \in [0 ، \frac{\pi}{٢}]$ فما ميل $م(٢٢)$

(أ) -١ (ب) ٣ (ج) $\frac{-٣}{٢٢}$ (د) $٣\sqrt{٢٢}$

الحل نشتق الطرفين ثم نفوض عن $س = \frac{\pi}{٤}$

$م(٢جاس) \times ٢جتاس = -٢جاس$

$م(٢جا\frac{\pi}{٤}) \times ٢جتا\frac{\pi}{٤} = -٢جا\frac{\pi}{٤}$

$م(٢ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢}) \times ٢ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = -٢ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

$م(\sqrt{٢٢}) \times \sqrt{٢٢} = -\sqrt{٢٢}$

$م(\sqrt{٢٢}) = -١$

سؤال كيف عرفنا أن نفوض عن $س = \frac{\pi}{٤}$

أخذنا الموجود داخل قاف وساويناه بجذر الاثنين

$٢جاس = \sqrt{٢٢}$

$جاس = \frac{\sqrt{٢٢}}{٢}$

$\therefore س = \frac{\pi}{٤}$ ، ٤٥°

خارجي إذا كان $س = جتاص$ ، $ص \in]0 ، \frac{\pi}{٢}[$ فما ميل $\frac{دص}{دس}$

(أ) $\frac{١}{\sqrt{١-س^٢}}$ (ب) $\frac{-١}{\sqrt{١-س^٢}}$ (ج) $\frac{-س}{\sqrt{١-س^٢}}$ (د) $\frac{س}{\sqrt{١-س^٢}}$

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لسين

$١ = -جاص \times ص$

$ص = \frac{١}{-جاص} \Leftarrow ص = \frac{-١}{جاص} \Leftarrow ص = \frac{-١}{\sqrt{١-جتا^٢ص}}$

$\Leftarrow ص = \frac{-١}{\sqrt{١-س^٢}}$ #

أ. معتصم ريحاني

تجريبي 2022 متابعة

إذا كانه $ص = \frac{٢جاس}{قاس}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$

(أ) صفر (ب) جاس (ج) جتاس (د) ٢جتا٢س

أ. معتصم ريحاني

00972598709519

قانون مهم

$جا٢س = ٢جاس جتاس$

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

واجب إكمالي / إذا كانت ص = ١ - جاس ، أثبت أن $\frac{د}{دس}\left(\frac{\text{جتاس}}{\text{ص}}\right) = \frac{١}{\text{ص}}$

حيث ص ≠ صفر

أ. معصم رحايل
00972598709519

الحل $\frac{(\text{ص})\times(-\text{جاس}) - (\text{جتاس})\times(\text{ص})}{\text{ص}^{٢}}$

$\frac{(١-\text{جاس})\times(-\text{جاس}) - (\text{جتاس})\times(-\text{جتاس})}{(١-\text{جاس})^{٢}}$

$\frac{-\text{جاس} + \text{جا}^{٢}\text{س} + \text{جتا}^{٢}\text{س}}{(١-\text{جاس})^{٢}}$ = $\frac{١}{١-\text{جاس}}$ = $\frac{١}{\text{ص}}$ #.

السؤال / جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{٢}$ جتا٢س + جتاس عند النقطة / النقاط التي يكون المماس عندها أفقياً في الفترة $[\frac{\pi}{٢}, \frac{٣\pi}{٢}]$

أ. معصم رحايل
تابع/ الفيزياء والرياضيات

CamScanner الصور بـ

على

خارجي / اذا كانت م(س) = جاس + ق جتاس ، جتاس ≠ صفر

وكان مَ(س) = -م(س) جد قيمة / قيم ق .

الحل م(س) = جتاس + ق × -جاس × ق

مَ(س) = جتاس - ق جاس

مَ(س) = -جاس - ق × جتاس × ق

مَ(س) = -جاس - ق جتاس

⇓ مُعطى

-م(س) = -جاس - ق جتاس

-جاس - ق جتاس = -جاس - ق جتاس

-ق جتاس + ق جتاس = صفر

جتاس (-ق + ق) = صفر

إما جتاس = صفر أو -ق + ق = صفر

ق (-١ + ق) = ٠

ق = صفر ، ق = ١ ⇐ ق = ± ١

مجموعة الحل = {٠، ١، -١}

أ. معتصم رحاحلة
تابعني في الفيس
واليوتيوب
00972598709519

مرفوضة من السؤال

تدريب جميل / اذا كان ص = ظاس جا٢س أثبت أن صَ = ٤ جتا٢س

الحل ص = جاس / جتاس × ٢ جاس جتاس

ص = ٢ جاس

صَ = ٢ × ٢ × جاس × جتاس

صَ = ٢ جا٢س

صَ = ٢ × ٢ جتا٢س

صَ = ٤ جتا٢س #

ص

ملاحظة: استخدمنا جا٢س = ٢ جاس جتاس

أ. معتصم رحاحلة
معلم خاص على الزوم

Camscanner ممسوحة ضوئيا بـ

خارجي/ اذا كانه $م(س) = س|جاس|$ $س \in [0, 2\pi]$ جد $م'(س)$

الحل/ أولاً نغير تعريف اقتران القيمة المطلقة

$$|جاس| = \begin{cases} جاس & ، 0 \le س \le \pi \\ -جاس & ، \pi \le س \le 2\pi \end{cases}$$

$جاس = 0$

$س = 0, \pi, 2\pi$

$\therefore س = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

$س = (0, \pi, 2\pi)$

	−		+		+		+		+	
0				π						2π

نقطة تحول

$$م(س) = \begin{cases} س جاس & ، 0 \le س \le \pi \\ -س جاس & ، \pi \le س \le 2\pi \end{cases}$$

(*) $م(س)$ متصل عند $س = \pi$

(*) اقتران جاس متصل دائماً ومقابل للاشتقاق.

$م'(\pi^+) \neq م'(\pi^-)$

$-180 \neq 180$

$\therefore م'(\pi)$ غير موجودة

$$م'(س) = \begin{cases} س \times جتاس + جاس \times 1 & ، 0 < س < \pi \\ -س \times جتاس + جاس \times -1 & ، \pi < س < 2\pi \end{cases}$$

(*) $م'(س)$ غير متصل عند $س = \pi$ إذاً $م'(\pi)$ غير موجودة

$$م''(س) = \begin{cases} س \times -جاس + جتاس \times 1 + جتاس & ، 0 < س < \pi \\ -س \times -جاس + جتاس \times -1 - جتاس & ، \pi < س < 2\pi \end{cases}$$

$$م''(س) = \begin{cases} -س جاس + 2 جتاس & ، 0 < س < \pi \\ س جاس - 2 جتاس & ، \pi < س < 2\pi \\ \text{غير موجودة عند} & ، س = 0, 2\pi, \pi \end{cases}$$

لأنهم أطراف فترة

أ. معتصم رجال

تابعني على الفيس واليوتيوب

00972598709519

ممنوع خاصة على الفروم

Camscanner ممسوحة ضوئيا بـ

توجيهي علمي 2022

خارجي / اذا كانت $ص - س ص = جا س$ اثبت انه $ص'' + ص = \frac{2ص'}{1-س}$

أ. معتصم ريحان
00972598709519

الحل

$ص(1-س) = جا س$

الطرفين الآن باشتقهم بالنسبة لسينه

$ص \times -1 + (1-س) \times ص' = جتا س$

باشتق كمان مرة بالنسبة لسينه

$-ص' + (1-س) \times ص'' + ص' \times -1 = -جا س$

$-2ص' + (1-س) ص'' = -جا س$ بالقسمة على $(1-س)$

$\frac{-2ص'}{1-س} + ص'' = \frac{-جا س}{1-س}$

ص

$ص'' = \frac{2ص'}{1-س} - \frac{جا س}{1-س}$

$ص'' = \frac{2ص'}{1-س} - ص$

$ص'' + ص = \frac{2ص'}{1-س}$ #

لاحظ

$ص - س ص = جا س$

$ص(1-س) = جا س$

$ص = \frac{جا س}{1-س}$

خارجي / اذا كانه $ص = جا(س ص)$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص' = جتا(س ص) \times (س \times ص' + ص \times 1)$

$ص' = س ص' جتا(س ص) + ص جتا(س ص)$

$ص' - س ص' جتا(س ص) = ص جتا(س ص)$

$ص'(1 - س جتا(س ص)) = ص جتا(س ص)$

$ص' = \frac{ص جتا(س ص)}{1 - س جتا(س ص)}$ #

أ. معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب
والفيس بوك
00972598709519
ممكن خاصة الكروبات
على الواتس

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحصة رقم 12
#توجيهي علمي

الدرس الرابع « قاعدة لوبيتال »
أول لقاء

(*) قاعدة لوبيتال:-

إذا كانت $هـ(س)$ ، $ه(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق عند النقطة $س = أ$ ، $ل \in ح$

وكانت $\frac{هـ(أ)}{ه(أ)} = \frac{صفر}{صفر}$ ، نهـا $\frac{هـ(س)}{ه(س)} = ل$ ، فإن نهـا $\frac{هـ(س)}{ه(س)} = ل$

(*) قاعدة لوبيتال تستخدم لإيجاد قيمة أي نهاية على الصورة الغير معينة $\frac{صفر}{صفر}$

(*) في حال تطبيق لوبيتال وكون النهاية غير معينة $\frac{صفر}{صفر}$ فإننا نقوم باشتقاق كل من البسط والمقام كلاً على حدى .

(*) ملاحظة : عند استخدام قاعدة لوبيتال نشتق البسط لحاله والمقام لحاله .
ولا نستخدم قاعدة القسمة .

مثال 1 ص 23

جد نهـا $\frac{جتاس}{س}$ باستخدام طريقة لوبيتال .

جاهز = صفر

الحل أولاً نعوض مباشر نهـا $\frac{جتاس}{س} = \frac{جتا(٠)}{٠} = \frac{١}{٠}$ = صفر

صورة غير معينة → $\frac{صفر}{صفر}$ = نهـا $\frac{جتاس}{١}$ إذاً نستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{جتاس}{١} = \frac{جتا(٠)}{١} = \frac{١}{١} = ١$

مثال 2 ص 23

جد نهـا $\frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ باستخدام لوبيتال

أولاً نعوض مباشر $\frac{٢^٢ - ٤}{٢ - ٢} = \frac{صفر}{صفر}$ جاهز

نستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{٢س}{١} = \frac{٢ \times ٢}{١} = ٤$

عندما نعوض أرفع النهاية

أ. مقصم ريحان
00972598709519

تابعني على الفيس واليوتيوب

أمل

Camscanner الصور بـ

(*) ملاحظة :- عند استخدام قاعدة لوبيتال اذا كانت $\frac{\text{مـ}(P)}{\text{هـ}(P)} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

فإننا نستمر بتطبيق قاعدة لوبيتال حتى نحصل على عدد حقيقي .

نستنتج ١١ يمكن استخدام لوبيتال أكثر من مرة ٢٢ .

مثال ٣ / ص٢٤ جد نهـا $\frac{١ - \text{جتا}س}{س^٢}$ باستخدام لوبيتال

الحل / $س \to ٠$

أولاً نعوض مباشر $\frac{١ - \text{جتا}(٠)}{(٠)^٢} = \frac{١-١}{٠} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{\text{جا}س}{٢س} = \frac{\text{جا}(٠)}{٢(٠)} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبيتال كمان مرة .

$س \to ٠$

نهـا $\frac{\text{جتا}س}{٢} = \frac{\text{جتا}(٠)}{٢} = \frac{١}{٢}$ #

$س \to ٠$

أ. معتصم ريحان

مثال ٤ / ص٢٤ إذا كانت مـ(٢) = ٥ جد نهـا $\frac{\text{م}(٢س - ٥ه) - \text{م}(٢)}{ه}$

$ه \to \text{صفر}$

الحل / نعوض مباشرة ينتج $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{\text{مـ}(٢-٥ه) \times (-٥) - \text{صفر}}{١} = \frac{\text{مـ}(٢) \times (-٥)}{١} = ٥ \times -٥ = -٢٥$ #

$ه \to ٠$

تمارين ومسائل الدرس ص٢٩

(١) / أ نهـا $\frac{\text{هـ}^{س-١} - س}{\text{لو}_{\text{هـ}} س}$

$س \to ١$

الحل / نعوض مباشرة ينتج $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

إذاً نستخدم لوبيتال

أ. معتصم ريحان

00972598709519

$\Leftarrow$ نهـا $\frac{\text{هـ}^{س-١} \times ١}{\frac{١}{س}}$ $\Leftarrow$ $\frac{\text{صفر}}{١} = \text{صفر}$

$س \to ١$

$س - ١$ مشتقها $(س-١)$ $\quad$ $\text{هـ}^{س-١} \times ١$

$\text{لو}_{\text{هـ}} س$ مشتقها $\frac{١}{س}$

$\text{لو}_{\text{هـ}} ١ = \text{صفر}$

لاحظ

صح

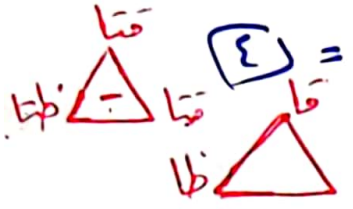
CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س١ ص٢٩ (ب)

$\lim_{س \to 0} \frac{٤ س}{ظا س}$ ← صفر على صفر ← نوع مباشر لـ $\frac{جـ(س)}{جـ(س)}$

$= \frac{٤}{\frac{ظا س}{س}} = \frac{٤}{\frac{جتا س}{١}} = \frac{٤}{جتا(٠)} = \frac{٤}{١} = ٤$

(٤) = $\frac{٤}{١}$



جتا (١، ٠) ظا = جا / جتا

صفر

س١ ص٢٩ (ج)

$\lim_{س \to 0} \frac{س - جا س}{س^٣}$ ← صفر على صفر ← نوع مباشر لـ $\frac{جـ(س)}{جـ(س)}$ نستخدم لوبيتال

$= \lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا س}{٣ س^٢}$ ← نستخدم لوبيتال كمانة مرة.

$= \frac{١ - جتا(٠)}{(٠)} = \frac{جـ(س)}{جـ(س)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جا س}{٦ س}$ ← نستخدم لوبيتال كمانة مرة.

$= \frac{جا(٠)}{٦(٠)} = \frac{جـ(س)}{جـ(س)}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جتا س}{٦} = \frac{جتا(٠)}{٦} = \frac{١}{٦}$ #

لاحظ استخدمنا لوبيتال ٣ مرات #.

ج ص٢٩

إذا كان $قـ(١) = -٢$ ، $م(٣) = -٢$ ، $قـ(٣) = ٤$ جد قيمة النهاية التالية

(أ) $\lim_{هـ \to 0} \frac{م(٣ + ٥هـ) - م(٣)}{١٠ هـ}$ ← صفر على صفر ← نوع مباشر ينتج $\frac{جـ(س)}{جـ(س)}$ نستخدم لوبيتال

أولاً نعوض مباشر

$= \frac{قـ(٣ + ٥هـ) \times ٥ - جـ(س)}{١٠}$ ← صفر على صفر

$= \frac{قـ(٣) \times ٥}{١٠} = \frac{٥ \times ٤}{١٠} = ٢$

(ب) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ١}{م(١) - م(س)}$ ← صفر على صفر ← نوع مباشر ينتج $\frac{جـ(س)}{جـ(س)}$ نستخدم قاعدة لوبيتال

أولاً نعوض مباشر

$= \frac{٢ س}{-قـ(س)}$

$= \frac{٢}{-قـ(١)} = \frac{٢}{+٢} = +١$ #

أ. معتصم رحايبة
00972598709519
تابعين على اليوتيوب والفيس

ص3

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

س٥ ص٢٩

أثبت باستخدام قاعدة لوبيتال أن $\lim_{س \to ∞} \frac{س^ن}{ه^{م س}} = 0$ ، $ن, م \in ط^+$.

الحل نستخدم لوبيتال كما قال

$$\lim_{س \to ∞} \frac{س^ن}{ه^{م س}} = \lim_{س \to ∞} \frac{ن س^{ن-1}}{م ه^{م س}} = \lim_{س \to ∞} \frac{ن(ن-1) س^{ن-2}}{م^2 ه^{م س}} = \cdots = \lim_{س \to ∞} \frac{ن!}{م^ن ه^{م س}}$$

عند القسمة نظر للبسط

$$\Rightarrow \lim_{س \to ∞} \frac{ن!}{م^ن ه^{م س}} = \frac{ن!}{م^ن} \lim_{س \to ∞} \frac{1}{ه^{م س}} = \frac{ن!}{م^ن} \times 0 = 0 \quad \#$$

س٦ ص٢٩

إذا كان $\lim_{س \to 1} \frac{ق(س) - ق(1)}{س - 1} = 6$ ، $ق(1) = 3$ ، $م(1) = 6$

الحل $\lim_{س \to 1} \frac{س \times م(1) + م(1) \times 1 - ق(س)}{1 - س} = \lim_{س \to 1} \frac{م(1) - ق(س)}{1}$

$$\frac{م(1) - ق(1)}{1} = \frac{6 - 3}{1} = 3 \quad \#$$

س٧ ص٢٩

إذا كان $ق(2) = 3$ ، $ق'(2) = 5$ فجد $\lim_{س \to 1} \frac{ق(2س) - ق(2)}{س - 1}$

الحل عوض مباشر $\frac{صفر}{صفر}$ نستخدم لوبيتال

$$\lim_{س \to 1} \frac{ق'(2س) \times 2 - صفر}{1 - صفر} = \frac{ق'(2) \times 2}{1} = \frac{5 \times 2}{1} = 10 \quad \#$$

س١٥ ص٢٩

جد $\lim_{ه \to 0} \frac{ظا(2س - ه) - ظا 2س}{ه}$ عوض مباشر $\frac{صفر}{صفر}$ نستخدم لوبيتال.

الحل $\lim_{ه \to 0} \frac{قا^2(2س - ه) \times -1 - صفر}{1} = قا^2(2س) \times -1 = \boxed{-قا^2 2س}$ #

ص٣٠

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم رحايل

(*) أسئلة امتحانات سابقة على قاعدة لوبيتال :

2010 إكمال / اذا كانت $م(س) = \frac{٢}{س^{٢}+١}$ فإن $\lim_{هـ \to صفر} \frac{م(١+هـ) - م(١)}{هـ}$ =

(أ) ١ (ب) -١ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $-\frac{١}{٢}$

الحل نفوض مباشر صفر/صفر نستخدم لوبيتال .

$$\text{نهـا}_{هـ \to صفر} \frac{قـ(١+هـ) \times ١ - صفر}{١} = \text{نهـا}_{هـ \to صفر} \frac{قـ(١+هـ)}{١} = \frac{قـ(١)}{١} = \frac{-١}{١} = -١$$

لاحظ $قـ(س) = \frac{-٢ \times ٢(س)}{(س^{٢}+١)^{٢}}$ $\Rightarrow قـ(١) = \frac{-٤}{٤} = -١$

2012 شتوي / اذا كانت $م(س) = س^{٣} - س^{٢}$ فإن $\lim_{هـ \to صفر} \frac{مـ(١+هـ) - مـ(١)}{هـ}$ =

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) غير موجودة

الحل نفوض مباشرة (صفر/صفر) نستخدم لوبيتال .

$$\text{نهـا}_{هـ \to صفر} \frac{مـ(١+هـ) \times ١ - صفر}{١} = \frac{مـ(١)}{١} = \frac{٤}{١} = ٤$$

لاحظ $\Rightarrow مـ(س) = ٣س^{٢} - ٢س \Rightarrow مـ(س) = ٦س - ٢$

$\Rightarrow مـ(١) = ٦ \times ١ - ٢ = ٤$

2016 شتوي / إكمال / أوجد نهـا $\frac{قـ(٢+٥هـ) - قـ(٢)}{١٠هـ}$ =

(أ) $\frac{١}{٢}$ قـ(٢) (ب) ٢قـ(٢) (ج) $\frac{١}{٢}$ مـ(٢) (د) ٢مـ(٢)

حاول أنه تحل بنفسك

أ. معتصم رحايل

00972598709519

تابعني على الفيس واليوتيوب

Camscanner بـ ضوئيا

2019 / إذا كانت م(س)، ق(س) اقترانين قابلين للاشتقاق فما قيمة
هنا مشتقة بالنسبة لـ هـ
نها (ق(س+هـ) − ق(س)) / هـ ، هـ → صفر

(أ) د ص / د س^٢ (ب) (د ص / د س)^٢ (ج) Δ ص / Δ س (د) (Δ ص / Δ س)^٢

الحل أولاً نفوض مباشر (صفر/صفر) ← نستخدم لوبيتال.

نها ق'(س+هـ) × ١ − صفر / ١ ، هـ → صفر ⇐ نها ق'(س+هـ) = ق'(س) = ص' = د ص / د س

أ. معتصم ريحان

2019 / ما قيمة نها (هـ^س − هـ) / (لو س) ، س → ١ حيث هـ العدد النيبري

(أ) − هـ (ب) −١ (ج) ١ (د) هـ

هنا الاشتقاق بالنسبة لـ س

الحل أولاً نعوض مباشر صفر/صفر نستخدم لوبيتال

نها (هـ^س − صفر) / (١/س) = نها هـ^س / (−١/س^٢) ، س → ١ = −هـ

لو ١ = صفر ، هـ

2020 / ما قيمة نها (هـ^س − س − ١) / س^٢ ، س → صفر

(أ) −١/٢ (ب) ١/٢ (ج) −١ (د) ١

الحل أولاً نعوض مباشر صفر/صفر نستخدم لوبيتال.

نها (هـ^س − ١ − صفر) / (٢س) ، س → صفر ⇐ (هـ^٠ − ١) / (٢ × ٠) = صفر/صفر نستخدم لوبيتال مرة أخرى.

نها هـ^س / ٢ = هـ^(صفر) / ٢ = ١/٢ .

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعني على الفيس واليوتيوب

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

م(-١) = ٣

دور ثاني 2020 / اذا كانت م(س) اقترانا يمر بالنقطة (-١، ٣) ، وكانت م'(-١) = -٦

فما قيمة $\lim_{س \to -٢} \frac{م(س^٢ + ٣س + ١) - م(-١)}{س + ٢}$

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) غ م

أ. معتصم ريحان

الحل أولا نعوض مباشرة $\left(\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}\right)$ نستخدم لوبيتال.

$$\text{نها}_{س \to -٢} \frac{م(س^٢ + ٣س + ١) \times (٢س + ٣) - صفر}{٢ - س - صفر} \Rightarrow \frac{م'(٤ - ٦ + ٣ - ١) \times (-٤ + ٣ + ٢)}{٢ + ٢}$$

$$\Rightarrow \frac{م'(-١) \times -٢}{٤} = \frac{م'(-١)}{٢} = \frac{-٦}{٢} = -٣ \quad \#$$

مقالي 2018 / أوجد نها $\frac{(جاس + جتاس) - ٤}{جاس - ١}$ نعوض مباشرة $\left(\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}\right)$ نستخدم لوبيتال

$س \to \frac{\pi}{٢}$

الحل نها $\frac{٤(جاس + جتاس)^٣ \times (جتاس - جاس)}{٢ جتاس جاس}$ نعوض بـ $\frac{\pi}{٢}$ ينتج صفر/صفر اذاً نستخدم لوبيتال مرة أخرى

$س \to \frac{\pi}{٢}$

نها $\frac{٤(جاس + جتاس)^٣ \times (-جاس - جتاس) + (جتاس - جاس) \times ١٢ (جاس + جتاس)^٢ \times (جتاس - جاس)}{-٤ جاس جاس}$

(الأول: مشتقة الأول × الثاني كما هو) + (الثاني كما هو × مشتقة الأول)

$س \to \frac{\pi}{٢}$

$$\frac{٤(جا\frac{\pi}{٢} + جتا\frac{\pi}{٢})^٣ \times (-جا\frac{\pi}{٢} - جتا\frac{\pi}{٢}) + (جتا\frac{\pi}{٢} - جا\frac{\pi}{٢}) \times (\text{صفر} - \text{صفر})}{-٤ جا\frac{\pi}{٢} جتا\frac{\pi}{٢}}$$

$$\frac{٤(\frac{١}{١٢} + \frac{١}{١٢})^٣ \times (-\frac{١}{١٢} - \frac{١}{١٢})}{-٤(١)} = \frac{\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٨} \times \frac{١٢}{١} \times \frac{-٢}{١}}{-٤} = \frac{\frac{-٢٤}{٣٢}}{-٤}$$

$$= \frac{٣}{٤} = (ج) \quad \#$$

أ. معتصم ريحان

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم ريحان

2014 شتوي / إكمال

اذا كانت م(س) = أ س + $\frac{ب}{س}$ ، س ≠ صفر وكان متوسط التغير للاقتران م(س) في الفترة [١، ٥] هو ٢ وكانت نهاية $\frac{م(١+٢هـ)-م(١)}{هـ}$ عندما هـ ← ٠ هي -٤

أوجد قيمة الثابتين أ، ب

الحل: متوسط التغير = $\frac{م(س_٢)-م(س_١)}{س_٢-س_١}$

$\frac{م(٥)-م(١)}{٥-١}$ = ٢

$(أ+ب)-(٥أ+\frac{ب}{٥})$ = ٨

٨ = ٥أ + $\frac{ب}{٥}$ - أ - ب

٨ = ٤أ - $\frac{٤}{٥}$ ب

٤٠ = ٢٠أ - ٤ب ... (١)

-٢ = أ - ب ... (٢)

نحل المعادلتين بالحذف.

٤٠ = ٢٠أ - ٤ب

٨ = -٤أ + ٤ب

٤٨ = ١٦أ

$\frac{٤٨}{١٦} = \frac{١٦أ}{١٦}$

أ = ٣

٣ - ب = -٢

-ب = -٥

ب = ٥

بما أن النهاية موجودة وهي ٠ واعتام سيأوي صفر اذاً يجب أنه تكون الحالة ضائعة من صورة تعريفه $\frac{صفر}{صفر}$

اذاً نستخدم لوبيتال.

نهاية $\frac{٢ \times (١+٢هـ) - صفر}{١}$ عندما هـ ← ٠ = -٤

م'(١) × ٢ = -٤

م'(١) = -٢

م(س) = أس + $\frac{ب}{س}$

م'(س) = أ + $\frac{-ب}{س^٢}$

م'(١) = أ + $\frac{-ب}{١}$ = -٢

أ - ب = -٢ ... (٢)

٣ - ب = -٢

-ب = -٥

ب = ٥

أ. معتصم ريحان

00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

2019 مقالي / اذا كانت $\lim_{س \to 1} \frac{أ س^2 + 3ب س + 2}{س - 1} = 1$ فجد كلاً من الثابتين أ، ب

الحل / بما أن النهاية موجودة وعند التعويض بواحد يصبح المقام صفر

اذاً يجب أنه يكون البسط أيضاً صفر ، حتى تكون النهاية صورة غير معينة $\frac{صفر}{صفر}$

اذاً نستخدم لوبيتال لأنه $\frac{صفر}{صفر}$

$$\lim_{س \to 1} \frac{2أ س + 3ب}{1} = 1$$

$$2أ + 3ب = 1 \quad (1)$$

$أ س^2 + 3ب س + 2$ البسط نعوض فيه بواحد ونساويه بصفر

$$أ(1)^2 + 3ب(1) + 2 = صفر$$

$$أ + 3ب + 2 = 0$$

$$أ + 3ب = -2 \quad (2)$$

اذاً نحل المعادلة (1) مع (2) بالحذف

$$2أ + 3ب = 1$$
$$- \quad أ + 3ب = -2$$
$$أ = 3$$

بالطرح مباشرة

$$2(3) + 3ب = 1$$
$$3ب = 1 - 6$$
$$3ب = -5$$
$$ب = \frac{-5}{3}$$

أ. مقصم ريحان

أ. مقصم ريحان
00972598709519
تابعني في الفيس والواتس.

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أ. معتصم رحيات

توجيهي علمي 2022

2020 شتوي / اذا كان ل(س) = ١ + $\log_{\frac{1}{2}}$ س ، س > صفر

أوجد $\lim_{س \to 1^-} \left(\frac{ل(س)}{س} - \frac{1}{1}\right) \times \left(\frac{1}{1-س}\right)$

وحد مقامات

الحل $\lim_{س \to 1^-} \left(\frac{ل(س) - س}{س}\right) \times \left(\frac{1}{1-س}\right)$

$\lim_{س \to 1^-} \frac{ل(س) - س}{(1-س)س}$ نوض مباشرة صفر/صفر نستخدم لوبتال

$\lim_{س \to 1^-} \frac{ل'(س) - 1}{-2س + 1}$

$\frac{ل'(1) - 1}{-2(1) + 1}$

$\frac{\frac{1}{2} - 1}{1} = -\frac{1}{2}$ #

عامة

ل(س) = ١ + $\log_{\frac{1}{2}}$ س

ل(١) = ١ + $\log_{\frac{1}{2}}$ ١

ل(١) = ١ + صفر

ل(١) = ١

قانون $\log_{\frac{1}{p}} 1 = صفر$

قانون $\log_{\frac{1}{p}} p = 1$

ل'(س) = صفر + $\frac{\frac{1}{س \ln \frac{1}{2}}}{س^2}$

ل'(س) = $\frac{1}{-س^2}$

ل'(١) = $\frac{1}{-1 \times 2}$ = $-\frac{1}{2}$

أ. معتصم رحيات

00972598709519

تابعني على اليوتيوب والفيس

أ. معتصم رحيات

علمي

حاول أولاً رتب النهاية من الداخل

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

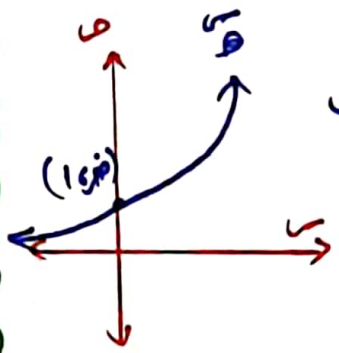
الحصة رقم (13)
توجيهي علمي 2022
أ. معتصم ريحان

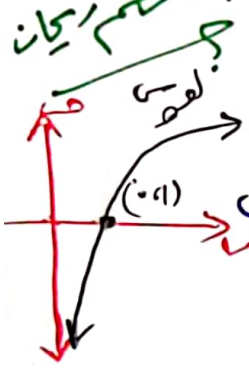
الدرس الرابع ((مشتقة الاقتران الأسي واللوغاريتمي))

* تعريف // العدد النيبيري هو العدد الحقيقي غير النسبي الذي قيمته التقريبية $e \simeq 2.718281828$ ويحقق العلاقة $\lim_{س \to 0} \frac{e^{س}-1}{س} = 1$

(*) خصائص الاقتران الأسي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي.

الاقتران الأسي الطبيعي	الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي
1) $ص = e^{س}$	1) $ص = \ln_e س$
2) مجاله ح	2) مجاله $ح^+$
3) $e^{س} \times e^{ص} = e^{س+ص}$	3) $\ln_e (س ص) = \ln_e س + \ln_e ص$
4) $\frac{e^{س}}{e^{ص}} = e^{س-ص}$	4) $\ln_e \frac{س}{ص} = \ln_e س - \ln_e ص$
5) $(e^{س})^{ص} = e^{س ص}$	5) $\ln_e س^{ن} = ن \ln_e س$
6) $e^{صفر} = 1$	6) $\ln_e 1 = صفر$ ، $\ln_e e = 1$
7) $e^{\ln_e س} = س$ ، $س > صفر$	





أ. معتصم ريحان

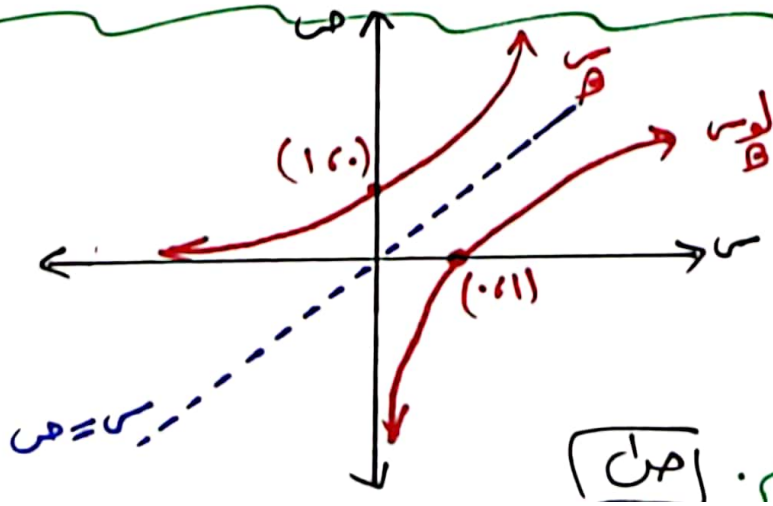
(*) قاعدة :: إذا كانة $ص = e^{س}$ فإن $\ln_e ص = س$ ، $ص > صفر$ ((العلاقة بين اللوغاريتمي والأسي))

(*) قاعدة :: اذا كانة $ص = e^{كـ}$ $\Leftarrow$ $ص' = كـ e^{كـ}$ ((مشتقة الاقتران الأسي الطبيعي هو نفسه))

(*) قاعدة :: اذا كانة $ص = \ln_e س$ ، $س > صفر$ $\Leftarrow$ $ص' = \frac{1}{س}$

((مشتقة الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي يساوي مشتقة ما داخل اللوغاريتم على ما داخل اللوغاريتم نفسه

(*) علاقة الاقتران الأسي الطبيعي بالاقتران اللوغاريتمي الطبيعي



أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس والبوتيوب
00972598709519

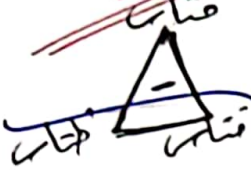
حصص خاصة الكترونية على الزوم.

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

توجيهي علمي 2024

مثال 4 / ص27 / إذا كان م(س) = $س^{3}$ $هـ^{س}$ + ظتاس فجد قـ(س)

الحل / قـ(س) = $س^{3}$ × $هـ^{س}$ + $هـ^{س}$ × $3س^{2}$ + قتاس ظتاس



* تعميم :. إذا كانت ص = $هـ^{ك(س)}$ ⇐ $\frac{د ص}{د س}$ = $هـ^{ك(س)}$ × ك`(س)

أ. معتصم ريحان

* تعميم :. اذا كان ص = $لو_{هـ}$ ك(س) ⇐ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{ك`(س)}{ك(س)}$

مثال 5 / ص27 / إذا كان ص = $لو_{هـ}$ $س^{ن}$ فجد $\frac{د ص}{د س}$ | $_{س=0}$ ، س > صفر

الحل / ص = ن $لو_{هـ}$ س

$\frac{د ص}{د س}$ = ن × $\frac{1}{س}$ ⇐ $\frac{د ص}{د س}$ | $_{س=0}$ = $\frac{ن}{0}$ = ∞ #

مثال # / ص27 / جد مشتقة كل من الاقترانات الآتية :

+ تذكر قاعدة الضرب

1) م(س) = $س^{3}$ $هـ^{س}$ (م.الأول: $س^{3}$، الثاني: $هـ^{س}$)

الحل / م`(س) = $س^{3}$ × $هـ^{س}$ + $هـ^{س}$ × 1

2) ع(س) = $هـ^{س}$ $لو_{هـ}$ س حيث س > صفر (م.الأول: $هـ^{س}$، الثاني: $لو_{هـ}$ س)

الحل / ع`(س) = $هـ^{س}$ × $\frac{1}{س}$ + $لو_{هـ}$ س × $هـ^{س}$

ع`(س) = $هـ^{س}$ ($\frac{1}{س}$ + $لو_{هـ}$ س) #

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعين على الفيس واليوتيوب

+ تذكر قاعدة الضرب

2 / ص29 / جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي :

أ) ص = $هـ^{س}$ جتاس (م.الأول: $هـ^{س}$، الثاني: جتاس)

الحل / $\frac{د ص}{د س}$ = $هـ^{س}$ × -جاس + جتاس × $هـ^{س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $هـ^{س}$ (-جاس + جتاس)

ب) ص = $لو_{هـ}$ $\sqrt{س}$ ، س > صفر

الحل / ص = $لو_{هـ}$ $س^{\frac{1}{2}}$

ص = $\frac{1}{2}$ $لو_{هـ}$ س ⇐ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{س}$ = $\frac{1}{2س}$

أ. معتصم ريحان

ص 82

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

تابع $س^2$ / ص 29

فرع ج) $ص = لو_{هـ} \frac{س^3}{س}$ ، $س > 0$

الحل $ص = لو_{هـ} \frac{س^3}{س} \Leftarrow ص = لو_{هـ} (س^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{2}} \Leftarrow ص = \frac{5}{2} لو_{هـ} س$

$\Leftarrow ص = \frac{5}{2} لو_{هـ} س \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{س} = \frac{5}{2س}$ #.

فرع د) $ص = (هـ^{س} - 2)(هـ^{س} + 2)$

$أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$

حل بطريقة 2 باستخدام قانون فرق المربعين

$ص = (هـ^{س})^2 - (2)^2$

$ص = هـ^{2س} - 4$

$\frac{دص}{دس} = 2 \times هـ^{2س}$ #.

لاحظ $(هـ^{س})^2 = هـ^{2س}$

الحل 1 باستخدام قانون الضرب.

$\frac{دص}{دس} = (هـ^{س} - 2) \times هـ^{س} + (هـ^{س} + 2) \times هـ^{س}$

$\frac{دص}{دس} = هـ^{س}(هـ^{س} - 2 + هـ^{س} + 2)$

$\frac{دص}{دس} = هـ^{س}(2 هـ^{س})$

$\frac{دص}{دس} = 2 هـ^{2س}$ #.

مثال 1 / ص 29

إذا كانت $ص = س^2 + هـ^{س} + 1$ فجد قيمة/قيم س التي تجعل $ص = ص$

الحل

$ص = 2س + هـ^{س}$

المطلوب $ص = ص$

$2س + هـ^{س} = س^2 + هـ^{س} + 1$

$س^2 - 2س + 1 = 0$

$(س - 1)(س - 1) = 0 \Leftarrow س = 1$ #.

أ. معتصم رحال
00972598709519

جميلي

الحل

$م(س) = لو_{هـ} جاس$

$م(س) = جاس$

$م'(س) = (جاس)'$

$م'(س) = (2 جاس \times جتاس)$

$م'(س) = جا2س$

لاحظ الاشتراك اللوغاريتم يبدو مع الاقتران المثلثي

فجد $م'(س)$

لاحظ ⊗

متطابقة جيب ضعف الزاوية

أ. معتصم رحال
00972598709519
تابعنا على الفيس والوتس

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال/ اذا كان ص = $\log_{10}\left(\frac{س}{س^2+1}\right)$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل/ أولاً نستخدم خصائص اللوغاريتم لتبسيط السؤال قبل الاشتقاق.

ص = $\log_{هـ}\left(\frac{س}{س^2+1}\right)$ $\xleftarrow{\frac{1}{5}}$ $ص = \frac{1}{5}\log_{هـ}\left(\frac{س}{س^2+1}\right)$

$\Leftarrow ص = \frac{1}{5}\left(\log_{هـ} س - \log_{هـ}(س^2+1)\right)$

$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{س} - \frac{2س}{س^2+1}\right)$ #.

2016ش/ اذا كانت م(س) = $\log_{هـ}(هـ^س + 1)$ فإن قـ(٠)

أ) $\frac{1}{هـ+1}$ ب) $1 - \log_{هـ}$ ج) -1 د) $\frac{1}{2}$

الحل/ قـ(س) = $\frac{هـ^س}{هـ^س} - \frac{هـ^س}{هـ^س + 1}$

قـ(س) = $1 - \frac{هـ^س}{هـ^س+1}$ $\Leftarrow$ قـ(٠) = $1 - \frac{هـ^0}{هـ^0+1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2016ش/ اذا كان $\frac{دص}{دس} = 2س$ حيث س، ص ∈ ح فأي من الآتي عبارة صحيحة عن ص

أ) $\log_{هـ} ص = س^2 + جـ$ ب) $\log_{هـ} ص = 2س + جـ$

ج) $\log_{هـ} ص = -س^2 + جـ$ د) $\log_{هـ} س = ص^2 + جـ$

2017ش دورة ثانية/ اذا كان ص = $\log_{هـ}(\log_{هـ} س)$ فإن $\frac{دص}{دس}$ عندما س = هـ

أ) هـ ب) ١ ج) $\frac{1}{هـ}$ د) $\frac{1}{هـ^2}$

الحل $\frac{دص}{دس} = \frac{\frac{1}{س}}{\log_{هـ} س}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=هـ} = \frac{\frac{1}{هـ}}{\log_{هـ} هـ} = \frac{1}{هـ}$ #.

ص ٦

CamScanner بـ صوّبيا 84

2020 تجريبي الوسطى

ما قيمة $\lim_{س \to 1} \frac{\text{لو}_{\text{هـ}} س}{\text{ظا}(1-س)}$ ؟ (أ) ١ (ب) -١ (جـ) صفر (د) ٢

أ. معتصم ريحان

الحل أولاً نعوض مباشر صفر نستخدم لوبتال.

$$\lim_{س \to 1} \frac{\frac{1}{س}}{\text{قا}^2(1-س) \times -1} \Leftarrow = \frac{\frac{1}{1}}{\text{قا}^2(1-1) \times -1} = \frac{1}{\frac{1}{\text{جتا}^2(0)}} = -1$$

2020 تجريبي بيت لحم

ما قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{(\text{لو}_{\text{هـ}}(س+1))^2}{س^2}$ ؟ (أ) ٢ (ب) ١ (جـ) صفر (د) $\frac{1}{4}$

أ. معتصم ريحان
00972598709519

الحل أولاً نعوض مباشر ينتج صفر/صفر نستخدم لوبتال

$$\lim_{س \to 0} \frac{٢(\text{لو}_{\text{هـ}}(س+1)) \times \frac{1}{س+1}}{٢س} = \frac{٢(\text{لو}_{\text{هـ}}1) \times \frac{1}{1+0}}{٠ \times ٢} \Leftarrow \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

نستخدم لوبتال كمان مرة

$$\lim_{س \to 0} \frac{٢ \text{لو}_{\text{هـ}}(س+1) \times \frac{1}{س+1} + \frac{-1 \times 1}{(س+1)^2} \times ٢\left(\frac{1}{س+1}\right)}{٢}$$

(الأول: م١ الأول، الثاني: م١ الثاني)

$$\frac{\text{صفر} \times \text{لو}_{\text{هـ}}1 + \frac{-1}{(1+0)^2} + \frac{1}{1} \times ٢\left(\frac{1}{1}\right)}{٢}$$

لو$_{\text{هـ}}$ ١ = صفر

$$\frac{٢}{٢} = 1 \quad \#$$

أ. معتصم ريحان

2019 تجريبي نابلس

إذا كانت $م(س) = \text{لو}_{\text{هـ}}(س^2+جـ) - ٢س^2 - ٦$ فإن قـ(٣)

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٥ (د) ٤

الحل

$$م(س) = س^2 + جـ - ٢س - ٦$$

$$قـ(س) = ٢س - \frac{٢}{(٢س-٦)} \times ٢$$

$$قـ(٢) = ٢ \times ٢ - \frac{٢}{(٢ \times ٢ - ٦)} \times ٢$$

$$قـ(٣) = ٦ - ١ \times ٢$$

$$قـ(٢) = ٤ \quad \#$$

(ب)

أ. معتصم ريحان

تابعين على الفيس واليوتيوب

حصص خاصة اركد وبنة على الزوم.

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم ريحان

جبري / اذا كانت $\left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} = \left(\frac{ع}{ل}\right)^{م}$ أ، ب ≠ صفر م، ن ∈ ص+

اثبت أن $\left(\frac{س}{ص}\right) = \frac{ن}{م}$ $\left(\frac{ع}{ل}\right)$

الحل $\left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} = \left(\frac{ع}{ل}\right)^{م}$ نأخذ اللوغاريتم للطرفين

$\log_{هـ}\left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} = \log_{هـ}\left(\frac{ع}{ل}\right)^{م}$

$ن \log_{هـ}\frac{س}{ص} = م \log_{هـ}\frac{ع}{ل}$

$ن(\log_{هـ} س - \log_{هـ} ص) = م(\log_{هـ} ع - \log_{هـ} ل)$

اذا عندك أس نغلبك جيبله اللوغاريتم ببساطة

الآن نشتق الطرفين بالنسبة لـ س.

$\frac{ص}{س} = ص'$

$ن\left(\frac{1}{س} - ص'\right) = م\left(\frac{1}{ع} - ص'\right)$

$\frac{ن}{س} = م \times \frac{ص}{ع}$

$\frac{ن ص}{س} = م ص'$

$\frac{ن ص}{س م} = ص'$

$\left(\frac{ن}{م}\right)\left(\frac{ص}{س}\right) = ص'$ #

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعني على الفيس واليوتيوب

خارجي / اذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٢٠}{س - ٢} = ١$ فجد قيمة أ

الحل نطبق لوبتال لأن النهاية موجودة والتعويض لازم يكون صفر/صفر

$\lim_{س \to ٢} \frac{٣ س^{٢} + ٤ أ س}{١} = ١$

$١ = \frac{١٢ + ٤ أ}{١}$ ⇐ $١٢ + ٤ أ = ١$ ⇐ $٤ أ = -١١$

$\frac{٤ أ}{٤} = \frac{-٢٠}{٤}$ ⇐ أ = -٥

أ. معتصم ريحان

ص6

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال / اذا كانت $ص = هـ^{س} جاس$

أثبت أن $ص'' - ٢ص' + ٢ص = صفر$ ← قاعدة الضرب

الحل نشتق $ص' = هـ^{س} \times جتاس + جاس \times هـ^{س}$

(قاعدة ضرب) (قاعدة ضرب)

نشتق مرة ثانية $ص'' = هـ^{س} \times -جاس + جتاس \times هـ^{س} + جاس \times هـ^{س} + هـ^{س} \times جتاس$

$ص'' = ٢ هـ^{س} جتاس$

الآن نأخذ الطرف الأيمن من الإثبات ونعوض فيه .

$ص'' - ٢ص' + ٢ص$

$٢ هـ^{س} جتاس - ٢(هـ^{س} جتاس + هـ^{س} جاس) + ٢(هـ^{س} جاس)$

$٢ هـ^{س} جتاس - ٢ هـ^{س} جتاس - ٢ هـ^{س} جاس + ٢ هـ^{س} جاس$

$= صفر =$ الطرف الأيسر . #

أ. معتصم ريحان
00972598709519

خارجي / نجد نهـ $\frac{ص_{١}}{\text{الثابت}}$ $\frac{٢٠}{٣} = \frac{٣٢ ب^{٥} - (ب+س)^{٥}}{٨ ب^{٣} - (ب+س)^{٣}}$ نهـ ← ب

الحل نعوض مباشرة ينتج $\frac{صفر}{صفر}$ نستخدم لوبيتال.

لوبيتال

$\frac{٢٠}{٣} = \frac{٥(ب+س)^{٤} \times ١}{٣(ب+س)^{٢} \times ١}$ نهـ ← ب

$\frac{٢٠}{٣} = \frac{٥}{٣}(ب+س)^{٢}$ نهـ ← ب

$\frac{٢٠}{٣} = \frac{٥}{٣} \times \frac{٣}{٥}(ب٢)^{٢}$ نعوض $\frac{٣}{٥}$

$٤ = (ب٢)^{٢}$

$ب٢ = ١ \Leftarrow ب^{٢} = ١ \Leftarrow ب = \pm ١$

$ب = ٦$

أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس والسوشيال
00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال / إذا كان $م(س) = \log_{\frac{1}{2}} |س-2|$ ، $ل(س) = 5^{س}$

أوجد $\lim_{س \to 3} \frac{م(س)\, ل(س) - 5^{م(س)} + 1}{س - 3}$ أو بالتعويض مباشر

$م(3) = \log_{\frac{1}{2}} |3-2|$

$م(3) = صفر$

الحل

بما أن $\lim_{س \to 3} \frac{م(س)\, ل(س) - 5^{م(س)} + 1}{س - 3}$ بالتعويض المباشر

$= \frac{م(3)\, ل(3) - 5^{م(3)} + 1}{3 - 3}$

$= \frac{صفر}{صفر}$

نستخدم لوبيتال

بما أن $\lim_{س \to 3} \frac{م(س) \times ل'(س) + ل(س) \times م'(س) - 5^{م(س)} \times م'(س)}{1}$

بدنا نجيب $م'(3)$

$م'(س) = \frac{|س-2|}{س-2}$

$م'(3) = \frac{1}{3-2} = \frac{1}{1} = 1$

$م(3) \times ل'(3) + ل(3) \times م'(3) - 5^{م(3)} \times م'(3)$

$صفر \times ل'(3) + 5^{3} \times 1 - 1 \times 1$

$5^{3} - 1$ #

أ. معتصم ريحان
00972598709519

مثال / إذا كان $ص = \frac{(س+1)^{4} (2س+1)^{3}}{9(س+3)}$ فجد $\frac{ص}{س}$

الحل نأخذ اللوغاريتم الطبيعي

$\log_{5} ص = \log_{5} \left(\frac{(س+1)^{4} (2س+1)^{3}}{9(س+3)} \right)$

نحن مشتقين بالنسبة لـ س.

$\log_{5} ص = \log_{5} (س+1)^{4} (2س+1)^{3} - \log_{5} 9(س+3)$

$\log_{5} ص = \log_{5} (س+1)^{4} + \log_{5} (2س+1)^{3} - \log_{5} 9(س+3)$

$\frac{ص'}{ص} = 4 \left(\frac{1}{س+1} \right) + 3 \left(\frac{2}{2س+1} \right) - 9 \left(\frac{1}{س+3} \right)$

$ص' = ص \left(\frac{4}{س+1} + \frac{6}{2س+1} - \frac{9}{س+3} \right)$ #

يمكنه حل السؤال عن طريق قانون القسمة لكنه سيكون الحل أطول فلذلك لجأنا إلى اللوغاريتم لسهولته وأوفر.

ص 8

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال / اذا كانت $ص = هـ^{٢س}$ وكانت $ص''' - ٤ص' + ٤ص = صفر$ برهن أن $ع = ١$

الحل نريد أنه نخدمك ص' ، ص'' بلا

$$ص' = هـ^{٢س} \times ٢ع$$

$$ص'' = ٢ع \times هـ^{٢س} \times ٢ع = ٤ع^{٢} هـ^{٢س}$$

الآن نعوض في المعادلة المعطاة

$$ص''' - ٤ص' + ٤ص = صفر$$

$$٤ع^{٢} هـ^{٢س} - ٤(٢ع هـ^{٢س}) + ٤(هـ^{٢س}) = صفر$$

$$٤ع^{٢} هـ^{٢س} - ٨ع هـ^{٢س} + ٤ هـ^{٢س} = صفر$$

بالقسمة على (٤)

$$ع^{٢} هـ^{٢س} - ٢ع هـ^{٢س} + هـ^{٢س} = صفر$$

نأخذ $هـ^{٢س}$ عامل مشترك

$$هـ^{٢س}(ع^{٢} - ٢ع + ١) = صفر$$

اما $هـ^{٢س} = صفر$ أو $ع^{٢} - ٢ع + ١ = صفر$

$$(ع - ١)(ع - ١) = صفر$$

$$ع = ١ \quad \#$$

لاحظ انه طريقة اللوغاريتم أسهل قليلاً

حل بطريقة أخرى

وهي بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$لو_{هـ} ص = لو_{هـ} هـ^{٢س}$$

$$لو_{هـ} ص = ٢س \, لو_{هـ} هـ$$

$$لو_{هـ} ص = ٢س$$

نشتق الطرفين

$$\frac{ص'}{ص} = ٢ع$$

$$ص' = ٢ع ص$$

$$ص'' = ٢ع ص'$$

الآن نعوض في المعادلة

$$ص''' - ٤ص' + ٤ص = صفر$$

$$٢ع(٢ع ص') - ٤(٢ع ص) + ٤ص = صفر$$

$$٤ع^{٢} ص - ٨ع ص + ٤ص = صفر \quad ÷ ٤$$

$$ع^{٢} ص - ٢ع ص + ص = صفر$$

$$ص(ع^{٢} - ٢ع + ١) = صفر$$

$$ص = ٠ \quad أو \quad (ع^{٢} - ٢ع + ١) = صفر$$

$$(ع - ١)(ع - ١) = صفر$$

$$ع = ١$$

أ. مقصم رحال
00972598709519

تابعني على الفيس هو اليوتيوب

صـ٩

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم ريحان

2017 ي / إذا كان $م(٢س^{٣}-١) = \frac{٣}{٤}(س+٦)^{٤}$ أوجد $\lim_{س \to ٢} \frac{م(٧)-م(٧+هـ)}{٦هـ}$

الحل نفوض مباشرة $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبتال

$$\frac{م'(٧)}{٦} = \frac{\frac{١}{٣}}{٦} = \frac{١}{١٨}$$

$$\frac{م'(٧)(٠-١)}{٦} = \frac{-م'(٧)}{٦}$$

الآن نريد أنه نجد معكوس $م'(٧)$

$$م'(٢س^{٣}-١) = \frac{٤}{٣}(س+٦)^{\frac{١}{٣}}$$

$$م'(٢س^{٣}-١) \times (٤س) = \frac{٤}{٣}(س+٦)^{\frac{١}{٣}} \times (١)$$

$$م'(٢س^{٣}-١) = \frac{\frac{٤}{٣}(س+٦)^{\frac{١}{٣}}}{٤س \times ٣س^{٢}}$$

$$م'(٢س^{٣}-١) = \frac{(س+٦)^{\frac{١}{٣}}}{٣س^{٣}}$$

$$م'(٢(١)^{٣}-١) = \frac{(١+٦)^{\frac{١}{٣}}}{٣(١)^{٣}} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

$\therefore م'(٧) = \frac{١}{٣}$

أ. معتصم ريحان

ملاحظة $٢س^{٣}-١ = ٧$

$٢س^{٣} = ٨$

$س^{٣} = ٤ \Rightarrow س = \pm ٢$

$س = ٢$ مرفوضة شرط من السؤال

أ. معتصم ريحان

تحدي / إذا كانت $ص = \frac{س^{٦}}{جاس}$ فجد $\frac{دص}{دس}$

الحل نأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$\log_{هـ} ص = \log_{هـ} \frac{س^{٦}}{جاس}$$

$$\log_{هـ} ص = \log_{هـ} س^{٦} - \log_{هـ} جاس$$

$$\log_{هـ} ص = ٦\log_{هـ} س - \log_{هـ} جاس$$

$$\frac{١}{ص} = \frac{٦}{س} - \frac{جتاس}{جاس}$$

$$\frac{دص}{دس} = ص(\frac{٦}{س} - ظتاس)$$

$\log_{هـ} هـ = ١$

نكمل هنا

$$\frac{دص}{دس} = ص(\frac{٦س+١}{س} - ظتاس)$$

#

أ. معتصم ريحان

00972598709519

تابعني على اليوتيوب والفيس

صـ ١٥

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

إثبات/ إذا كان س = جتاص أثبت أن $\frac{ص''}{(ص')^2}$ = − ظتاص

الحل/ نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لسين

س = جتاص

1 = − جاص × ص'

$\Rightarrow ص' = \frac{-1}{جاص}$

$\Leftarrow ص'' = \frac{-1 \times -جتاص \times ص'}{جاص}$

الآن نعوض في الطرف الأيمن

الطرف الأيمن

$ص'' \rightarrow \frac{جتاص \times ص'}{جاص}$

$\frac{جتاص \times ص'}{جاص} \equiv \frac{}{(ص')^2}$

$\Leftarrow جتاص \times ص' = \frac{-1}{جاص}$

$\Leftarrow$ الطرف الأيمن = $\frac{-جتاص}{جاص}$ = − ظتاص = الطرف الأيسر #

$ص = \frac{ك_ص}{ك_س}$

$ص'' = \frac{ك^2_ص}{ك_س^2}$

الاشتقاق بالنسبة لسين

أ. معتصم ريحان

00972598709519

إثبات إذا كانت ص = $(س + \sqrt{س^2+1})^{ن}$ فأثبت أن

$(س^2+1)ص'' + س ص' = ن^2 ص$

الحل $ص' = ن(س + \sqrt{س^2+1})^{ن-1} \times (1 + \frac{2س}{2\sqrt{س^2+1}})$

$= ن(س + \sqrt{س^2+1})^{ن-1} \times \frac{\sqrt{س^2+1} + س}{\sqrt{س^2+1}}$

$= ن \frac{(س + \sqrt{س^2+1})^{ن}}{\sqrt{س^2+1}} = \frac{ن ص}{\sqrt{س^2+1}}$

$\Leftarrow ص'' = \frac{ن ص' \sqrt{س^2+1} - ن ص \times \frac{س}{\sqrt{س^2+1}}}{س^2+1}$

$= \frac{ن^2 ص - \frac{ن س ص}{\sqrt{س^2+1}}}{س^2+1}$

$= \frac{ن^2 ص \sqrt{س^2+1} - ن س ص}{(س^2+1)\sqrt{س^2+1}}$

$\Leftarrow (س^2+1)ص'' = \frac{ن^2 ص \sqrt{س^2+1} - ن س ص}{\sqrt{س^2+1}}$

$\Leftarrow (س^2+1)ص'' + س ص' = ن^2 ص$ #

الآن نعوض في المعادلة المعطاة

الطرف الأيسر = $(س^2+1)ص'' + س ص'$

$= (س^2+1) \times \frac{ن س ص}{(س^2+1)\sqrt{س^2+1}} + س \times \frac{ن ص}{\sqrt{س^2+1}}$

$= \frac{ن س ص}{\sqrt{س^2+1}} + \frac{ن س ص}{\sqrt{س^2+1}} = ن^2 ص$ = الطرف الأيمن #

ويمكن حل السؤال بالطرف التماثلي عندما أوجدنا ص'

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحصة رقم 14

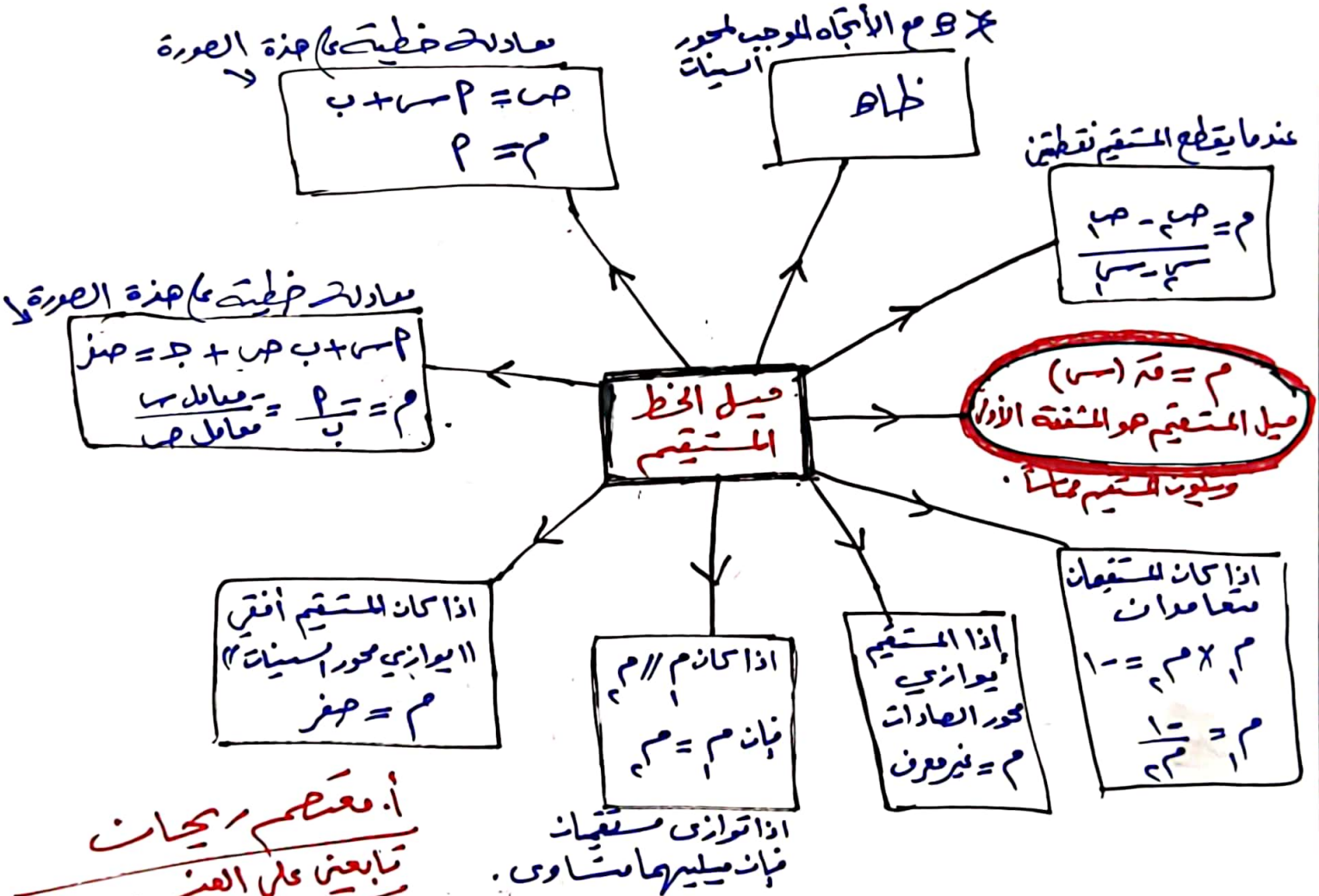
توجيهي علمي 2022

أ. معتصم ريحان
00972598709519

الدرس الخامس
الوحدة الأولى

((أولاً التطبيقات الهندسية))

(*) عزيزي الطالب درس تطبيقات هندسية باختصار يعتمد على حساب ميل المستقيم بطريقتين إحداهما موضوع وحدتنا وهو المشتقة الأولى



أ. معتصم ريحان
تابعين على الفيس واليوتيوب
00972598709519

(*) ملاحظة مهمة :-

عزيزي الطالب حاول في كل سؤال في هذا الدرس أن تحسب الميل أولاً عن طريق المشتقة الأولى ثم عن طريق معلومة من المعلومات الواردة في الشكل السابق والتي تساعدنا في حساب ميل المستقيم وهذا ملخص لأفكار الدرس .

حل (*) أ. معتصم ريحان // تلخيص الحصص الإلكترونية الخاصة .

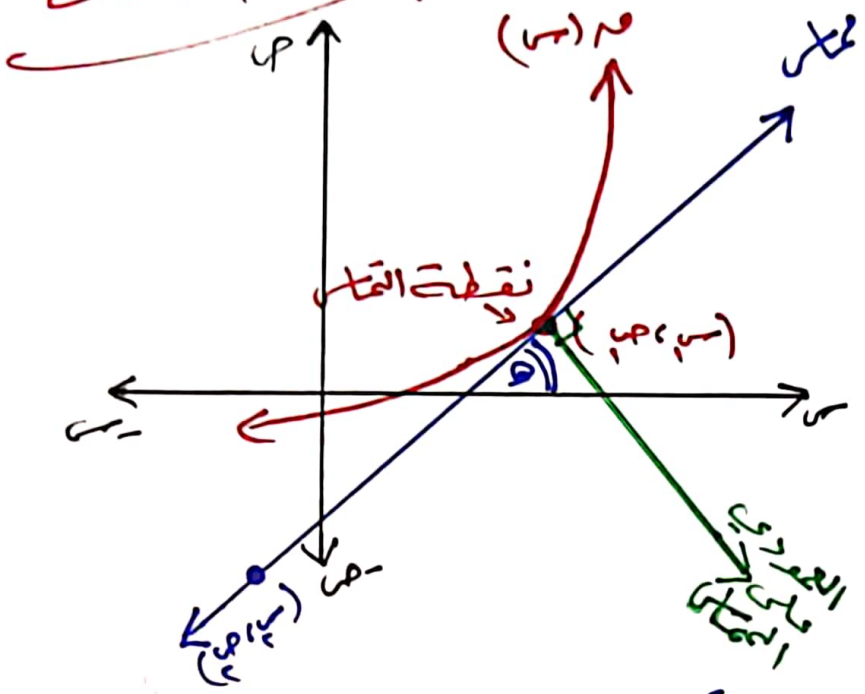
Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

التطبيقات الهندسية

توجيهي علمي

أ. معتصم ريحان

(*) لاحظ الشكل التالي :-



لاحظ من الشكل أنه يمكن أن نحسب ميل المستقيم الموجود باللون الأزرق وهو فرعة الحالة عبارة عن مماس للاقتران م(س) فلذلك نقول أن ميل المماس هو المشتقة الأولى للاقتران م(س) عند النقطة (س١، ص١)

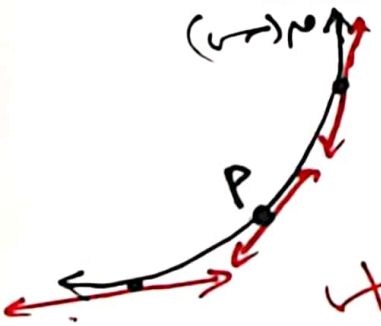
ويمكن أيضاً أن نحسب ميل هذا المماس عن طريق ظا الزاوية θ حيث الزاوية المحصورة بين المماس والاتجاه الموجب لمحور السينات.

ولاحظ أيضاً أنه يمكننا حساب ميل هذا المماس عن طريق النقطتين الموجودتين على هذا المماس وهما (س١، ص١)، (س٢، ص٢) عن طريق م = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

أ. معتصم ريحان

(*) لاحظ أن ميل الاقتران عند نقطة يختلف باختلاف النقطة.

(*) كل مماس له ميل مختلف عن الآخر في هذا الشكل.



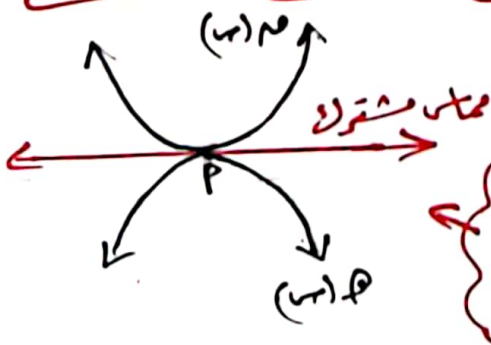
(*) لاحظ أيضاً أن ميل الاقتران م(س) عند النقطة P هو ميل المماس عند النقطة P لذلك فإنه م'(P) = م.

يعني أنه مشتقة الاقتران م(س) عند النقطة P هو ميل المماس المرسوم من نقطة التماس وهي (P، م(P))

(*) إذا كان الاقتران م(س) يحوي الاقترانين ه(س)، و(س) عند س = P

فإنه م'(P) = ه'(P)

م(P) = و(P)



لأن هنا الاقتران = الاقتران والميل = الميل عند النقطة P لأنها نقطة مشتركة

أ. معتصم ريحان

ص 2

CamScanner بـ ضوئيا

التطبيقات الهندسية

أ. معتصم ريحان
توجيهي علمي 2022

(*) معلومات وملاحظات مهمة ستساعدك في حل أي سؤال:

1) اذا طلب في السؤال معادلة المماس اذا يجب أن تتعرف على نقطة (س١، ص١) والميل
وتعوض في هذا القانون (ص - ص١) = م (س - س١)

ونفس الشيء لو طلب معادلة العمودي مع الانتباه إلى أن ميل العمودي = -١ / ميل المماس

(*) العلاقة بين ميل المماس وميل العمودي هي ((أقلب وغير الاشارة)).

أ. معتصم ريحان

2) إذا أعطاك في السؤال نقطة عليك أن تتحقق هل هي داخليه ((تقع على الاقتران)) أم أنها خارجيه ((لا تقع على الاقتران)) وذلك عن طريق تعويض هذه النقطة في الاقتران فإذا تحققت معادلة تكون داخلية وإلا فلا.

(*) أحياناً قد يذكر في السؤال أن النقطة واقعة على منحنى الاقتران وهو سهل مليار المرة

3) اذا قال في السؤال كلمة ((يمس، متماسان، مماساً، يتماسان))
معناه أن الاقتران = الاقتران والميل = الميل

(*) ويكون في السؤال موجود اقترانين. (*) نسعى لإيجاد النقطة

4) اذا قال في السؤال المماس أفقي معناه م(ق)(أ) = صفر الميل = صفر
م(أ) = ب

أ. معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس

5) اذا قال في السؤال كلمة ((يوازي، موازي، متوازيان، يتوازيان))
معناه أن م١ = م٢ (*) نسعى لإيجاد النقطة

6) اذا قال في السؤال كلمة ((عمودياً، أو تعامد أو يعامد أو متعامدان))
معناه أنّ م١ × م٢ = -١ (*) نسعى لإيجاد النقطة

أ. معتصم ريحان
00972598709519

ص3

حصص الكترونية خاصة على الزوم مميزة.

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

أ. معتصم ريحان
توجيهي علمي 2022
00972598709519

✱ تابع المعلومات والملاحظات المهمة :

7 إذا قال في السؤال كلمة ((يقطع أو يقاطع أو يلتقي أو يمس)) معناه يساوي الاقترانين ببعض $م(س) = ف(س)$

✱ واذا قال أن الاقتران يقطع محور السينات ⇐ يعني يساوي ص بصفر $ص = ٠$

✱ وإذا قال أن الاقتران يقطع محور الصادات ⇐ يعني يساوي س بصفر $س = ٠$

8 عند حصولك على قيمة س عوض فيها بالاقتران الأصلي بتربح نقطة $(س، ص)$

وعند حصولك على قيمة س عوض فيها بالمشتقة بتربح ميل .

أ. معتصم ريحان

✱ تعريف ⇐ إذا كانت $م(س)$ اقتراناً قابلاً للإشتقاق عند النقطة $P(س_١، م(س_١))$ فإن ميل المنحنى عند النقطة P هو ميل المماس المرسوم للمنحنى $م(س)$ ويساوي $م'(س_١)$

ويُعرف العمودي على منحنى الاقتران بأنه عمودي على المماس للمنحنى عند نقطة التماس .

أ. معتصم ريحان

مثال ① صـ ٢١٤ جد ميل منحنى الاقتران $م(س) = س^٣ + ٥س$ عند $س = ١$ ثم جد معادلتي المماس والعمودي على المماس عند تلك النقطة .

الحل لطلب في السؤال معادلة المماس ومعادلة العمودي إذا يجب أنه نأتي نقطة $(س، ص)$ ميل قانون

في ما قلتلكم الفكرة الأساسية للدرس هي ايجاد الميل وأولاً نأخذ الحل عن طريق المشتقة الأولى .

دائماً عوض قيمة س في الاقتران الأصلي بتربح نقطة .

$م(س) = س^٣ + ٥س$

$م(١) = (١)^٣ + ٥(١)$

$م(١) = ٦$

$(١، ٦)$

حللنا على النقطة

$م'(س) = ٣س^٢ + ٥$

$م'(١) = ٣(١)^٢ + ٥$

$م'(١) = ٨$

$م = ٨$

حللنا على الميل

أ. معتصم ريحان

الآن نكتب قانون معادلة المماس ونعوض فيه

$ص - ص_١ = م_{المماس}(س - س_١)$

$ص - ٦ = ٨(س - ١)$

$ص = ٨س - ٢$ معادلة المماس

الآن نكتب قانون معادلة العمودي ونعوض فيه

$ص - ص_١ = \frac{-١}{م_{المماس}}(س - س_١)$

$ص - ٦ = \frac{-١}{٨}(س - ١)$

$ص = -\frac{١}{٨}س + ٦\frac{١}{٨}$ معادلة العمودي

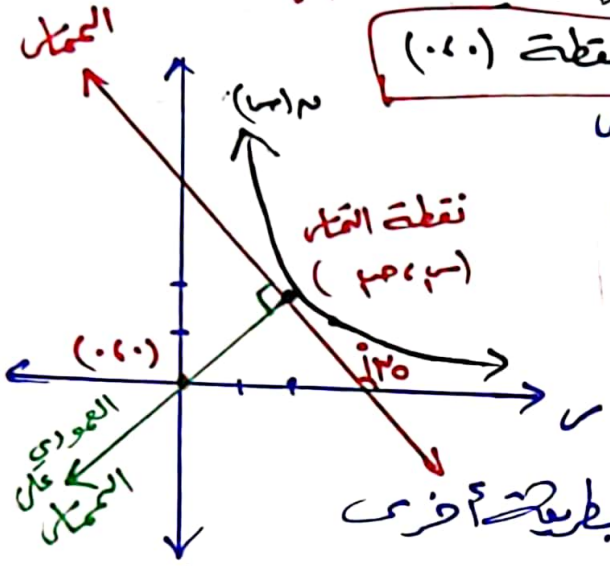
ص

CamScanner بـ ضوئيا

أ. معتصم ريحان
فلسطين

مثال (2) صـ 31

إذا كان الممماس لمنحنى م(س) = $\frac{٤}{س}$ ، بحيث س > صفر ، يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، أثبت أن العمودي على الممماس عند نقطة التماس لمنحنى م(س) يمر بالنقطة (٠،٠)



الحل

زي ما قلتلكم الفكرة الرئيسية للدرس هي إيجاد الميل بطريقتين إحداهما أساسية وهي من طريق المشتقة الأولى .

أولاً نفرض نقطة التماس هي (س١، صـ١) بيلا نحسب الميل من طريق المشتقة الأولى

م'(س) = $\frac{-٤}{س^{٢}}$ الآن نريد أن نجد الميل بطريقة أخرى لأنه من السؤال معطينا الزاوية ١٣٥° .

وهي من طريق ظا١٣٥ = -١

نساوي الميلان ببعضهما عشان نجد قيمة س ثم نفوض بها في الاقتران لإيجاد قيمة صـ

هذا ميل الممماس أما ميل العمودي أقلب وغير الإشارة.

م'(س) = ظا١٣٥

$-١ = \frac{-٤}{س^{٢}}$

$-س^{٢} = -٤ \Leftarrow$ س = ± ٢

المطلوبة س = ٢ ، س = -٢ مرفوضة X شرط من السؤال س > صفر

(*) م(س) = $\frac{٤}{س}$ $\Leftarrow$ صـ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

∴ نقطة التماس هي (٢، ٢)

أ. معتصم ريحان

هو يريد من السؤال إثبات أن العمودي على الممماس يمر بالنقطة (صفر، صفر)

إذاً نجد معادلة العمودي ومن ثم نفوض فيها أن النقطة (صفر، صفر)

فإذا كانت تحقق معادلة العمودي، فإنها إذاً تمر بالمركز (صفر، صفر).

نقطة (٢، ٢) نقطة الممماس

هذا ميل العمودي وهو $\frac{١}{\text{ميل الممماس}}$

معادلة العمودي ← تحتاج ← ميل العمودي [1] + نقطة

ص - ص١ = $\frac{-١}{-١}$ (س - س١)

ص - ٢ = ١ (س - ٢) وزع

ص = س

هذه معادلة العمودي

عوض فيها بالنقطة (٠،٠)

صفر = صفر ✓

إذا العمودي يمر بالمركز لأن النقطة (٠،٠) تحقق معادلة العمودي .

أ. معتصم ريحان
00972598709519

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

مثال 3 ص 32

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران م(س) = $\frac{س^2}{ه^{س}}$ عند النقطة التي إحداثيها السيني = 1

نفرض نقطة التماس (س، ص)

الحل

$م'(س) = \frac{(ه^{س})(2س) - (س^2)(ه^{س})}{(ه^{س})^2}$ ← طبقنا قاعدة القسمة

هذا الميل ↓

$م'(1) = \frac{(ه^1)(2) - (1)(ه^1)}{(ه^1)^2} = \frac{2ه - ه}{ه^2} = \frac{ه}{ه^2} = \frac{1}{ه}$

لإيجاد معادلة المماس نختار نقطة $(1, \frac{1}{ه})$ ← ص

ميل المماس $\frac{1}{ه}$

نعوض بالقانون ص − ص₁ = م (س − س₁)

$ص - \frac{1}{ه} = \frac{1}{ه}(س - 1)$

$ص = \frac{1}{ه}س - \frac{1}{ه} + \frac{1}{ه}$

معادلة المماس.

$ص = \frac{س}{ه}$ ⇐ $ص = \frac{1}{ه}س$

لإيجاد قيمة ص نأخذ قيمة س ونعوضها بالاقتران الأصلي م(س)

$م(1) = \frac{(1)^2}{ه^1} = \frac{1}{ه}$

أ. معتصم ريحان
تابعين على اليوتيوب والفيس

مثال 4 ص 32

إذا كان المستقيم ص = −3س + جـ يمس منحنى م(س) = −2س² + 5س + 1

جد نقطة/نقاط التماس.

كلمة مفتاحية لحل السؤال

الاقتران = الاقتران
الميل = الميل

(*) نفرض أن نقطة التماس هي (س، ص)

$م'(س) = -4س + 5$

$ص = -3س + جـ$

$ص + 3س - جـ = 0$

$م = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{3}{1} = -3$

الآن نساوي الميل بالميل

$-4س + 5 = -3$

$-4س = -8$

$س = 2$ نعوضها بالاقتران للحصول على نقطة

$م(2) = -2(2)^2 + 5(2) + 1$

$م(2) = -8 + 10 + 1 = 3$

∴ النقطة (2، 3) نقطة التماس

هذا هو المطلوب

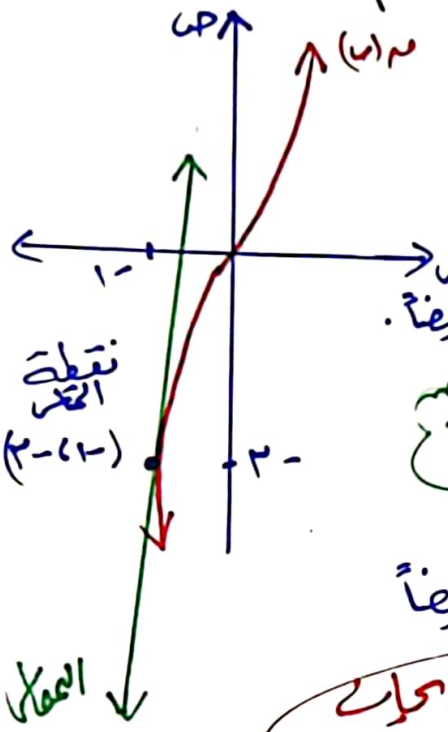
ص ك

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

كلمة مفتاحية

مثال (5) ص 32

إذا كان المستقيم ص = جـ س + ٥ يمس منحنى الاقتران م(س) = أ س³ + ب س² عند النقطة (-١، -٣) جد قيم أ، ب، جـ



الحل

هناك كلمة مفتاحية في السؤال وهي يمس

إذاً الاقتران = الاقتران

و الميل = الميل

ولأن نقطة مشتركة (-١، -٣) لاحظ أنه معطينا النقطة بين المستقيم والاقتران وتحقق معادلة الاقتران والمستقيم أيضاً.

هنا عوضنا النقطة بالاقتران

م(-١) = أ(-١)³ + ب(-١)²

معادلة ١ ← -٣ = -أ + ب

الآن نعوض النقطة (-١، -٣) بمعادلة المستقيم أيضاً

ص = جـ س + ٥

-٣ = جـ(-١) + ٥

-٣ - ٥ = -جـ ⟸ جـ = ٨

بما أن الحالة حالة تماس إذاً الميل للمستقيم = الميل للمنحنى عند النقطة (-١، -٣)

٨ = م(س) = ٣أ س² + ٢ب س

٨ = ٣أ(-١)² + ٢ب(-١)

معادلة ٢ ← ٨ = ٣أ - ٢ب

م = معامل س / معامل ص = -٨/١ = ٨

ص - ٨س - ٥ = ٠

هنا حسبنا ميل المستقيم

الآن نحل المعادلة ١ مع ٢ بطريقة الحذف لإيجاد أ، ب

٨ = ٣أ - ٢ب

-٣ = -أ + ب × ٢

٨ = ٣أ - ٢ب

-٦ = -٢أ + ٢ب

أجمع

٢ = أ

الآن نعوض لإيجاد ب

٨ = ٣أ - ٢ب

٨ = ٣×٢ - ٢ب

٨ - ٦ = -٢ب

٢ = -٢ب

ب = -١ #

ص ٧

أ. معتصم رجاب
00972598709519

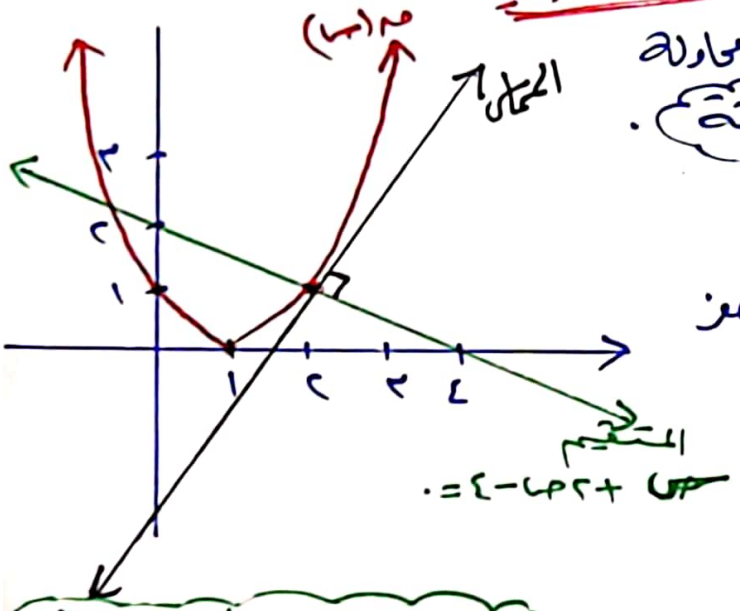
تابعين لـ الفيزا واليوتيوب

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑧ تمارين ومسائل ص ٣٦ ((أسئلة التطبيقات الهندسية فقط))

#توجيهي علمي
أ. معصم ريحان

س١/ جد النقطة / النقاط على منحنى م(س) = س² - ٢س + ١ التي يكون عندها العمال للمنحنى عمودياً على المستقيم
س + ٢ص - ٤ = صفر ← هذه معادلة العمودي



الحل زي ما قلتلك الفكرة الرئيسية في معادلة إيجاد الميل بطريقتين احداهما المشتقة.

م(س) = ٢س - ٢

ومن معادلة المستقيم س + ٢ص - ٤ = صفر

نجد الميل = -معامل س / معامل ص = -١/٢ ← هذا ميل العمودي

* حصلنا على ميل العمودي لكن نريد أيضاً أن نجد ميل العمال وهو سالب مقلوب ميل العمودي

∴ ميل العمال = -١ / (-١/٢) = ٢

الرسمة غير مطلوبة في الحل فقط للتوضيح.

ولاحظ أنه في السؤال يوجد كلمة بعامد وهي من الكلمات المفتاحية التي تدل على أن م١ × م٢ = -١ ⇐ م١ = -١/م٢

* الآن ساوي الميلان اللذان حصلنا عليهما بعض.

المشتقة الأولى ← م(س) = ٢ ← هذا ميل العمال
٢س - ٢ = ٢
٢س = ٤
س = ٢ نعوض بالاقتران الأصلي للحصول على ص

م(٢) = (٢)² - ٢(٢) + ١
م(٢) = ٤ - ٤ + ١ = ١
∴ النقطة هي (٢، ١)

هذه هي النقطة التي يكون عندها العمال للمنحنى عمودياً على المستقيم.
وهي نقطة التماس أيضاً.

أ. معصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس
00972598709519

#توجيهي علمي 2022
فيديوهات خاصة إلكترونية مميزة!

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س2 / ص 36 جد معادلة المماس لمنحنى م(س) = ٣ - ظا س عندما س = $\frac{\pi}{4}$

الحل

م = م'(س) = -٢ ظا س × قا² س

م = م'($\frac{\pi}{4}$) = -٢ ظا $\frac{\pi}{4}$ × قا² $\frac{\pi}{4}$

م = -٢ × ١ × ٢

م = -٤

لطلب معادلة المماس نحتاج

- قانون معادلة المماس.
- نقطة (س، ص) → $(\frac{\pi}{4}, ٢)$
- ميل المماس → م = -٤

✳ عوض عن قيمة س في الاقتران الأصلي لإيجاد نقطة

م($\frac{\pi}{4}$) = ٣ - ظا $\frac{\pi}{4}$

= ٣ - ١ = ٢

∴ النقطة هي $(\frac{\pi}{4}, ٢)$ = (س، ص)

✳ قانون معادلة المماس

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٢ = -٤ (س - $\frac{\pi}{4}$)

معادلة المماس: ص = -٤س + π + ٢

س3 / إذا كان المماس لمنحنى م(س) = لو$_{\frac{1}{2}}$ س عندما س = ٢ يقطع محوري السينات والصادات في النقطتين ب، جـ على الترتيب جد مساحة المثلث م ب جـ حيث م نقطة الأصل

الحل

م'(س) = $\frac{\frac{1}{2}}{س}$ ⇐ م'(٢) = $\frac{\frac{1}{2}}{2}$ = $\frac{1}{4}$ الميل

الآن نجد معادلة ص ونفوض عن معادلة س بـ ٢

ص = لو$_{\frac{1}{2}}$ س

ص = لو$_{\frac{1}{2}}$ ٢ = صفر

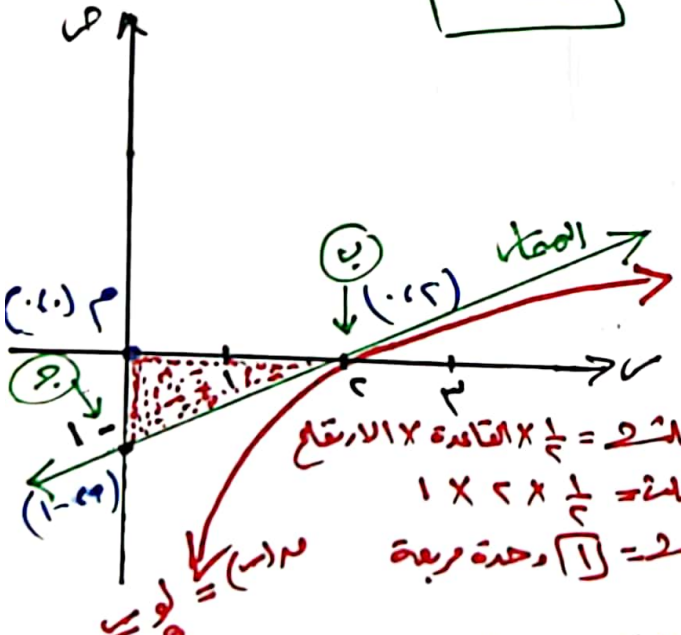
✳ إذا النقطة (٢، صفر)

أوجدنا الميل والنقطة الآن نجد معادلة المماس

معادلة المماس: ص - ص١ = م (س - س١)

ص - صفر = $\frac{1}{4}$ (س - ٢)

ص = $\frac{1}{4}$ س - ١



✳ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع أو أخرى

✳ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ٢ × ١

✳ مساحة المثلث = ١ وحدة مربعة

المطلوب مساحة المثلث الملون بالأحمر

الرسم للتوضيح

بما أنه قال في السؤال أن المماس يقطع محور السينات إذاً نضع ص = صفر

ب ← (٠، ٢) ⇐ س = ٢ ← صفر = $\frac{1}{4}$ س - ١

بما أنه قال في السؤال أن المماس يقطع محور الصادات إذاً نضع س = صفر

جـ ← (١-، ٠) ⇐ ص = -١ ← ص = $\frac{1}{4}$ × صفر - ١

CamScanner

نشاط ص 76 / اذا كان المستقيم $س = ب - ٦ص$ يمس منحنى الاقتران $م(س) = \frac{٣س}{س-٢}$ حيث $س \neq ٢$ فجد قيمة $ب$

الحل $م'(س) = \frac{(س-٢) \times ٣ - ٣س \times ١}{(س-٢)^٢} = \frac{٣س - ٦ - ٣س}{(س-٢)^٢} = \frac{-٦}{(س-٢)^٢}$

$م'_١ = \frac{-٦}{(س-٢)^٢}$

الحالة الحالية تماثل إذاً

$م_١ = م_٢$ ← الاقتران = الاقتران

الآن نجد ميل المستقيم

$س = ب - ٦ص \Leftarrow -٦ص = -س + ب$

$ص = ع$ ← $م_٢ = \frac{-١}{-٦} = \frac{١}{٦}$

$م = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

* الآن نساوي الميلات ببعضها

$\frac{-٦}{(س-٢)^٢} = \frac{١}{٦} \Leftarrow (س-٢)^٢ = ٣٦$

$س - ٢ = ٦ \Leftarrow س = ٨$

$س - ٢ = -٦ \Leftarrow س = -٤$

* الآن نعوض في الاقتران الأصلي لإيجاد $ص$ ومن ثم نعرف النقطة

عندما $س = ٨$ ← $م(٨) = \frac{٨ \times ٣}{٨-٢} = \frac{٢٤}{٦} = ٤$ ∴ النقطة $ص$ ← $(٨، ٤)$

عندما $س = -٤$ ⇐ $م(-٤) = \frac{-٤ \times ٣}{-٤-٢} = \frac{-١٢}{-٦} = ٢$ ∴ النقطة $ص$ ← $(-٤، ٢)$

* الآن لإيجاد قيمة الثابت $ب$ نعوض عن النقطتين في معادلة المستقيم

عند $(٨، ٤)$ $س = ب - ٦ص$

$٨ = ب - ٦ \times ٤$

$ب = ٨ + ٢٤$

$ب = ٣٢$ #

عند $(-٤، ٢)$ $س = ب - ٦ص$

$-٤ = ب - ٦ \times ٢$

$ب = ١٢ - ٤$

$ب = ٨$ #

أختي / اذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $م(س)$ عند النقطة $(٢، ٣)$ هي $٥س - ص = ٧$ فإن $م(٢) + م'(٢)$

الحل ميل العمودي $= \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٥}{-١} = ٥$ ← ميل العمودي

إذاً ميل المماس $= -\frac{١}{٥}$

بما أن ميل المماس هو المشتقة الأولى إذاً $م'(٢) = -\frac{١}{٥}$

ومن النقطة المعطاة $(٢، ٣)$ نستنتج أن $م(٢) = ٣$

المطلوب ← $م(٢) + م'(٢)$

$٣ + -\frac{١}{٥} = \frac{١٤}{٥}$ #

$م(٢) = ٣$

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

الحصة رقم 15 + 16

توجيهي علمي 2022

أ. مقصم ريحان
00972598709519

⊛ تابع درس تطبيقات هندسية

أسئلة امتحانات سابقة

خارجي / اذا كان المستقيم الواصل بين النقطتين (أ، ص) ، (١، ب) مماسا لمنحنى الاقتران هـ(س) = ٢س^٣ - س + ٧ ، ما قيمة الثابت ب .

الحل / ميل المماس عند (أ، ص) = هـ(أ) = ٤أ - ١

ميل المستقيم = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ب - ١-}{٠ - ١} = ب + ١$

الآن نساوي الميلان ببعضهما ⇐ ٤أ - ١ = ب + ١ ⇐ ٤أ - ٢ = ب ... (١)

نقطة التماس (أ، ص) ، (٠، -١)

ميل المستقيم = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص + ١}{س - ٠}$ ... (٢)

ميل المستقيم = ميل المماس ← $\frac{ص + ١}{س} = ٤أ - ١$

⇐ ص + ١ = ٤أ^٢ - س

⇐ ص = ٤أ^٢ - س - ١

٢أ^٢ - أ + ٧ = ٤أ^٢ - أ - ١

٢أ^٢ - ٤أ^٢ = -١ - ٧

-٢أ^٢ = -٨

أ^٢ = ٤ ⇐ أ = ± ٢

عندما أ = ٢ ⇐ ٤ × ٢ - ٢ = ب

ب = ٦

عندما أ = -٢ ⇐ ٤ × -٢ - ٢ = ب

ب = -١٠

#

أ. مقصم ريحان
00972598709519

تابعني على اليوتيوب والفيس

حاول أن تحلي / أوجد معادلة المماس لمرسوم منحنى الاقتران هـ(س) = ٢س^٣ من النقطة (-١، ٠) ، س ≠ صفر

سؤال مباشر

ص = ١

أ. مقصم ريحان

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

مثال: اذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران م(س) عند النقطة (١٢، ب) هي ٦ص = -س وكانت م(١٢) = ٦ فما قيمة الثابت ب

الحل

معادلة العمودي ٦ص - س = صفر

∴ ميل العمودي = معامل س / معامل ص = -١/٦ = -١/٦

ومنها ميل المماس = ٦

لكنه ميل المماس هو م(١٢) = ٦ ∴ ٦ = ٦ ⇐ ٦ = ٦

النقطة (١٢، ب) تحقق معادلة العمودي ⇐ ٦ص = -س

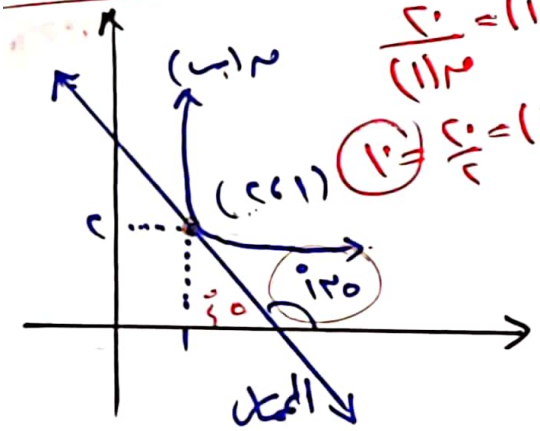
٦ × ب = -١٢

ب = -٢ ⇐

أ. معتصم ريحان

خارجي: اذا كان م(س) ، هـ(س) قابلين للاشتقاق بحيث أن م(س) × هـ(س) = ٢٠

بالاعتماد على الشكل المجاور فما قيمة هـ(١)



هـ(١) = ٢٠ / م(١)

هـ(١) = ٢٠/٢ ⇐ (١، ٢٠) ∈ ١٢

الحل

نشتق الطرفين م(س) × هـ(س) = ٢٠

م(س) × هـ'(س) + هـ(س) × م'(س) = صفر

م(١) × هـ'(١) + هـ(١) × م'(١) = صفر

هـ'(١) × ٢ + ١٠ × (ظا١٢٥) = صفر

هـ'(١) × ٢ + ١٠ × -١ = صفر

٢ هـ'(١) / ٢ = ١٠ / ٢ ⇐ هـ'(١) = ٥ #

من المعادلة م(س) × هـ(س) = ٢٠

م(١) × هـ(١) = ٢٠ ⇐

هـ(١) = ٢٠ / م(١) = ٢٠/٢ = ١٠

أ. معتصم ريحان

حاول أنه تحل: اذا كان لمنحنى الاقتران م(س) مماساً أفقياً عند النقطة (٣، ٤)

وكان ك(س) = (س٢ + ١) / م(س) فجد قيمة ك'(٣).

م'(٣) = صفر ⇐ ك'(٣) = صفر

أ. معتصم ريحان

00972598709519

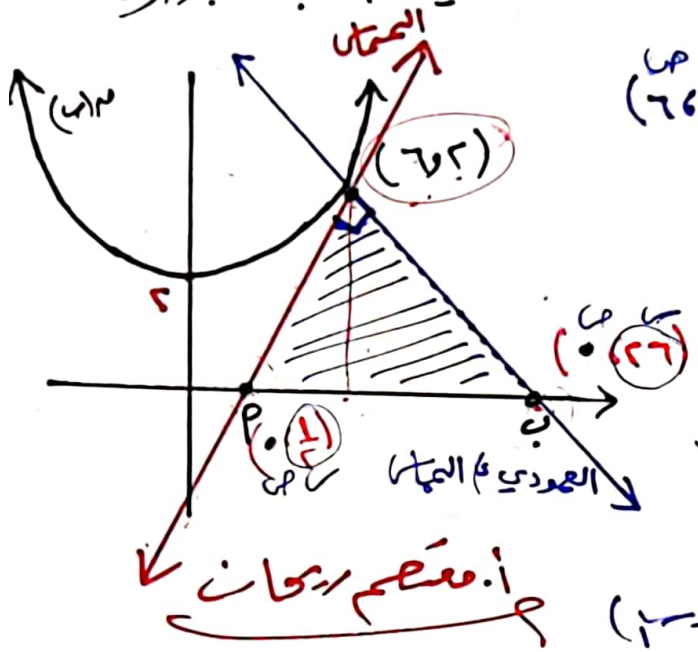
تابعني على الفيس واليوتيوب

ص ٢

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

أ. معتصم ريحان

منحنى / رُسم مماس وعمودي على المماس للاقتران م(س) = س² + ٢ عند النقطة (٢، ٦) الواقعة عليه فقطعا محور السينات في النقطتين P، ب جد طول القطعة المستقيمة $\overline{Pب}$



الحل / ميل المماس = م'(س) = ٢س
عند النقطة (٢، ٦) س = ٢
∴ م'(٢) = ٢ × ٢ = ٤ ← الميل

معادلة المماس ⇐ ص - ص١ = م (س - س١)
ص - ٦ = ٤ (س - ٢)
معادلة المماس ⇐ ص = ٤س - ٢

لايجاد تقاطع المماس مع محور السينات نضع ص = صفر

⇐ ٠ = ٤س - ٢ ⇐ س = ١/٢ ⇐ P = (١/٢، ٠)

الآن نجد معادلة العمودي ⇐ ص - ص١ = م (س - س١)
ص - ٦ = -١/٤ (س - ٢)

ولايجاد تقاطع العمودي مع محور السينات نضع ص = صفر

⇐ ص = -١/٤ س + ١٣/٢
⇐ صفر = -١/٤ س + ١٣/٢ ⇐ -١/٤ س = -١٣/٢ ⇐ س = ٢٦
∴ ب = (٢٦، ٠)

∴ طول القطعة المستقيمة $\overline{Pب}$ = ٢٦ - ١/٢ = ٢٥ ١/٢

⑧ ممكن لو طلب مساحة المثلث المحصور بين المماس والعمودي ومحور السينات نحسبها أيضاً
م = ١/٢ × القاعدة × الارتفاع
م = ١/٢ × ٢٥ ١/٢ × ٦ = ٧٦٫٥

أ. معتصم ريحان

حاول أن تحل / اذا كان المماس لمنحنى الاقتران م(س) = (س + ٤/س)^٣ عند س = ٢ يمر بالنقطة (P، ٠) فما قيمة P

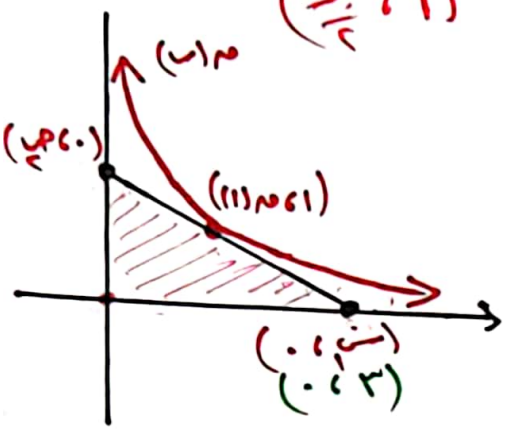
(س، ص)

أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس والواتس
وانيوتيوب
00972598 709519

صح

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

خارجي / اذا كان للإقتران م(س) = $\frac{جـ}{1+س}$ مماساً عند (أ، م(أ)) كما في الشكل المجاور، فجد قيمة جـ التي تجعل مساحة المثلث $\frac{9}{4}$



الحل / م = مَ(س) = $\frac{-جـ}{(1+س)^2}$ ⇐ مَ(1) = $-\frac{جـ}{4}$ الميل

معادلة المماس ص − ص1 = م (س − س1)

ص − $\frac{جـ}{2}$ = $-\frac{جـ}{4}$ (س − 1)

معادلة المماس: ص = $-\frac{جـ}{4}$ س + $\frac{جـ}{4}$ + $\frac{جـ}{2}$

فرمعادلة المماس نضع ص = صفر لنجد نقطة تقاطع المماس مع محور السينات.

صفر = $-\frac{جـ}{4}$ س + $\frac{3جـ}{4}$ ⇐ $\frac{3جـ}{4}$ = $\frac{جـ}{4}$ س ⇐ س = 3

الآن نضع س = صفر لنجد نقطة تقاطع المماس مع محور العادات

ص = $-\frac{جـ}{4}$ × 0 + $\frac{3جـ}{4}$ ⇐ ص = $\frac{3جـ}{4}$

أ. معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس

⇐ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الإرتفاع

⇐ $\frac{9}{4}$ = $\frac{1}{2}$ × 3 × $\frac{3جـ}{4}$

⇐ $\frac{9}{4}$ = $\frac{9جـ}{8}$ ⟸ جـ = 2 #

خارجي / جد قيمة الثابت جـ في الإقتران م(س) = جـ $س^2$ اذا كانت قياس زاوية ميل المماس لمنحنى م عند س = 1 هو 45°

الحل / م = ظا 45 = 1

م = مَ(س) = 2جـ س

مَ(1) = 2جـ

2جـ = 1 ⇐

جـ = $\frac{1}{2}$

أ. معتصم ريحان
00972598709519

توجيهي 2007 الشامل / اذا كانت معادلة العمودي على منحنى م(س) عند النقطة (3، 0) هي $2س - 3ص = 6$ فإن مَ(3) تساوي

ميل المماس عند س = 3/2

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $-\frac{2}{3}$ (د) $-\frac{3}{2}$

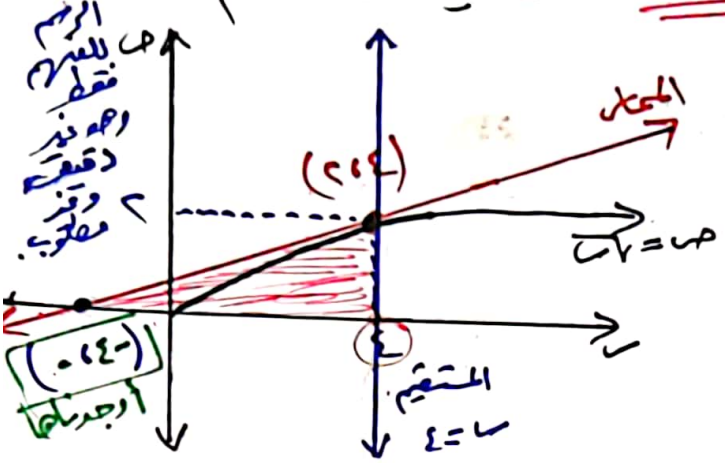
حاول أن تحل بنفسك

أ. معتصم ريحان

ص 4

CamScanner بـ

خارجي / مميز / جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $ص = \frac{1}{4}س^2$ ، $س > صفر$ عند النقطة $(2، 1)$ ومحوري السينات والمستقيم $س = 4$



الحل $م = ق(س) = ص = \frac{1}{4}س^2$

$ق(س) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} س^{2-1} = \frac{1}{2}س$

$ق(4) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ هذا هو الميل $\left(\frac{1}{2}\right)$

الآن نجد معادلة المماس

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 1 = \frac{1}{2}(س - 2)$

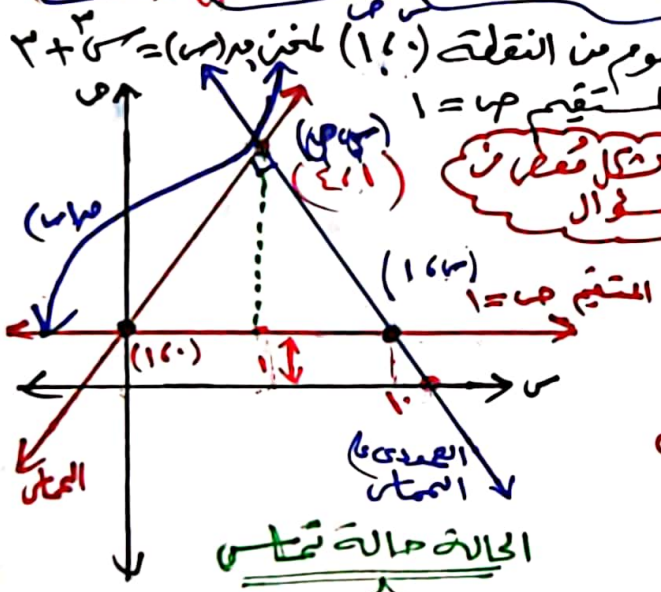
معادلة المماس $\boxed{ص = \frac{1}{2}س}$

لإيجاد نقطة تقاطع المماس مع محور السينات نضع $ص = صفر$

$صفر = \frac{1}{2}س \Leftarrow س = صفر$

الآن قانون مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$ وحدة مربعة

خارجي / مميز / جد مساحة المثلث المكون من المماس المرسوم من النقطة $(1، 0)$ لمنحنى $ص = س^3 + 3$ والعمودي على المماس عند نقطة التماس والمستقيم $ص = 1$



لاحظ شكل مقطوع السؤال

الحل أولاً النقطة $(1، 0)$ ليست نقطة المماس

والدليل $ق(0) = 0^3 + 3 = 3 \neq 1$

ميل المماس $= ق(س) = 3س^2 \Leftarrow م_1$

نحسب ميل المماس عن طريق النقطتين $(س، ص)$ ، $(1، 0)$

$م = \frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{ص - 0}{س - 1} \Leftarrow م_2$

$م_1 = م_2$

الآن مساوي الميلان ببعضهما $3س^2 = \frac{ص - 0}{س - 1}$

$\boxed{ص = 3س^3 - 3س^2}$

الآن مساوي الاقتران بالاقتران لأن الحالة حالة تماس

$3س^3 - 3س^2 = 3 + 3س^3 - 3$

$2 = 2س^2$

$1 = س^2$

$\boxed{س = 1}$ ومنها $ص = 1^3 + 3 = 4$ $\therefore$ نقطة التماس $(1، 4)$

ميل المماس $ق(1) = 3(1)^2 = 3$ ميل العمودي $\left(-\frac{1}{3}\right)$

الحالة حالة تماس

الاقتران = الاقتران.

$م_1 = م_2$

الآن نجد معادلة العمودي

$ص - 4 = -\frac{1}{3}(س - 1)$

$ص = -\frac{1}{3}س + \frac{4}{3} + 1$ عوض عن $ص = 1$ لأنها من الشكل المقطوع

$1 = -\frac{1}{3}س + \frac{4}{3} \Leftarrow -\frac{1}{3}س = -2 \Leftarrow \boxed{س = 10}$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \boxed{15}$ وحدة مربعة.

أ. مقدم / ريحان

حل 5

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

لم معتصم ريحان

ساوي قرن بقرن

خارجي / أثبت أن المماسين المرسومين للمنحنى العلاقتين $٤س^٢ + ٩ص^٢ = ٤٥$

$س^٢ - ٤ص^٢ = ٥$ عند نقطة تقاطع المنحنيين من الربع الأول متعامدان

الحل بما أنه قال نقطة تقاطع المنحنيين اذاً سأوجد المنحنيين ببعضهما

$س^٢ - ٤ص^٢ = ٥$

$س^٢ = ٥ + ٤ص^٢$ ②

الآن نعوض من المعادلة ① $س ص$

$٤س^٢ + ٩ص^٢ = ٤٥$ ①

$٤(٥ + ٤ص^٢) + ٩ص^٢ = ٤٥$

$٢٠ + ١٦ص^٢ + ٩ص^٢ = ٤٥$

$٢٥ص^٢ = ٤٥ - ٢٠$

$ص^٢ = ١$

$ص = ١$ ، $ص = -١$ مرفوضة لأنه قال في الربع الأول

الآن نجد قيمة $س$

$س^٢ - ٤(١)^٢ = ٥$

$س^٢ = ٩ \Leftarrow س = ٣$

$س = -٣$ ترفض نفس السبب

وجدنا نقطة التقاطع وهي $(-٣، ١)$

الآن نريد أن نجد ميل المماسين للمنحنيين ثم نضربهما في بعض واذا كان الناتج -١ معناه أن المماسين للمنحنيين متعامدان

أ. معتصم ريحان

نجد الآن ميل المنحنى الأول (عن طريق المشتقة)

$٤س^٢ + ٩ص^٢ = ٤٥$

$٨س + ١٨ص \, ص' = صفر$

المشتقة عند النقطة $(-٣، ١)$

$-٢٤ + ١٨ص' = صفر$

$م_١ = ص'_١ = \frac{-٢٤}{١٨}$

نجد الآن ميل المنحنى الثاني (عن طريق المشتقة)

$س^٢ - ٤ص^٢ = ٥$

$٢س - ٨ص \, ص' = صفر$

المشتقة عند النقطة $(-٣، ١)$

$-٦ - ٨ص' = صفر$

$م_٢ = ص'_٢ = \frac{-٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

بما أنه قال متعامدان اذاً يجب أن يتحقق هذا الشرط $م_١ \times م_٢ = -١$

$\frac{-٢٤}{١٨} \times \frac{٣}{٤} = \frac{-١٨}{١٨} = -١$ #

أ. معتصم ريحان

تابعني على اليوتيوب والفيس

00972598709519

أ. معتصم ريحان

حصص الكترونية خاصة

أون لاين على الزوم

ص ٩

CamScanner بـ

أ. معتصم ريحان

خارجي إذا كان المستقيم $ص = ٣س + ١$ يمس منحنى الاقتران $م(س) = ٤س^{٢} + ب س + ب$ عند النقطة $(١، م(١))$ فجد قيمة الثابتين $ب$ ، $ب$

الحل $م'(س) = ٨س + ب$ ← اشتقينا المنحنى

الآن نجد الميل من معادلة المستقيم

$ص = ٣س + ١$ ← $م = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-ب}{٣}$

الحالة حالة تماس ← الميل = الميل ، الاقتران = الاقتران

الآن ساوي الميلات ببعضهما

$٨س + ب = \frac{-ب}{٣}$ عند النقطة $(١، م(١))$

$٨ \times ١ + ب = \frac{-ب}{٣}$

$٨ = -\frac{٤}{٣}ب \Leftarrow ب - \frac{-ب}{٣} = ٨$

$\boxed{ب = -٦}$

∴ ميل المستقيم $= \frac{-ب}{٣} = \frac{-٦}{٣} = \boxed{٢}$

وميل المنحنى $= ٨ \times ١ - ٦ = \boxed{٢}$

الآن طلب علينا نجيب قيمة الثابت $(ب)$

من خلال معادلة اقتران المنحنى عند النقطة $(١، \frac{٧}{٣})$

معادلة المنحنى $\Leftarrow ص = ٤س^{٢} + ب س + ب$

$\frac{٧}{٣} = ٤(١)^{٢} + (-٦ \times ١) + ب$

$ب = ٢ + \frac{٧}{٣} \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١٣}{٣}}$

(*) هنا سنحسب قيمة ص منه خلال معادلة المستقيم

$ص = ٣س + ١$

$-٦ \times ١ + ٣ب = ١$

$٣ب = ٧ \Leftarrow \boxed{ب = \frac{٧}{٣}}$

ويمكنه سماوي الاقترانين بالاقتراب ولكنه طويل

أ. معتصم ريحان

حاول بنفسك إذا كان المماس لمنحنى الاقتران $م(س) = س^{٢} + ٥س$ عند $س = ١$ يصنع زاوية قياسها $٤٥°$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فجد إحداثي نقطة التماس.

الحل

الميل ← ظا θ ، المشتقة

أ. معتصم ريحان

تأسيس الفيزياء والرياضيات

00972598709519

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

خارجي ممتاز / إذا كان المستقيم ٤س - ٢ص - ٨ = صفر يمس منحنى م عند النقطة (٣، ٢) وكان المستقيم ٩ص + ٣س = صفر عمودياً على المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (٣، -١) فجد (م × ل)(٣)

طبقنا قاعدة الضرب ←

الحل المطلوب (م × ل)َ(٣) = م(٣) × لَ(٣) + ل(٣) × مَ(٣)

(م × ل)َ(٣) = ٢ × ٣ + -١ × ٢

= -٢ + ٦ = ٤

أ. معتصم ريحان

أولاً: م(٣) = ٢ لأنه المستقيم يمس منحنى م عند هذه النقطة إذاً تحقق معادلة المنحنى.

ثانياً: لإيجاد لَ(٣) نجد المشتقة الأولى للاقتران ل عندما س = ٣ ولكنه الاقتران ل غير موجود

الموجود هو معادلة المستقيم ٩ص + ٣س = ٠ وهو الهودي للاقتران ل (س)

ميل الهودي = معامل س / معامل ص = -٣/٩ = -١/٣ ← هذا ميل الهودي ومنه ميل المماس = ٣

∴ لَ(٣) = ٣

ثالثاً: نريد أن نجد ل(٣) ولاحظ أن الاقتران ل والهودي عليه عند النقطة (٣، -١)

إذاً هذه النقطة (٣، -١) تحقق معادلة الاقتران ل (س) وتحقق معادلة الهودي.

∴ ل(٣) = -١

رابعاً: المستقيم ٤س + ٢ص - ٨ = صفر يمس الاقتران م عند النقطة (٣، ٢)

∴ مَ(٣) = معامل س / معامل ص = ٤/-٢ = -٢

أ. معتصم ريحان
00972598709519

خارجي / بين أن المماسين لمنحنى م(س) = ١/س ، هـ(س) = س عند نقط تقاطع المنحنيين متعامدان

الحل سنجد م(س) = هـ(س) لإيجاد نقط التقاطع

١/س = س ⇒ س² = ١

س = ١ ومنها ص = ١

س = -١ ومنها ص = -١

(١، ١) (-١، -١)

حتى يكونا متعامدان لازم م١ × م٢ = -١

م١ = مَ(س) = -١/س² = -١/١ = -١ عند النقطة (١، ١)

م٢ = هَ(س) = ١ عند النقطة (١، ١)

م١ × م٢ = -١ × ١ = -١ #

لو عندك أي منحنى وعوضت أي نقطة تلاقيلها نقطة تقاطع

تابعني على الفيس واليوتيوب

أ. معتصم ريحان
دروس خاصة جداً أون لاين (ميزة)
00972598709519

Scanned with CamScanner

خارجي / جد نقاط تقاطع منحنى الاقترانين $م(س) = س^2$ ، $هـ(س) = س^2 + 2س + 1$

الحل $م(س) = س^2$ $\quad$ $هـ(س) = س^2 + 2س + 1$

$م_1 = م'(س) = 2س$ $\quad$ $م_2 = هـ'(س) = 2س + 2$

عند التعامد $م_1 \times م_2 = -1$

$2س(2س + 2) = -1$

$4س^2 + 4س + 1 = 0$ ⇐ $(2س + 1)(2س + 1) = 0$

$س = -\frac{1}{2}$ ⇐ الآن نجد صـ $\quad$ $م(س) = س^2$

$م(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

∴ نقطة التعامد هي $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ #

مميز / اذا كان $م(س) = جاس + جتاس$ حـ النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى $م(س)$ أفقي حيث $س \in [0, \frac{\pi}{2}]$

الحل / نفرض نقطة التماس هي $(س_1, ص_1)$ $\quad$ بما أن المماس أفقي ∴ $م = 0$

ميل المماس = ميل المنحنى

$0 = م'(س)$

$0 = جتاس - جاس$ بالقسمة على جتاس

$\frac{جاس}{جتاس} = \frac{جتاس}{جتاس}$

$ظاس = 1$ ⇐ $س = \frac{\pi}{4} = 45°$ الآن نعوض بالاقتران لإيجاد صـ

⇐ $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ $\quad$ $صـ = جا\frac{\pi}{4} + جتا\frac{\pi}{4}$ ⇐ $صـ = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

افتح

2015 شتوي / اكمال / اذا كان المستقيم صـ = س يماس منحنى الاقتران صـ = جاس + ك

حيث $س \in [0, \pi]$ فإن الاحداثي السيني لنقطة التماس هو

(أ) $\frac{\pi}{2}$ $\quad$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ $\quad$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ $\quad$ (د) $\frac{\pi}{3}$

الحل / ميل المستقيم = ميل المنحنى

$1 = 2جاس \times جتاس$

$1 = جا2س$

$2س = \frac{\pi}{2}$ ⇐

$س = \frac{\pi}{4}$ ⇐

الجواب (ب)

أ. معلم ريحان
00972598709519
تابعني في اليوتيوب والفيس
صفحتي خاصة أون لاين (مجانية)

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

أ. معتصم ريحان

2019 دور ثاني / إذا كان $م(س) = \int_{ب}^{س} (س^2 - 2س + ب)$ أوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى $م(س)$ عند $س = صفر$

المطلوب معادلة العمودي إذا أنحياز

- ميل العمودي
- نقطة التماس
- متأثر بفوض مير

الحل: ميل المماس $= م'(س) = \frac{2س - 2}{س^2 - 2س + ب}$

وعند $س = صفر$

$م'(0) = \frac{2(0) - 2}{(0)^2 - 2(0) + ب} = \frac{-2}{ب}$ هذا ميل المماس

$\therefore$ ميل العمودي $= \frac{ب}{2}$

$م(0) = \int_{ب}^{0} (س^2 - 2س + ب) = \int_{ب}^{ب} = 0$

$\therefore$ النقطة $(صفر، 0)$

ميل العمودي $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

تأثر معادلة العمودي $ص - ص_1 = \frac{ب}{2}(س - صفر)$

$ص - 0 = \frac{ب}{2} س$

$ص = \frac{ب}{2} س + 0$ #

أ. معتصم ريحان
00972598709519

2015 أكمل / إذا كان $ك(س) = (م(س) + س) \times هـ(س)$ ، جد $ك'(3)$ علماً بأن للمنحنيين $م(س)$، $هـ(س)$ مماساً أفقياً مشتركاً عند النقطة $(3، 4)$

الواقعة على كليهما (الأول) الأول — الثاني — الثاني

الحل: $ك'(س) = (م(س) + س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times (م'(س) + 1)$ قاعدة الضرب

$ك'(3) = (م(3) + 3) \times هـ'(3) + هـ(3) \times (م'(3) + 1)$

$ك'(3) = (4 + 3) \times صفر + 4 \times (صفر + 1)$

$ك'(3) = 4$ #

لاحظ عند النقطة المشتركة $(3، 4)$
$م(3) = 4$
$هـ(3) = 4$

$م'(3) = صفر$
$هـ'(2) = صفر$
لأنه مماس أفقي
مشترك أفقي

أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس والتيليجرام
حصص خاصة أونلاين Zoom

ص 10 الميل $= صفر$

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

س / 2020 إذا رسم الاقتران م(س) = $أ س^{٢} + ب س + ٦$ مماساً عند النقطة (٢، م(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة وكان ميله زاوية قياسها تساوي $\frac{٣\pi}{٤}$، فما قيمة الثابتين أ، ب .

الحل كما قلنا سابقاً الفكرة الرئيسية للدرس هي حساب الميل بطريقتين

م = م'(س) = $٢أ س + ب$

م'(٢) = $٢أ(٢) + ب$

م'(٢) = $٤أ + ب$

$ظا \frac{٣\pi}{٤} = ٤أ + ب$

$-١ = ٤أ + ب$

المعادلة الأولى

الآن سنجد ميل المماس عن طريق النقطتين (٢، م(٢))، (٠، ٤)

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{م(٢) - ٤}{٢ - ٠} = ظا \frac{٣\pi}{٤} = -١$

$\Leftarrow \frac{م(٢) - ٤}{٢} = -١$

$\Leftarrow م(٢) - ٤ = -٢ \Leftarrow م(٢) = ٢$

$\Leftarrow ص = ٢$

عند النقطة (س، ص) = (٢، ٢)

نعوض في الاقتران للحصول على معادلة

$٢ = أ(٢)^{٢} + ب(٢) + ٦$

$-٤ = ٤أ + ٢ب$

المعادلة الثانية

الآن نحل المعادلة (1) مع (2) بالحذف وبحد التعويض

$-١ = ٤أ + ب$ ← اقرب لـ (-١) ثم اطرح

$-٤ = ٤أ + ٢ب$

$ب = -٣$

الآن نعوض في أي معادلة لإيجاد الثابت أ

$-١ = ٣ - ٤أ$

$٤أ = ٢$

$أ = \frac{١}{٢}$

صـ ١١

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

دور ثاني 2020

اذا كان المستقيم الذي معادلته ع ص = ٩ س - ١ يمس منحنى الاقتران هـ(س) = $\frac{ب\,س}{س + جـ}$ عند النقطة $(١، \frac{١}{٢})$

فما قيمة الثابت ٩، ب، جـ .

الحل

$$هـ'(س) = \frac{١ \times (س+جـ) \times ب - (ب\,س) \times ١}{(س+جـ)^{٢}}$$

الحالة حالة تماس

الافقية = الافقية الميل = الميل

$$هـ'(١) = \frac{(١+جـ) \times ب - ب}{(١+جـ)^{٢}} = \frac{بجـ + ب - ب}{(١+جـ)^{٢}} = \frac{بجـ}{(١+جـ)^{٢}} \rightarrow م_{١}$$

من النقطة $(١، -\frac{١}{٢})$ وهي نقطة التماس وهي مشتركة بين المستقيم والمنحنى هـ(س)

اذاً نعوض ن النقطة بمعادلة المستقيم ومعادلة المنحنى

ع ص = ٩ س - ١

$-\frac{١}{٢} = ٩ \times ١ - ١$

$-\frac{١}{٢} + ١ = ٩$

$\frac{-١+٢}{٢} = ٩$

$٩ = \frac{١}{٢}$

$هـ(١) = \frac{ب \times ١}{١ + جـ}$

$-\frac{١}{٢} = \frac{ب}{١+جـ}$

$-١ - جـ = ٢ب$

$١ = ٢ب + جـ$

وايضاً $ب = \frac{-١-جـ}{٢}$

الآن حسب الميل بطريقة ثانية وهي عن طريق المستقيم

ع ص - ٩ س + ١ = صفر

$م = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٩}{ع} = \frac{٩}{٢} = \frac{-١}{٤}$

الآن نساوي الميلان ببعضهما

$\frac{بجـ}{(١+جـ)^{٢}} = -\frac{١}{٤} \Leftarrow ٤بجـ = -(١+جـ)^{٢}$

$-٤بجـ = ١ + ٢جـ + جـ^{٢}$

$-٤ \times \left(\frac{-١-جـ}{٢}\right) \times جـ = ١ + ٢جـ + جـ^{٢}$

$(٢ + ٢جـ) \times جـ = ١ + ٢جـ + جـ^{٢}$

$٢جـ + ٢جـ^{٢} = ١ + ٢جـ + جـ^{٢}$

$٢جـ^{٢} - جـ^{٢} = ١$

$جـ^{٢} = ١ \Leftarrow جـ = \pm ١$

$جـ = -١$ مرفوضة لانه يجب المقام للاقرانه صفر وبالتالي غير معرف

$جـ = ١$

الآن نعوض ن المعادلة الاجابة (ب)

$١ = ٢ب + جـ$

$-١ = ٢ب + ١$

$-٢ = ٢ب$

$ب = -١$

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

18 + 17 الحصة رقم

التطبيقات الفيزيائية

#توجيهي على 2022
00972598709519
أ. مقصم ريحان

(*) مفاهيم أساسية :

ف « الإزاحة »
ع « السرعة »
ت « التسارع »

الإزاحة ← السرعة ← التسارع

اشتق بالنسبة للزمن

اشتق بالنسبة للزمن

(*) تعريف

السرعة اللحظية (ع) عند الزمن ن هي ع(ن) = $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$ = ف'

التسارع اللحظي (ت) عند الزمن ن هو $\frac{\text{د ع}}{\text{د ن}}$ = $\frac{\text{د}^2 \text{ف}}{\text{د ن}^2}$ = ف''

باختصار : مشتقة المسافة « الإزاحة » بالنسبة للزمن تعطينا السرعة
ومشتقة السرعة بالنسبة للزمن تعطينا التسارع.

(*) لاحظ أنه عند حركة الجسم في خط مستقيم فإن :

1) السرعة المتوسطة (ع م) = $\frac{\Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}}$ وهي التغير في المسافة على التغير في الزمن

2) التسارع المتوسط (ت م) = $\frac{\Delta \text{ع}}{\Delta \text{ن}}$ وهو التغير في السرعة على التغير في الزمن

باختصار كلمة « متوسط أو متوسطة » أربطها بدرس متوسط التغير

(*) علشان تكون فاهم متوسط التغير يحسب التغير على فترة من الزمن
أما المشتقة فهي تحسب التغير اللحظي.

(*) يعني السرعة المتوسطة والتسارع المتوسط يحسب عند فترة من الزمن
أما السرعة والتسارع فهي تحسب لحظياً عند طريق المشتقة الأولى

أ. مقصم ريحان
تابعني على الفيس واليوتيوب
00972598709519

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

ملاحظات مهمة: — أ. مقصم ريحان

- أولاً حدد نقطة القذف وعندما يعود الجسم إلى نقطة القذف فإن ف = صفر
- اذا وصل الجسم إلى أقصى ارتفاع فإنه سرعته = صفر (ع = صفر)
- عندما يعود الجسم لنقطة القذف ((البداية)) فإنه إزاحته = صفر (ف = صفر)
- الإزاحة ((ف)) هي كمية متجهة تعبر عن أقصر مسافة بين نقطة البداية والنهاية .
- السرعة الابتدائية هي السرعة عند بداية الزمن [ن = صفر]
- انعدام السرعة [يعني ع = صفر]
- انعدام التسارع [يعني ت = صفر] .
- زمن الصعود = زمن الهبوط .
- اذا تحرك الجسم أسفل نقطة القذف فإنه إزاحته ف(ن) كمية سالبة.
- إذا قذف جسم من سطح بناية تحت علاقة ف(ن) فإن العلاقة ف(ن) من سطح الأرض = ف(ن) + جـ

أ. مقصم ريحان
00972598709519

- المسافة المقطوعة خلال زمن ن = ٢ × أقصى ارتفاع − ف(ن)
- المسافة التي يقطعها الجسم إذا عاد إلى نقطة القذف هي [٢ × أقصى ارتفاع]
- عندما يغير الجسم من اتجاه حركته. [يعني ع = صفر]
- عندما يعكس الجسم من اتجاه حركته [يعني ع = صفر]
- في الحركة الرأسية [ف] تعبر عن ارتفاع الجسم عن سطح الأرض وليس المسافة المقطوعة
- في الحركة الرأسية كلما هبط الجسم من أعلى إلى أسفل فإن سرعته تزداد بفعل الجاذبية وبالعكس عند قذف الجسم رأسياً لأعلى فإن سرعته تقل كلما ارتفع لأعلى لأنه عكس الجاذبية
- السرعة والإزاحة والتسارع كميات متجهة تأخذ قيم سالبة .
- المسافة تعرف بأنها الكمية المتجهة التي يقطعها الجسم خلال الزمن .

أما الإزاحة ((ف)) فهي بعد الجسم عند نقطة البداية .

[صح]

أ. مقصم ريحان

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال 6 ص 33

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة ثابتة و يتحدد بالعلاقة $ف = ن^3 - 9ن^2 + 7$ حيث ف: بعده بالامتار ، ن: الزمن بالثواني ، جد:

1) السرعة المتوسطة للجسم في الفترة $[1^{ن}، 3^{ن}]$

الحل: السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(3) - ف(1)}{3 - 1} = \frac{(-47) - (-1)}{2}$

$= -23$ م/ث

2) وجد تسارع الجسم عندما يعكس الجسم من اتجاه حركته.

الحل: عندما يعكس الجسم من اتجاه حركته تكون سرعته صفر

اذاً المطلوب ايجاد تسارع الجسم عندما سرعته صفر.

$ع = \frac{د ف}{د ن} = 3ن^2 - 18ن$ وبساوي السرعة صفر

$3ن^2 - 18ن = 0$

$ن(3ن - 18) = 0$ أو $ن = 0$ (مرفوضة) $\Leftarrow ن = \frac{18}{3} = 6$ ثانية

$ت = \frac{د ع}{د ن} = 6ن - 18$

$= 6 \times 6 - 18 = 18$ م/ث^2

مثال 7 ص 36

قذف جسم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة $ف(ن) = 20ن - 5ن^2$ حيث ف: ارتفاع الجسم بالامتار ، ن: الزمن بالثواني

جد

1) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.

الحل: عند أقصى ارتفاع تكون السرعة = صفر

$ع = \frac{د ف}{د ن} = 20 - 10ن = 0 \Leftarrow ن = 2$ ثانية

$ف(2) = 20(2) - 5(2)^2$

أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض $= 40 - 20 = 20$ متر

ص 3

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

مثال 7 ص 36 تابع

[2] جد سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥ متر من سطح الأرض.

الحل عندما يكون الجسم على ارتفاع ١٥ متر فإن ف(ن) = ١٥

$\Leftarrow$ ٢٠ن − ٥ن^{٢} = ١٥ $\Leftarrow$ ف = ٥ن^{٢} − ٢٠ن + ١٥

$\Leftarrow$ ن^{٢} − ٤ن + ٣ = ف $\Leftarrow$ (ن − ١)(ن − ٣) = ف $\Leftarrow$ ن = ١ أو ن = ٣

يكون الجسم على ارتفاع ١٥ متر من حالتين

عندما ن = ١ $\Leftarrow$ ع(١) = ٢٠ − ١٠ × ١ = ١٠ م/ث الجسم صاعد

عندما ن = ٣ $\Leftarrow$ ع(٣) = ٢٠ − ١٠ × ٣ = −١٠ م/ث الجسم نازل

(عكس اتجاه الحركة يعني الجسم صاعد نازل)

[3] جد المسافة التي يقطعها الجسم خلال الثواني الأربعة الأولى

الحل عندما ن = ٤ ثانية يكون الجسم على ارتفاع

ف(٤) = ٢٠ × ٤ − ٥ × (٤)^{٢} = ٨٠ − ٨٠ = ف

أي أنه الجسم يكون قد وصل إلى سطح الأرض بعد ٤ ثواني

وتكون المسافة المقطوعة = ٢ × أقصى ارتفاع − ف(٤)

= ٢ × ٢٠ − ف = ٤٠ متر

مثال 8 ص 35

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من قمة برج بحيث أن ارتفاعه عن البرج بالأمتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} جد

[1] ارتفاع البرج علماً بأن أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض = ١٨٠ متر

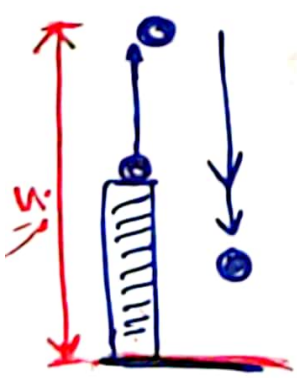
الحل عند أقصى ارتفاع عن قمة البرج تكون ع(ن) = ف

ع(ن) = ف(ن) = $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$ = ٣٠ − ١٠ن = ف $\Leftarrow$ ن = ٣

$\Leftarrow$ أقصى ارتفاع للجسم عن قمة البرج = ف(٣) = ٣٠ × ٣ − ٥ × ٣^{٢}

= ٩٠ − ٤٥ = ٤٥ متر

∴ ارتفاع البرج = ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥ متر



ص ٩

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال (8) ص 35 تابع

[2] جد سرعة ارتطام الجسم بسطح الأرض ؟؟

الحل يرتطم الجسم بالأرض عندما تكون ف (ن) = −١٢٥ متر

ف (ن) = ٣٠ ن − ٥ ن٢

١٢٥− = ٣٠ ن − ٥ ن٢ ⟸ ٥ ن٢ − ٣٠ ن − ١٢٥ = صفر

لأنه الجسم أصبح تحت مستوى القذف.

ن٢ − ٦ ن − ٢٧ = صفر

(ن − ٩) (ن + ٣) = صفر

ن = ٩ أو ن = −٣ ✗ مرفوضة لأنه لا يوجد زمن بالسالب

الآن نجد سرعة ارتطام الجسم بالأرض وهي عند ن = ٩

ع = ف = د ف / د ن = ٣٠ − ١٠ ن

ع |ن=٩ = ٣٠ − ١٠ × ٩ = ٣٠ − ٩٠ = −٦٠ م/ث

يعني الجسم هابط عكس اتجاه حركته.

[3] المسافة الكلية المقطوعة خلال الثواني السبعة الأولى

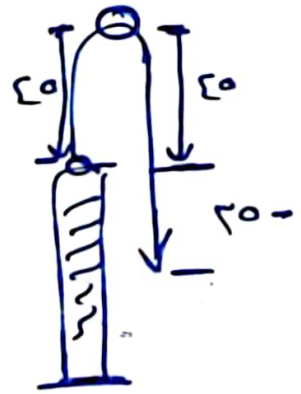
الحل ف (ن) = ٣٠ × (ن) − ٥ (ن)٢

ف (٧) = ٢١٠ − ٢٤٥ = −٣٥

الجسم هابط لأن الإزاحة سالبة تحت مستوى القذف

المسافة المقطوعة = ٤٥ + ٤٥ + ٣٥ = ١٢٥ متر

بالطريقة البديلة عندما ن = ٧



المسافة المقطوعة = ٢ × مساحة المثلث − ف (ن)

عندما ن = ٧

= ٢ × ٤٥ × ٣٥ − (−٣٥)

= ٩٠ + ٣٥ = ١٢٥ متر

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

⊛ تمارين وسائل ص 36 (التطبيقات الفيزيائية فقط)

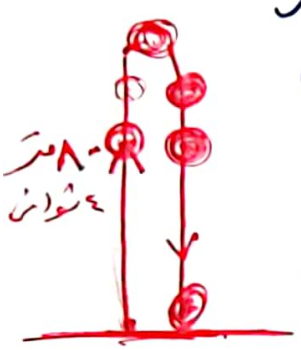
أ. معتصم ريحان
تابعني في اليوتيوب والفيس

س 5 ص 36 | قذف جسم رأسياً إلى أعلى وفق العلاقة $ف = ٤٠ن - ٥ن^٢$ حيث ف ارتفاعه بالأمتار، ن بالثواني، جد سرعة الجسم عندما تكون المسافة الكلية المقطوعة ١٠٠ متر

الحل أولاً نجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم وتضرع = صفر

$ع = \frac{د ف}{د ن} = ف' = ٤٠ - ١٠ن = صفر \Leftarrow ن = ٤$

$ف(٤) = ٤٠ \times ٤ - ٥ \times ٤^٢ = ١٦٠ - ٨٠ = ٨٠$ متر



حتى يكون الجسم قد قطع مسافة ١٠٠ متر فإنه يجب أنه يكون وصل إلى أقصى ارتفاع ٨٠ متر وهبط مسافة ٢٠ متر

إذاً الإزاحة $ف(ن) = ٦٠$ متر

أ. معتصم ريحان
00972598709519

$\therefore ف(ن) = ٤٠ن - ٥ن^٢$

$٤٠ن - ٥ن^٢ = ٦٠$

$٥ن^٢ - ٤٠ن + ٦٠ = صفر$

$ن^٢ - ٨ن + ١٢ = صفر$

$(ن - ٦)(ن - ٢) = صفر$

$ن = ٦$ ، $ن = ٢$ مرفوضة لأنه عندها يكون الجسم صاعد ونحن نفرض أنه الجسم يكون هابط عندما يقطع مسافة ١٠٠ متر

$\therefore ع = |_{ن=٦} = ٤٠ - ١٠ \times ٦$

$= -٢٠$ م/ث

يعني الجسم هابط

أ. معتصم ريحان

ص 6

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

علمي

س 6 / ص 36 / من نقطة على سطح الأرض قُذف جسم رأسياً إلى أعلى وكان ارتفاعه ف بالأمتار بعد ن من الثواني يُعطى بالعلاقة

$ف = ٣٠ن - ٥ن^٢$ الإزاحة منجد:

أ. معتصم رحال

(أ) أقصى ارتفاع يصله الجسم

الحل / عند أقصى ارتفاع تكون ع = صفر

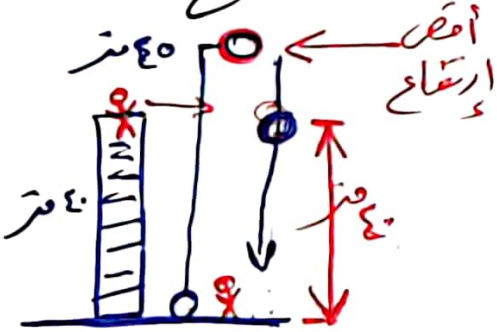
$ع = \frac{دف}{دن} = ٣٠ - ١٠ن = صفر \Leftarrow -١٠ن = -٣٠ \Leftarrow ن = ٣$ #

$\Leftarrow ف(٣) = ٣٠ \times ٣ - ٥ \times ٣^٢ = ٩٠ - ٤٥ = ٤٥$ متر

إذاً أقصى ارتفاع يصله الجسم هو ٤٥ متر ويكون عند الثانية ٣

(ب) جد سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على مستوى سطح العمارة التي ترتفع ٤٠ متر

الحل / عندما يكون الجسم على مستوى سطح البرج يكون ارتفاعه عن الأرض ٤٠ $\therefore ف(ن) = ٤٠$



$٤٠ = ٣٠ن - ٥ن^٢$

$٥ن^٢ - ٣٠ن + ٤٠ = صفر$

$ن^٢ - ٦ن + ٨ = صفر$

$(ن - ٤)(ن - ٢) = صفر$

$ن = ٤$ أو $ن = ٢$

هذا الجسم وهو هابط هنا

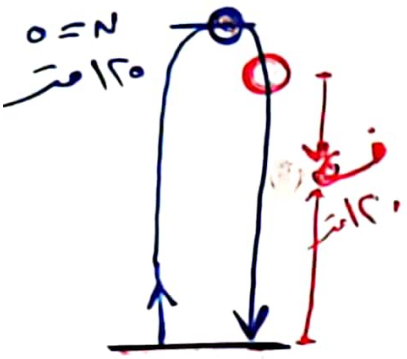
هو مصعد لأن الجسم عندها يكون صاعد

أ. معتصم رحال
00972598709519
تابع/ الفيزياء والبيوتوب

$ع|_{ن=٤} = ٣٠ - ١٠ \times ٤ = -١٠$ م/ث #

CamScanner بـ ضوئيا

س/ قذف جسم رأسياً لأعلى منه نقطة على سطح الأرض فكان ارتفاعه بالأمتار يُعطى بالقاعدة ف = ٥٠ن − ٥ن² أوجد الزمن اللازم ليقطع الجسم مسافة قدرها ١٣٠ متر



الحل أولاً نحدد أقصى ارتفاع للجسم ∴ ع = صفر

ع = ع ف / ع ن = ٠ = ١٠ن − ٥٠

١٠ن = ٥٠

ن = ٥

ف(٥) = ٥٠ × ٥ − ٥ × ٥²

= ٢٥٠ − ١٢٥ = ١٢٥ متر (أقصى ارتفاع)

(*) عندما يقطع الجسم مسافة ١٣٠ متر تكون ازاحته عن سطح الأرض ١٢٠ متر

ف(ن) = ٥٠ن − ٥ن²

١٢٠ = ٥٠ن − ٥ن²

٥ن² − ٥٠ن + ١٢٠ = صفر

ن² − ١٠ن + ٢٤ = صفر

(ن − ٦)(ن − ٤) = صفر

ن = ٦ أو ن = ٤ ✗ مرفوضة

الزمن اللازم حتى يقطع الجسم ١٣٠ متر

اختبار جبل

س/ يتحرك جسم وفق العلاقة ع = ٣ف فإن تسارع الجسم هو .

الحل أولاً ربع الطرفين

ع = ٩ ف الآن اشتق بالنسبة للزمن

ع² = ٩ ف

٢ع × ع ن / ن = ٩ × ف ن / ن

٢ع ع ن / ن = ٩ ع

ع ن / ن = ٩/٢

∴ ت = ٩/٢ م/ث²

CamScanner بـ ممكن

مسألة / قُذف جسم رأسياً إلى أعلى من قمة برج فوجد أن ارتفاعه بالأمتار عن سطح الأرض بعد ن ثانية تعطى بالقاعدة ف = ٢٤ + ٦٤ن - ١٦ن²

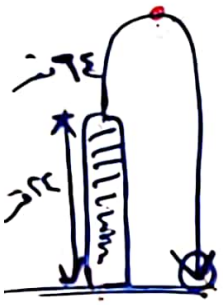
عن سطح الأرض

جد (أ) ارتفاع البرج.

الحل عند بدء الحركة تكون ن = صفر وعندها ف = ٢٤ متر

إذاً ارتفاع الجسم عن سطح الأرض عند بدء الحركة = ارتفاع البرج = ٢٤ متر.

إذاً ف = ٦٤ن - ١٦ن² ← هذه العلاقة لارتفاع الجسم عن سطح البرج.



(ب) جد أقصى ارتفاع عن قمة البرج يصل إليه الجسم.

الحل ع = د ف / د ن = ٦٤ - ٣٢ن = صفر

٣٢ن = ٦٤ ⇐ ن = ٢

ف(٢) = ٦٤ × ٢ - ١٦ × ٢² = ١٢٨ - ٦٤ = ٦٤ متر.

أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح البرج.

ولو طلب أقصى ارتفاع عن سطح الأرض

ارتفاع البرج + ٦٤ = ٢٤ + ٦٤ = ٨٨ متر

مسألة / قذف جسمان معاً رأسياً لأعلى، الأول يتحرك وفق العلاقة ف = ٢٠ن - ٥ن² والثاني وفق العلاقة ف = ١٠ن - ٥ن² أوجد ارتفاع الجسم الثاني عندما يصل الأول لأقصى إرتفاع

الحل يصل الجسم الأول لأقصى ارتفاع عندما ع = صفر

ع = د ف / د ن = ٢٠ - ١٠ن = صفر

١٠ن = ٢٠

ن = ٢

المطلوب ارتفاع الجسم الثاني عندما يصل الأول لأقصى ارتفاع عندما ن = ٢

ف(٢) = ١٠(٢) - ٥(٢)²

٢٠ - ٢٠ = صفر.

أ. معتصم ريحاني
00972598709519
تابعني على الفيس والتويتر

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال على يتحرك جسم حسب العلاقة ف = ن³ فإذا كانت سرعته بعد ٦ ثواني تساوي أربعة أمثال سرعته بعد ٣ ثواني فما قيمة الثابت عندما ن = ؟

الحل

ف ← مشتقة ← ع ← مشتقة ← ت

ف = ن^جـ ← جـ ن^(جـ-١) ← جـ (جـ-١) ن^(جـ-٢)

معطى ⇐ ع|_{ن=٦} = ٤ × ع|_{ن=٣}

جـ × ٦^(جـ-١) = ٤ × جـ × ٣^(جـ-١)

(٢ × ٣)^(جـ-١) = ٤ × ٣^(جـ-١)

٢^(جـ-١) = ٤ ⇐ ٢^(جـ-١) = ٢^٢ ⇐ جـ = ٣

ت|_{ن=٢} = ٣ (٣-١) ن^(٣-٢) ⇐ ت|_{ن=٢} = ٦ن = ٦ × ٢ = ١٢ #

أ- معتصم ريحان
00972598709519
تابعني على اليوتيوب والفيس

خارجي يتحرك جسم وفق العلاقة ف(ن) = ن³ فإذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة الزمنية [٠، ن] تساوي سرعته اللحظية عندما ن = ؟ فجد قيمة ن.

الحل ع = ف / ن ⇐ ع = ٣ن² ⇐ ع|_{ن=٢} = ٣ × ٢² = ١٢

السرعة المتوسطة من [٠، ن] ⇐ ع = (ف(ن) - ف(٠)) / (ن - ٠) = ف(ن) / ن

ن³ / ن = ١٢ ⇐ ن² = ١٢

معطى: السرعة اللحظية عندما ن = ؟ تساوي السرعة المتوسطة

ن = ± √١٢ ، السالب مرفوض لأنه لا يوجد زمن بالسالب

ن = √١٢

أ- معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس

ص ١٥

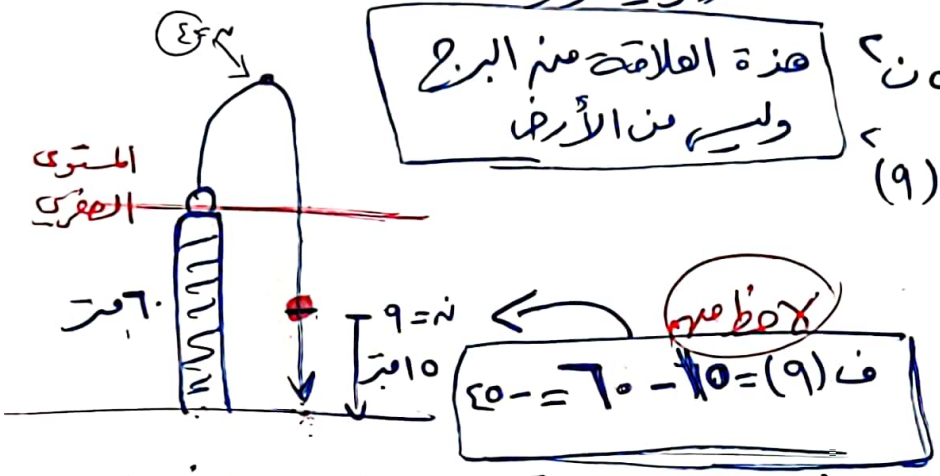
Camscanner بـ 123حلويا

مقالي 2020

تُقذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن إزاحته عن قمة البرج تُعطى بالعلاقة ف = ك ن − ٥ ن² حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان، فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

مركز يا كركز

هذة العلاقة من البرج وليس من الأرض



الحل ف(ن) = ك ن − ٥ ن²

ف(٩) = ك × ٩ − ٥(٩)²

⇓

−٤٥ = ٩ ك − ٤٠٥

٩ ك = ٤٠٥ − ٤٥

٩ ك = ٣٦٠

ك = ٤٠

ف(٩) = ٦٠ − ١٥ = −٤٥

Box ضروري

لأنه الإزاحة تحت المستوى الصفري وهو سطح البرج.

عندما أقصى ارتفاع ع = صفر

ع = ف / ن = ك − ١٠ ن = صفر

٤٠ − ١٠ ن = صفر

−١٠ ن = −٤٠

ن = ٤ ثانية

عندما أقصى ارتفاع

ف(٤) = ٤٠ × ٤ − ٥ × ٤² = ١٦٠ − ٨٠ = ٨٠ متر

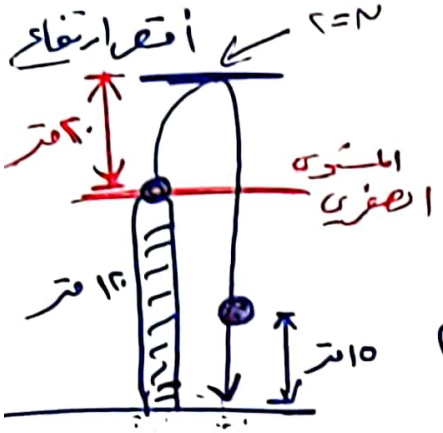
أ. فتحي رحال تخصص الفيزياء والحوسبة

00972598709519

CamScanner ممسوح ضوئيا بـ

دور ثاني 2020 / قذف جسم رأسياً إلى أعلى من تحت برج ارتفاعه ١٢٠ متر بحيث تتحدد إزاحته عن تحت البرج بالعلاقة ف = ٢٠ن - ٥ن٢

حيث ف: إزاحة الجسم بالأمتار، ن: الزمن بالثواني أوجد :



(1) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن تحت البرج .

الحل أقصى ارتفاع عندما ع = صفر

ع = $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$ = ٢٠ - ١٠ن = صفر ⟸ ن = ٢

∴ ف(٢) = ٢٠ × ٢ - ٥ × ٢٢ = ٤٠ - ٢٠ = ٢٠ متر

(2) جد سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥ متر منه سطح الأرض .

الحل عندما يكون الجسم على ارتفاع ١٥ متر من الأرض تكون إزاحة الجسم عن المستوى الأفقي وهو (سطح البرج) تساوي ١٥ - ١٢٠ = -١٠٥

ولاحظ أنه الإزاحة بالسالب لأنه الجسم نزل على المستوى الأفقي وهو سطح البرج

∴ ف = ٢٠ن - ٥ن٢

-١٠٥ = ٢٠ن - ٥ن٢

ن٢ - ٤ن - ٢١ = صفر

(ن - ٧)(ن + ٣) = صفر

ن = ٧ ، ن = -٣ مرفوضة لأن الزمن لا يكون سالب

الآن نريد السرعة عندما ن = ٧

ع = $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$ = ٢٠ - ١٠ن

ع|ن=٧ = ٢٠ - ١٠ × ٧ = -٥٠ م/ث

لأنه الجسم هابط ↓

أ. معتصم ريحان
00972598709519

أ. معتصم ريحان
تابعونا على الفيس والبوتيوب

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

الصف رقم 19-20
2022 توجيهي علمي #
00972598709519
أ. مقصم ريحان

الدرس السادس ((قاعدة السلسلة))

* تعريف الاقتران المركب

الاقتران المركب $(هـ \circ و)(س) = هـ(و(س))$

مثل $هـ(س) = \sqrt{س+2}$ ، $و(س) = س^2 + 5$ أو $جا(س)$

* قواعد اشتقاق الاقتران المركب :-

1) $(هـ \circ و)'(س) = هـ'(و(س)) \times و'(س)$

2) اذا كانت $ص = (هـ(س))^ن \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = ن(هـ(س))^{ن-1} \times هـ'(س)$

3) اذا كانت $ص = هـ(ع)$ ، $ع = ك(س)$ فإن

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$ ← قاعدة السلسلة

أ. مقصم ريحان
تابعين لنا على الفيس واليوتيوب

مثل :

$(هـ \circ و)'(س) = هـ'(و(س)) \times و'(س)$

$(هـ \circ ب)'(س) = ب'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$(و \circ ب)'(٣س) = و'(ب(٣س)) \times ب'(٣س) \times ٣$

مثال (1) ص 38 : اذا كانت $هـ(س) = س^3 + س$ ، $و(س) = س^2$ فجد $(هـ \circ و)'(س)$ ثم جد $(هـ \circ و)'(2)$

$(هـ \circ و)'(س) = هـ'(و(س)) \times و'(س)$

$= هـ'(س^2) \times (2س)$

حل آخر: $هـ(س) = 3س^2 + 1$

$= 2س(1 + (س^2)^2 \times 3) = 2س(1 + 3س^4)$

$= 6س^5 + 2س$

#

أ. مقصم ريحان
00972598709519

CamScanner

مثال ② ص 38

إذا كانت $ص = ع^2 - 5ع$ ، $ع = \frac{1}{س+1}$ جد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=صفر}$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$\frac{د ص}{د س} = (2ع - 5) \times \frac{-1}{(س+1)^2}$$

عندما $س = 0$

$$ع = \frac{1}{0+1}$$

$$ع = 1$$

$$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=0} = (2 \times 1 - 5) \times \frac{-1}{(0+1)^2} = -3 \times -1 = 3$$

مثال ③ ص 38

جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $ص = س \, م(س^2+1)$ عندما $س = 2$

علماً بأن $م(س)$ قابلاً للاشتقاف $م'(5) = 3$ ، $م(5) = -1$

الحل

$ص = س \, م(س^2+1)$

$$\left|ص\right|_{س=2} = 2 \, م(2^2+1) = 2 م(5) = 2 \times -1 = -2$$

∴ نقطة التماس $(2, -2)$ $(س_1, ص_1)$

$$ص' = (س) \times م'(س^2+1) \times (2س) + (م(س^2+1)) \times (1)$$

(الأول) (مشتقة الثاني) (الثاني)

$$\left|ص'\right|_{س=2} = 2 \times م'(5) \times 4 + م(5) \times 1$$

$$= 2 \times 3 \times 4 + -1 \times 1 = 24 - 1 = 23$$

ميل المماس

معادلة المماس: $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص + 2 = 23(س - 2)$

$ص + 2 = 23س - 46$

$ص = 23س - 48$

$ص^2$

معادلة المماس يكون

- نقطة التماس
- ميل المماس
- قانون م الأول

أ. معتصم ريحان

تابعونا على الفيس والبوتيوب

CamScanner بـ تصوير

أ. مقصم ريحان
00972598709519

مثال ⑥ صـ39 / اذا كان $ق(س) = \left(\frac{س+1}{س-1}\right)^{5}$ فجد $ق'(2)$

الحل $ق'(س) = 5\left(\frac{س+1}{س-1}\right)^{4} \times \frac{(1)(س-1) - (1)(س+1)}{(س-1)^{2}}$

$ق'(2) = 5 \times (3)^{4} \times \frac{-2}{1} = -810$ #

نستخدم قاعدة مشتقة القوس × مشتقة ما داخل القوس

قاعدة السلسلة

نشاط ② صـ39 / إذا كان $ص = (قا س + ظا س)^{ن}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = ن(قا س + ظا س)^{ن-1} \times (قا س ظا س + قا^{2} س)$

أخذنا قا مشتركا

$\frac{د ص}{د س} = ن(قا س + ظا س)^{ن-1} \times قا س (ظا س + قا س)$

عند الضرب تجمع الأسس

$\frac{د ص}{د س} = ن(قا س + ظا س)^{ن} \times قا س$ #

تابعنا على اليوتيوب والفيس

مثال ⑤ صـ39 / إذا كان $ص = \left(ع^{2} + \frac{24}{ع}\right)^{3}$ ، $ع = س^{2}$ ، $س = 4 + 3م$ ، جد $م$ عندما $ب = 2$

$\left.\frac{د ص}{د م}\right|_{ب=2} = 90$

عندما $ب = 2$ فإن $ع = 2^{2} = 8$

الحل $\frac{د ص}{د م} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} \times \frac{د س}{د م}$

$\frac{د ص}{د م} = 3(ع^{2} + \frac{24}{ع})^{2} \times 2س \times م$

$90 = 3(8^{2} + \frac{24}{8}) \times 2 \times 2^{2} \times م$

$90 = 15 \times 12 \times م$

$م = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$ #

إجابة 3

CamScanner بـ

مثال 6 صـ 45

① إذا كانت $ص = ق^{جتاس}$ فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = \frac{\pi}{2}$

جتا جا
$(1,0)\ 0$
$(0,1)$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = ق^{جتاس} \times (-جاس)$$

$$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=\frac{\pi}{2}} = ق^{جتا 0} \times -جا 0 = ق^{1} \times -1 = -1$$

② إذا كانت $ص = لو_{ق} س$ ، فبين أن $ق^{ص} \cdot \frac{د ص}{د س} = -2$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د س}{س د س} = \frac{1}{س}$$

$$\Leftarrow \frac{د^2 ص}{د س^2} = -2 س^{-3} = \frac{-2}{س^3}$$

أ. مصطفى سعاد
00972598709519

(*) الآن نفوض من الإثبات المطلوب

$$ق^{ص} \cdot \frac{د ص}{د س} = -2$$

الاشتراك اللوغاريتمي والأسي
بيروحوا مع بعض مش منهم فراير

الطرف الأيمن $= \frac{-2}{س^3} \times ق^{لو_{ق} س} = \frac{-2}{س^3} \times س = \frac{-2}{س^2} =$ الطرف الأيسر $\#$

(*) مسئلة تحاريب ومسائل الدرس صـ 41 (*)

صـ 41 جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = 1$ لكل مما يأتي:

أ) $ص = (س^2 + س + 1)^{-3}$

$$\frac{د ص}{د س} = -3 (س^2 + س + 1)^{-4} \times (2س + 1)$$

$$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=1} = -3 (1^2 + 1 + 1)^{-4} \times (2 \times 1 + 1)$$

$$-3 \times 3^{-4} \times 3$$

$$-9 \times 3^{-4} = -9 \times \frac{1}{3^4} = -9 \times \frac{1}{81} = \frac{-1}{9} \#$$

صـ 41

CamScanner بـ 129 حسوبيا

⊛ تابع تمارين الدرس ص ٦١

فرع (ب) صـ = سـ^٢ ظا(π/٣) ، سـ ≠ صفر جد |dص/dسـ| عند سـ = ١

الحل
dص/dسـ = (سـ^٢) × (ظا(π/٣) × ظا(π/٣) × (-π/٤)) + (ظا(π/٣)) × (٢سـ)
(م. الأول: الأول، الثاني: الثاني)

|dص/dسـ| عند سـ=١ = (١)^٢ × (1/جتا(π/٣) × ظا(π/٣) × -π) + (1/جتا(π/٣)) × (٢)

= 1/-1 × صفر × -π + 2 × 1/1/2

= |dص/dسـ| عند سـ=١ = -٢ #

أ. مصطفى رمضان
تابعين على الفيس والبوتيوب

فرع (ج) صـ = ٥ع^-٧ ، ع = 1/(سـ^٢+١) فجد |dص/dسـ| عند سـ=١

الحل
dص/dسـ = dص/dع × dع/dسـ

dص/dسـ = (-٧ع^-٨) × (-١×٢سـ / (سـ^٢+١)^٢)

عندما سـ = ١
فإن ع = 1/(١+١) = 1/2

|dص/dسـ| عند ع=1/2 = (-٧/٢٥٦) × (١٠ × 1/2) = -٢٨/٤ = -٧/٦٤ #

فرع (د) صـ = ظا(π/٣) + جتا(٣سـ) ، سـ ≠ صفر

الحل
dص/dسـ = ظا(π/٣) × (-π/٤) + ٣ (جتا(٣سـ)) × -جا(٣سـ) × ٣

= (١) × (-π) + ٣ (-١) × -(صفر) × ٣

|dص/dسـ| عند سـ=١ = -π #

أ. مصطفى رمضان
00972598704519

ص 5

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

تمرين ١ / فرع ٥ : $ص = (\log_{٥} س)^{٣}$ ، $س > ٠$

الحل: $\frac{د ص}{د س} = ٣ (\log_{٥} س)^{٢} \times \frac{١}{س}$

$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=١} = ٣ (\log_{٥} ١)^{٢} \times \frac{١}{١} = ٠$ #

لاحظ: $\log_{٥} ١ = ٠$

تمرين ٢ / صفحة ٩١ : إذا كان $ق(س) = \frac{\log_{٥}(م(س))}{س^{٢}}$ وكان $م(١) = ٥^{٢}$ ، $م'(١) = ٢٥$

فجد $ق'(١)$

الحل: $ق'(س) = \frac{س^{٢} \times \left(\frac{م'(س)}{م(س)} \right) - (\log_{٥}(م(س)) \times ٢س}{(س^{٢})^{٢}}$

$ق'(١) = \frac{١ \times \left(\frac{م'(١)}{م(١)} \right) - (\log_{٥}(م(١)) \times ٢}{(١ \times ١)^{٢}}$

أ. معتصم ريحان

$ق'(١) = \frac{٢ \times \frac{٢٥}{٥^{٢}} - \log_{٥} ٥^{٢} \times ٢}{٤} = \frac{\frac{٢٥}{٥^{٢}} - ٤}{٤} = \frac{٤ - ٤}{٤} = \frac{٤ - ٤ه}{ه}$

$ق'(١) = \frac{٤ - ٤ه}{ه} \times \frac{١}{٤} = \frac{٤(١ - ه)}{٤ه} = \frac{١ - ه}{ه}$ #

تمرين ٣ / صفحة ٩١ : جد مشتقة كل من الاقترانات الآتية:

أ) $م(س) = ه^{٤ + س}$

الحل: $م'(س) = ه^{٤ + س} \times (٢س + ١)$

ب) $ع(س) = \log_{ه}(س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤)$ ، $س > ٣$

$ع'(س) = \frac{٣س^{٢} - ٦س}{س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤}$

أ. معتصم ريحان

٠٠٩٧٢٥٩٨٧٠٩٥١٩
تلفون أو واتس والفيس
فصل خاص
أونلاين مميزة

CamScanner الماسحة الضوئية بـ

س ٦ ص ٦١ / اذا كان م(س) = س^٤ م(س+١) اعتمد على الجدول المجاور

من ايجاد ق'(١)

م(س)	م'(س)	م''(س)
٥	-١	١
الثاني	م. الأول	

قاعدة الضرب

الحل

ق'(س) = س^٤ × (م'(س+١) × ٢س) + (م(س+١)) × (٢س)

الأول — م. الثاني

ق'(س) = ٢س^٣ م'(س+١) + ٢س م(س+١)

قاعدة الضرب ← قاعدة الضرب

ق''(س) = (٢س^٣) × (م''(س+١) × ٢س) + (م'(س+١)) × (٦س^٢)

الأول — م. الثاني — الثاني — م. الأول

+ (٢س) × (م'(س+١) × ٢س) + (م(س+١)) × (٢)

الأول — م. الثاني — الثاني — م. الأول

ق''(١) = (٢ × م''(٢) × ٢) + (٦ × م'(٢)) + (٢ × م'(٢)) + (٢ × م(٢))

(١) (١-) (١-) (٥)

ق''(١) = (٤) + (٦-) + (٤-) + (١٠)

ق''(١) = -٢ + ٦ = ٤ #

أ. معتصم ريحاني

س ٥ ص ٦١ / اذا كانت ص = ق^٣(س) - ق(س^٣) فجد |dص/dس| عند س = ٢

علماً بأن م(٢) = ١ ، ق'(٢) = -٢ ، ق'(٨) = ٢

الحل

dص/dس = ٣ (م(س))^٢ × ق'(س) - ق'(س^٣) × ٣س^٢

|dص/dس| عند س = ٢ = ٣ (م(٢))^٢ × ق'(٢) - ق'(٨) × ١٢

= ٣ (١)^٢ × (-٢) - ٢ × ١٢

= -٦ - ٢٤ = -٣٠ #

أ. معتصم ريحاني تابعين لمركز العبسي والبوشوشي

ص ٦

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

س6 ص41 / اذا كانت ص = ن³ + ٥ن وكانت $\left|\frac{د ن}{د س}\right|_{ن=١} = ٢$

جد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١}$

أ. معتصم ريحاني
00972598709519

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١} = (٢ن + ٥) \times \left|\frac{د ن}{د س}\right|_{ن=١} = ٧ \times ٢ = ١٤$ #

س7 ص41 / اذا كانت م(س) = س + $\frac{١}{س}$ ، هـ(س) = جتاس س ≠ ٠

اثبت ان (م ○ هـ)(س) = جاس تاس

الحل

م(س) = س + $\frac{١}{س}$

هـ(س) = جتاس

(م ○ هـ)(س) = م(هـ(س)) × هـ(س)

(م ○ هـ)(س) = $\frac{١}{جتاس}$ + ١ × -جاس

= $\frac{جتاس + ١}{جتاس}$ × -جاس

= $\frac{-جا^٢س}{جتاس}$

= $\frac{جا^٢س}{جتاس}$ = جاس × تاس #

أ. معتصم ريحاني
تابعنا على الفيس والتويتر

هـ(س) = -جاس

أ. معتصم ريحاني
مدرس خاص في الرياضيات المتميزة.

ملاحظة + تذكر

جا²س + جتا²س = ١

جا²س = ١ - جتا²س

-جا²س = جتا²س - ١

س8 ص

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

بداية الحصة رقم 20

س 8 / ص 41 / جد [أ] $\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{ظا}(2\theta + 2\theta) - \text{ظا} 2\theta}{\theta}$

الحل أولاً نعوض مباشرة $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبتال

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{قا}^2(2\theta + \theta) \times 1 - \text{صفر}}{1} = \text{قا}^2(2\theta) \#$$

$\theta \to$ صفر

جد [ب] $\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{م}(1 + 3\theta) - \text{م}(1 - 3\theta)}{10\theta}$ ، علماً بأن م$'(1) = -2$

الحل نعوض مباشرة $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نستخدم لوبتال

أ. معتصم ريحان

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\text{م}'(1 + 3\theta) \times 3 - \text{م}'(1 - 3\theta) \times -3}{10}$$

$\theta \to 0$

$$= \frac{\text{م}'(1) \times 3 - \text{م}'(1) \times -3}{10} = \frac{3 \times -2 - -3 \times -2}{10}$$

$$= \frac{-6 - 6}{10} = \frac{-12}{10} = \left|\frac{6}{5}\right| \#$$

حاول أنه تحل اثبت كل من الاقترانات الآتية بالنسبة لسينا:

1) م$(\theta(\text{س}^4 + 2))$
2) م(س^3)
3) م$^6(\theta(\text{س}^4 + 5))$
4) ظا$^9(\text{س}^4 + 3)$
5) جا(قا س)
6) جا$^6(5\text{س}^4 + 1)$
7) ظا$(\text{لو}_\theta(\text{س}^4 + 5\text{س}))$
8) م$^4(\overline{\text{س}^2})$

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعنا اليوتيوب والفيس

ص 9

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

أسئلة امتحانات سابقة: قاعدة السلسلة

2013 ثانوية / إذا كانت $م(س) = ٢س^٣ + س - ١$ ، $ه(س) = ٢س$

فإن $(م \circ ه)'(\frac{١}{٢})$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٣ ج) -٢ د) $-\frac{١}{٢}$

الحل $(م \circ ه)'(س) = م'(ه(س)) \times ه'(س)$

$(م \circ ه)'(س) = ٣(ه(س))^٢ + ١ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$(م \circ ه)'(س) = ٣(٢\sqrt{س})^٢ + ١ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$(م \circ ه)'(\frac{١}{٢}) = ٣ \times ٢\sqrt{\frac{١}{٢}}^٢ + ١ \times \frac{١}{٢\sqrt{\frac{١}{٢}}}$

$= ٣ \times \frac{٤}{٢} + ١ = ٣$

أ. معتصم ريحان

$ه(س) = ٢\sqrt{س}$

$ه'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$م'(س) = ٣س^٢ + ١$

2013 تكميلي / إذا كانت $م(س) = ك \, ه(س^٣)$ وكان $ه'(٣) = ٢$ ، $م'(٩) = \frac{٢}{٣}$

فإن قيمة الثابت $ك$

أ) ٢ ب) $\frac{٤}{٣}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٣}$

الحل $م'(س) = ك \times ه'(س^٣) \times ٣س^٢$

$م'(٩) = ك \times ه'(٢٧) \times ٢٧$

$\frac{٢}{٣} = ك \times \frac{١}{٢٧} \times ٢٧$

$\frac{٢}{٣} = \frac{ك}{٢} \Rightarrow ك = \frac{٤}{٣}$

أ. معتصم ريحان

تأسيس العلمي والأدبي

00972598709519

ص ١٥

CamScanner

2016 / اذا كانت $(مـ \circ هـ)(٣) = ٨$ ، وكان $(مـ \circ هـ)(٣) = ٢$ فإن $هـ(٣)$ تساوي

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

الحل / $(مـ \circ هـ)(٣) = مـ(هـ(٣)) \times هـ(٣)$

$٨ = مـ(هـ(٣)) \times هـ(٣)$

$٨ = ٢ \times هـ(٣)$

$هـ(٣) = ٤$

أرجع عوض

$(مـ \circ هـ)(٣) = مـ(هـ(٣))$

$٢ = مـ(هـ(٣))$

2018 / اذا كانت $ص = ع^{٢} + ٥$ ، $ع = \frac{٢س - ١}{س}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما $ع = ٣$

أ) ٦- ب) ٤- ج) ٤ د) ٦

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{ع=٣} = (٢ع) \times \frac{س \times (٢) - (٢س - ١)(١)}{س^{٢}}$$

$س = -١$

عندما $ع = ٣$

$٣ = \frac{٢س - ١}{س}$

$٣س = ٢س - ١$

$س = -١$

$$= ٦ \times \frac{-٢ + ٣}{١}$$

$$\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{ع=٣} = ٦$$

$س = -١$

= ٦

حاول إنهاء الحل قبل أ. معتصم رحباني

2018 / اذا كانت $مـ(س) = ٣س^{٣} - ٢س^{٤}$ ، $س \neq$ صفر فإن $مـ'(-١)$

أ) ١٢ ب) ٢ ج) ٤- د) ١٢-

صـ ١١

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

2020 / اذا كانت ص = $س^{ب}$ لو$_{ه}$ س ، حيث ب > صفر فما $\frac{دص}{دس}$ عندما س = ه

الحل $\frac{دص}{دس} = س^{ب} \times (\frac{1}{س}) + لو_{ه} س \times ب س^{ب-1}$

$= ه^{ب} \times \frac{1}{ه} + ب \times ه^{ب}$ لو$_{ه}$ ه

$= ه^{ب} + ب ه^{ب}$

$= ه^{ب}(1 + ب)$

(أ) ه^{ب} (ب) $\frac{1}{ب}$ ه^{ب} (ج) $\frac{ب}{ه}$ (د) ب

أ. معتصم ريحان
00972598709519

2020 / اذا كانت م(س) = $س^{ب}$ ، ه(س) = $\frac{ب}{س-1}$ ، س ≠ $\frac{1}{ب}$ ، ب > صفر

وكانت (م∘ه)′(1) = −48 ، فما قيمة الثابت ب

(أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16

الحل (م∘ه)′(1) = م′(ه(1)) × ه′(1)

م(س) = $س^{3}$

م′(س) = $3س^{2}$

م′(س) = $3س^{2}$

ه(س) = $\frac{ب}{س-1}$

ه′(س) = $\frac{-ب \times 2}{(س-1)^{2}}$

ه′(1) = $\frac{-2ب}{0}$ = −2ب

ه(1) = $\frac{ب}{1-1}$ = ب

−48 = 6 (ب) × (−2ب)

$\frac{-48}{-12} = \frac{-12ب^{2}}{-12}$

$4 = ب^{2}$

ب = ±2

السالب ب مرفوضة

أ. معتصم ريحان
00972598709519
لا يفيني لم العلمي
والتوتوب

حاول أنه تحل بنفسك

2020 / اذا كانت ص = $ه^{ب س}$ وكانت $\frac{دص}{دس}$ + 3ص = 10س

فما قيمة ب

(أ) 2.5 (ب) −10

(ج) −5 (د) 5

أ. معتصم ريحان
معتصم فاضل أونه
لا تنسى.

صفحة 137

2016 مقالي

اذا كانت $م(س) = \sqrt[3]{(س+٦)^{٤}}$ ، $س > صفر$

فاحسب نهايتها $\lim_{هـ \to ٠} \frac{م(٧+هـ) - م(٧)}{هـ}$

$\sqrt[3]{(س+٦)^{٤}} = (س+٦)^{\frac{٤}{٣}}$

الحل أولاً نعوض مباشرة $هـ = صفر$ نستخدم لبسال.

$$\text{نهـا} = \frac{م(٧+هـ) - م(٧)}{هـ} = \frac{م(٧)}{٦} = \frac{\frac{١}{٣}}{٦} = \boxed{\frac{١}{١٨}}$$

$هـ \to ٠$

$م(٧) = (١) \times (٦+س)^{\frac{١}{٣}} \times \frac{٤}{٣} (٤س)$ ← لازم كله يساوي (٧)

$٢س^{٤} - ١ = ٧$

$٢س^{٤} = ٨$

$س^{٤} = ٤$

$س = \pm ٢$

$س = -٢$ مرفوضة

$س = ٢$

هاشوفهم

الآن هنا سنعوض عن كل س بـ (٢)

$م(٧) \times (٨) = (٨)^{\frac{٤}{٣}}$

$م(٧) \times ٨ = ٢ \times \frac{٤}{٣}$ ← $\boxed{م(٧) \times ٨ = \frac{٨}{٣}}$ بالقسمة على ٨ الطرفين

$\Leftarrow م(٧) = \frac{٨}{٨ \times ٣} = \boxed{\frac{١}{٣}}$

2019 اكمال

اذا كان $ص = ا جتاس + ب جتاس$ ، حيث $ن$ ، $ا$ ، $ب$ أعداداً حقيقية أثبت أن $\frac{ص''}{ص} = -ن^{٢}$

الحل $ص = ا \times جتاس(ن) + ب \times -جتاس(ن) =$

$ص = ن ا جتاس - ب ن جاس$

$ص'' = ن ا \times -جاس \times ن - ب ن \times جتاس \times ن$

$ص'' = -ن^{٢} ا جاس - ن^{٢} ب جتاس$

نعوض الآن في المعادلة المطلوب اثباتها $\frac{ص''}{ص} = -ن^{٢}$

الطرف الأيمن $= \frac{-ن^{٢} ا جاس - ن^{٢} ب جتاس}{ا جاس + ب جتاس} = \frac{-ن^{٢}(ا جاس + ب جتاس)}{ا جاس + ب جتاس}$

$= -ن^{٢} =$ الطرف الأيسر

13

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

أ. معتصم ريحان

2020 ثانوي / اذا كانت ص = ٤ ظا أ ، ن = س × د = ب ، ن ≠ ٠ ، ن ≠ ١

صيغ د ثابت وكان $\frac{ص}{س} = \frac{-\pi}{6}$ عندما ن = $\frac{\pi}{4}$ أوجد قيمة الثابت ب

الحل

$$\frac{ص}{س} = ٨ \text{ (ظا ن)} \times \frac{د ن}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = ٨ \text{ (ظا } \frac{\pi}{4}) \times (\text{قا}^٢ \frac{\pi}{4}) \times \frac{-د}{(٤د)^٢}$$

عندما ن = $\frac{\pi}{4}$

فإن $\frac{\pi}{4} = س \times د$

$س = \frac{\pi}{٤د}$

$$= ٨ \times ١ \times ٢ - \times د \times \frac{\pi^٢ د^٢}{١٦ د^٢}$$

$$= -\frac{\pi^٢}{٢}$$

أ. معتصم ريحان

نفس الحل

$$\frac{ص}{س} \Big|_{ن = \frac{\pi}{4}, \; س = \frac{\pi}{٤د}}$$

$$= \frac{-\pi^٢}{٢}$$

$$\Leftarrow \frac{\pi^٢}{٢} = \frac{\pi^٢}{د} \Leftarrow د = ٢$$

#

تجريبي هاشيز 2022 / اذا كانت ص، ع اقترانين قابلين للاشتقاق وكان

$$(ص \circ ع)(س) = \frac{س^٣ + ب}{س + ١} + \frac{١}{٢}$$

$س \neq -١$

أ. معتصم ريحان

وكان ق(س) = $\sqrt[٣]{س^٣ + ٧}$ ، ع(١) = ١ ، ع(١) = ٤ أوجد ب

الحل

$$(ص \circ ع)(س) = ص(ع(س))$$

بأخذ المشتق للطرفين

$$(ص \circ ع)(س) = ق(ع(س)) \times ع(س)$$

بتعويض ١

$$(ص \circ ع)(١) = ق(ع(١)) \times ع(١)$$

يتبع في الصفحة التالية

CamScanner بـ ممنوعة

أ. معتصم ريحان
00972598709519

∴ نتائج 2020 تجريبي حساسون

تابع الحل

$(\overline{هـ}\circ هـ)'(1) = هـ'(هـ(1)) \times \overline{هـ}'(1)$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{(هـ(1))^2 + 7}} \times \overline{هـ}(1)$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{8^2 + 7}} \times 4$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{64 + 7}} \times 4$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{71}} \times 4$

لاحظ معطيات السؤال:
$هـ(1) = 1$
$\overline{هـ}(1) = 4$
$هـ(س) = \sqrt[3]{س^2 + 7}$

الآن معطيات السؤال ⟸ $(\overline{هـ}\circ هـ)'(س) = \frac{3س^2 + ب}{س + 1} + \frac{1}{2}$

هيو ← $س \neq -1$

نشتق الطرفين ثم نعوض عن س بـ 1

$(\overline{هـ}\circ هـ)''(س) = \frac{(س+1)(6س) - (3س^2 + ب)(1)}{(س+1)^2} + 0$

$(\overline{هـ}\circ هـ)''(1) = \frac{(1+1)(6) - (3 + ب)(1)}{(1+1)^2}$

$8 = \frac{12 - 3 - ب}{4}$

$32 = 9 - ب \Leftarrow 32 - 9 = -ب \Leftarrow ب = -23$ #

أ. معتصم ريحان
تابعني على الفيس واليوتيوب

حاول أن تحل بنفسك تجريبي الوطنية 2020

اذا كان $س = ظاص$ أثبت أن
$هـ'(1 + جتا س) = -جا^2 ص$

الحل في الورقة التالية

أ. معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس

صـ 15

CamScanner الماسوحة ضوئيا بـ

الحل $س = ظاص$ أثبت أن $ص''' (س+1) = -جا٢ص$

اشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$$1 = ظاص \times ص'$$

$$ص' = \frac{1}{ظاص} \Leftarrow \boxed{ص' = جتا٢ص}$$

$$ص'' = ٢(جتاص)(-جاص) \times ص'$$

الآن نذهب إلى المعادلة المراد إثباتها ونعوض فيها

$$ص''' (س+1) = -جا٢ص$$

الطرف الأيمن

$$-٢جتاص \times جاص \times ص' (س+1)$$

لا تطابقه

أ. مقصع رحيل

$$-جا٢ص \times ص' \quad (س+1)$$

$$-جا٢ص \times \frac{1}{ظاص} \quad (ظاص + 1)$$

تطابقه

$$-جا٢ص = \text{الطرف الأيسر} \#$$

أهم حاجة في المسألة الإثباتات أنه تكون قادر على استخدام المطابقات المثلثية

أ. مقصع رحيل
تابعني على اليوتيوب والفيس
مصطفى أونه لاينه خاصة ميزة
00972598709519

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

تمرين (2)

① $\text{ص} = \text{ه}^{\text{ظا}(\text{س}^2+3)} \Rightarrow \text{ص}' = \text{ه}^{\text{ظا}(\text{س}^2+3)} \times \text{قا}^2(\text{س}^2+3) \times 2\text{س}$

② $\text{ص} = (\text{جا}(\text{س}^3))^5 \Rightarrow \text{ص}' = 5(\text{جا}(\text{س}^3))^4 \times \text{جتا}(\text{س}^3) \times 3\text{س}^2$

③ $\text{ص} = \text{لو}_5(\text{ظا}(\text{س}^2+5)) \Rightarrow \text{ص}' = \frac{1}{\text{ظا}(\text{س}^2+5) \times \ln 5} \times \text{قا}^2(\text{س}^2+5) \times 2\text{س}$

④ $\text{ظا}^5(\text{س}^2+3) = (\text{ظا}(\text{س}^2+3))^5 \Rightarrow \text{ص}' = 5(\text{ظا}(\text{س}^2+3))^4 \times \text{قا}^2(\text{س}^2+3) \times 2\text{س}$

⑤ $\text{جا}(\text{قاس}) = \text{جتا}(\text{قاس}) \times (\text{قاس ظاس})$

⑥ $\text{جا}_5(5\text{س}^2+1) = (\text{جا}(5\text{س}^2+1))_5 \Rightarrow \text{ص}' = 5(\text{جا}(5\text{س}^2+1))^4 \times \text{جتا}(5\text{س}^2+1) \times 10\text{س}$

⑦ $\text{ظا}\left(\text{لو}_\text{ه}(\text{س}^2+5\text{س})\right) \rightarrow \text{قا}^2\left(\text{لو}_\text{ه}(\text{س}^2+5\text{س})\right) \times \frac{2\text{س}+5}{\text{س}^2+5\text{س}\ln\text{ه}}$

⑧ $\text{ص}^2(\text{س}^2) \longrightarrow (\text{ص}(\text{س}^2))^2 \xrightarrow{\text{نشتق}} 2(\text{ص}(\text{س}^2)) \times \text{ص}'(\text{س}^2) \times 2\text{س}$

⑨ $\left(\text{لو}_4(\text{س}^3+5)\right)^3 \rightarrow 3\left(\text{لو}_4(\text{س}^3+5)\right)^2 \times \frac{3\text{س}^2}{(\text{س}^3+5)\ln 4}$

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

21 حصة / قم
توجيهي علمي 2022
00972598709519

الدرس السابع ((الاشتقاق الضمني))

(*) سبق لنا إيجاد مشتقة ص = ه(س) عندما تكون العلاقة صريحة ((يعني ص بدلالة س)) يعني ص تكون موضع القانون ولكن هناك بعض العلاقات تكون مختلطة وليس صريحة ((يعني يتكون زي السلطة ص و س في كلا طرفي المعادلة ومخربطين))

لاحظ في المعادلة س و ص في كلا الطرفين

مثل ← ٤ س^٣ + ٥ ص^٤ = س ص + ٣

وليس من السهل كتابة ص بدلالة س لذلك نلجأ إلى الاشتقاق ضمنياً.

(*) أمثلة لتوضيح الفكرة :

١) ص^٤ = س^٣ + ٤ س + ١٢ ← نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

٢ ص ص' = ٣ س^٢ + ٤ + ص'

باختصار ← المتغير الذي نشتق بالنسبة له نشتقه عادي جداً أما المتغير الذي نشتقه بالنسبة لغيره فنضع بعد الاشتقاق المتغير وعليه شرطة

أي أنه المتغير الذي لا يكون صاحب البيت يخطي على ص'

ج) مثال : اشتق الآتي بالنسبة لـ س

(ص^٥ + ٤ س)^٢ = ص^٥ + س^٥

٢ (ص^٥ + ٤ س) × (٥ ص^٤ ص' + ٨ س^٧) = ٥ ص^٤ ص'

ص'

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

مثال ① / اذا كانت $س^2 + ص^2 + 1 = 2س - ص$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $(1، 1)$

الحل / نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

$$2س + 2ص \frac{د ص}{د س} = 0 - \frac{د ص}{د س}$$

$$2 \times 1 + 2 \times 1 \times \frac{د ص}{د س} = 0 - \frac{د ص}{د س}$$

$$2 + 2\frac{د ص}{د س} = -\frac{د ص}{د س} \Leftarrow 3\frac{د ص}{د س} = -2 \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = -\frac{2}{3}$$

أ. معتصم ريحان

تابعني على اليوتيوب والفيس

مثال ② / اذا كانت $ص = جا س \times جتا 2ص$ ، جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل / نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

$$\frac{د ص}{د س} = (جا س)(-جا 2ص \times 2\frac{د ص}{د س}) + (جتا 2ص)(جتا س)$$

(الأول) (م. الثاني) (الثاني) (م. الأول)

المتغير الموجود بالمقام هو الذي نشتق بالنسبة له ((وهو جاء البيت)) وسمي المتغير المستقل.

$$\frac{د ص}{د س} + 2\frac{د ص}{د س} جا س جا 2ص = جتا س جتا 2ص$$

$$\frac{د ص}{د س}(1 + 2جا س جا 2ص) = جتا س جتا 2ص$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{جتا س جتا 2ص}{1 + 2جا س جا 2ص} \#$$

أ. معتصم ريحان

00972598709519

مثال ③ / جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $(س + ص)^3 - 3ص^2 = 5$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $س + ص = 2$

الحل / عند نقطة التقاطع ← كلمة مفتاحية اذاً هناك نقطة مشتركة بين المنحنى والمستقيم.

اذاً نستطيع التعويض عن $س + ص = 2$ داخل معادلة المنحنى.

$$\Leftarrow (2)^3 - 3ص^2 = 5 \Leftarrow -3ص^2 = -3 \Leftarrow ص^2 = 1 \Leftarrow ص = \pm 1$$

السالبة مرفوضة

$ص = 1$

تتبع حل السؤال في الصفحة التالية.

CamScanner

تابع مثال 3 — الآن نفوض لايجاد $س$

$س + ص = ٢$

$\Leftarrow ١ + س = ٢ \Leftarrow$ **$س = ١$**

∴ نقطة التقاطع $(١، ١)$

الآن نجد ميل المماس عن طريق المشتقة الأولى لمعادلة المنحنى

$٣(س+ص)^{٢} \times (١ + ص') - ٦ ص ص' = صفر$

الآن نفوض عن النقطة $(١، ١)$ ←

$٣(١+١)^{٢} \times (١ + ص') - ٦ \times ١ \times ص' = صفر$

$١٢ + ١٢ ص' - ٦ ص' = صفر$

$٦ ص' = -١٢ \Leftarrow$ **$ص' = -٢$** ميل المماس

معادلة المماس: $ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$

$ص - ١ = -٢ (س - ١)$

$ص = -٢س + ٢ + ١ \Leftarrow$ **$ص = -٢س + ٣$** #

أ. معتصم ريحان

00972598709519

مثال (٦) ص 43

إذا كانت $ص = ع^{٣} + ١$ ، $س^{٢} ع = ع - ٢$ جد $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{ع=٢}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ٣ع^{٢} \times \left(\frac{-٢ع س}{س^{٢} - ٤ع} \right)$

$= ٣ \times ٢^{٢} \times \left(\frac{-٢ \times ٣ \times ٢}{١ - ٢ \times ٢} \right)$

$= ١٢ \times \frac{-٤}{-٣} = ١٦$ #

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس والواتس

لحصص خاصة ضروري

لـ ص 3

$س^{٢} ع = ع - ٢$

نشتق ضمنياً بالنسبة لـ $س$

$س^{٢} \frac{د ع}{د س} + ع \times ٢س = \frac{د ع}{د س} \times ٢ع \times ٢$

$س^{٢} \frac{د ع}{د س} - ٤ع \frac{د ع}{د س} = -٢ع \times ٢س$

$\frac{د ع}{د س} (س^{٢} - ٤ع) = -٢ع س$

$\frac{د ع}{د س} = \frac{-٢ع س}{س^{٢} - ٤ع}$ #

عندما $ع = ٢ \Leftarrow س^{٢} \times ٢ = ٤ - ٢$

$س^{٢} = ١ \Leftarrow س = \pm ١$

إما ١ أو -١ مرفوض

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

أ. معتصم رحيات

مثال (5) صـ ٦٦ / اذا كان $ق(س) = (س^3 + 5س - 2)^{\frac{3}{4}}$ جد $ق'(2)$

الحل / $ق'(س) = \frac{3}{4}(س^3 + 5س - 2)^{-\frac{1}{4}} \times (3س^2 + 5)$

$ق'(س) = \frac{3}{4} \times \frac{3س^2 + 5}{\sqrt[4]{س^3 + 5س - 2}} \Leftarrow ق'(2) = \frac{3}{4} \times \frac{17}{2} = \frac{51}{8}$ #

أ. معتصم رحيات

مثال (6) / احسب نهـا $\frac{\sqrt[3]{س^2 + 7} - 2}{س - 1}$ باستخدام قاعدة لوبيتال

$س \to 1$

الحل / عوض مباشرة $\frac{0}{0}$ غير معين نستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{(س^2 + 7)^{\frac{1}{3}} - 2}{س - 1} = \frac{\frac{1}{3}(س^2 + 7)^{-\frac{2}{3}} \times (2س)}{1}$ نهـا $س \to 1$

$= \frac{2}{3}(1 + 7)^{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

أ. معتصم رحيات

مثال (7) / جد النقط على منحنى العلاقة $س^2 + ص^2 = 3$ التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم $ص + 2س = 5$

الحل / ميل المماس = ميل المستقيم الموازي له $= -\frac{\text{معامل } س}{\text{معامل } ص} = -\frac{2}{1} = -2$

الآن نشتق معادلة المنحنى ضمنياً بالنسبة لـ س

$\frac{ص}{2ص} + \frac{1}{2س} = ص'$

$\frac{ص}{ص} = -\frac{1}{2س} \Leftarrow \frac{-2ص}{2س} = ص' \Leftarrow ص' = -2$

$ص' = -\frac{(3 - 2س)}{2ص} \Leftarrow ص' = \frac{2س - 3}{ص}$

الأول: $2س - 3$ / الثاني: $ص$ / الثالث: -2

$-2ص = 2س - 3 \Leftarrow -2س = 3 - 2ص \Leftarrow -3 = 2ص - 2س$

الآن نعوض لإيجاد ص

$س^2 + ص^2 = 3$

$1 + ص^2 = 3$

$ص^2 = 2$

$ص = 2$

$س = 1$

∴ النقطة $(1, 2)$ #

أ. معتصم رحيات
تابعني على اليوتيوب والفيس
00972598709519
مرفق خاصة أو نهاية

CamScanner بـ

نشاط ② ص 46

اذا كان $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص} = ٥$ ، $س ص \neq$ صفر

أ. معتصم رحال

الحل

نضرب طرفي المعادلة في $س ص$

$٢ ص + ٣ س = ٥ س ص$

نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$٢ ص' + ٣ = ٥ (س ص' + ص \times ١)$

$٢ ص' + ٣ = ٥ س ص' + ٥ ص$

$٢ ص' - ٥ س ص' = ٥ ص - ٣$

$ص' (٢ - ٥ س) = ٥ ص - ٣$

$ص' = \frac{٥ ص - ٣}{٢ - ٥ س}$

بعد ما نشتق نعوض النقطة المعطاة عن س ، ص

عند $س = ١$ ، $ص = ١$

$|ص'|_{\substack{س=١ \\ ص=١}} = \frac{٥ - ٣}{٢ - ٥} = \frac{٢}{-٣} = \frac{٧}{-٨}$

أ. معتصم رحال

تابعنا على اليوتيوب والفيس

ما يمكن ايجاد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (٣،٢)

$\frac{٢}{٢} + \frac{٣}{٣} = ٥ \times ٢ \times ٣$

$٢ \neq ٣٠$ النقطة (٣،٢) لا تقع على المنحنى اذاً لا يمكن ايجاد المشتقة عند ها.

نشاط ③ ص 46

اذا كانت $ص = \frac{(س+١)^{٥} (س+٢)^{٤}}{(٤س+١)^{٣}}$ ، $س = -١$ ، $\frac{دص}{دس}$

الحل

نأخذ اللوغاريتم للطرفين

$لو_{هـ} ص = لو_{هـ} (س+١)^{٥} (س+٢)^{٤} - لو_{هـ} (٤س+١)^{٣}$

$لو_{هـ} ص = لو_{هـ} (س+١)^{٥} + لو_{هـ} (س+٢)^{٤} - لو_{هـ} (٤س+١)^{٣}$

نشتق الطرفين

$\frac{ص'}{ص} = ٥ \times \frac{١}{س+١} + ٤ \times \frac{١}{س+٢} - ٣ \times \frac{٤}{٤س+١}$

$ص' = ص \left(\frac{٥}{س+١} + \frac{٤}{س+٢} - \frac{١٢}{٤س+١} \right)$

$ص' = \frac{٥ ص}{س+١} + \frac{٤ ص}{س+٢} - \frac{١٢ ص}{٤س+١}$

$|ص'|_{\substack{س=-١ \\ ص=١٦}} = \frac{٥ \times ١٦}{١+١} + \frac{٤ \times ١٦}{-١+٢} - \frac{١٢ \times ١٦}{-٤+١} = \frac{٦٠ \times ١٦}{(-٣)^{٢}+١}$

أ. معتصم رحال

00972598709519

ص 5

١١٢

Camscanner بـ

⊛ تمارين ومسائل (١-٧) ص ٤٧ «درس الاشتقاق الضمني»

أ. معتصم ريحان

تابعونا على الفيس والبوستوت

س١/ جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي:

أ) $س^3 + س ص + ٢ص^2 = ٥$

الحل: $٣س^2 + (١ \times ص + س \times \frac{ص}{س}) + ٤ص \frac{ص}{س} = ٠$ (قاعدة الضرب)

$س \frac{ص}{س} + ٤ص \frac{ص}{س} = -ص - ٣س^2$

$\frac{ص}{س}(س + ٤ص) = -ص - ٣س^2$

$\frac{ص}{س} = \frac{-ص - ٣س^2}{س + ٤ص}$

ب) $ص = \sqrt[٥]{(١ - س^2)^٤} + ٣$

الحل: $ص = (١ - س^2)^{\frac{٤}{٥}} + ٣ \Leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{٤}{٥}(١ - س^2)^{\frac{-١}{٥}} \times (-٢س)$

$\Leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{-٢س}{\sqrt[٥]{(١ - س^2)^٤}}$

أ. معتصم ريحان

جـ) $ص = جا(س + ص)$

الحل: $\frac{ص}{س} = جتا(س + ص) \times (١ + \frac{ص}{س})$ (توزيع الضرب على الجمع)

$\frac{ص}{س} = جتا(س + ص) + جتا(س + ص) \times \frac{ص}{س}$

$\frac{ص}{س} - جتا(س + ص) \times \frac{ص}{س} = جتا(س + ص)$

$\frac{ص}{س}(١ - جتا(س + ص)) = جتا(س + ص)$

$\frac{ص}{س} = \frac{جتا(س + ص)}{١ - جتا(س + ص)}$ #

أخذنا $\frac{ص}{س}$ عامل مشترك من الطرفين

أ. معتصم ريحان

00972598709519

د) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ أولاً نضرب الطرفين في $س ص$

$ص + س = ٢س ص$ نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

$١ + \frac{ص}{س} = ٢(س \times \frac{ص}{س} + ص \times ١)$ ← قاعدة الضرب

يتبع في الصفحة التالية

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

تابع سؤال نوع (5)

الحل

$$\frac{dy}{dx} + 1 = 2(x+y)$$

$$\frac{dy}{dx} + 1 = 2x + 2y$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2y - 1$$

$$\frac{dy}{dx} - 2x - 2y = -1$$

$$\frac{dy}{dx} - 2(x+y) = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x+y) - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2y - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y - 1}{1 - 2x}$$ #

حل بطريقة أخرى

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} = 2$$

$$\mu = e^{\int \frac{1}{x}\,dx}$$

$$\mu = x$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x + \frac{1}{x} \cdot x = 2x$$

$$\frac{d}{dx}(xy) = 2x$$

$$xy = \int 2x\,dx$$

$$xy = x^2$$

$$y = \frac{x^2}{x}$$

$$y = x$$ #

أ. معتصم ريحان

(2) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلته $x^2 - 2x + 4y = 20$ عند كل من نقطتي تقاطعها مع منحنى $y = x^2 - 3x + 5$

نقطة التقاطع = المنحنى

$$y - 5 = x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + 4y = 20$$

$$y - 5 + 4y = 20$$

$$5y - 30 = 0$$

$$(y+6)(y-5) = 0$$

$$y = -6 \quad \text{أو} \quad y = 5$$

نأخذ بعين

نأخذ بعين

$$y = x^2 - 3x + 5$$

$$-6 = x^2 - 3x + 5$$

$$x^2 - 3x + 11 = 0$$

لا يوجد حل لـ x

المميز < 0

∴ لا يوجد نقطة تقاطع

عند $y = -6$

إذاً نرفضها

$$5 = x^2 - 3x + 5$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$x = 0$ أو $x = 3$

إذاً نقاط التقاطع

$(0, 5)$ $(3, 5)$

(*) الآن نريد أن نجد ميل المماس عند النقطة

$$x^2 - 3x + 4y = 20$$

$$2x - 3 + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y\frac{dy}{dx} = 3 - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 - 2x}{2y}$$

المشتقة

عند النقطة $(0, 5)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 - 0}{2 \times 5}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{10}$$

معادلة المماس

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{3}{10}(x - 0)$$

$$y = \frac{3}{10}x + 5$$

عند النقطة $(3, 5)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 - 6}{10}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{10}$$

معادلة العمودي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{10}{3}(x - 0)$$

$$y = \frac{10}{3}x + 5$$

$$y = -\frac{10}{3}x + \frac{30}{3} + 5$$

$$y = -\frac{10}{3}x + 15$$

أ. معتصم ريحان

00972598709519

تابعنا على اليوتيوب والفيس

7

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مثال 3 ص 47 / يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف = ٢ن^{٢} + ٤ن$ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد مقدار $ع$ الموجبة علماً أن سرعته بعد ٢ ثانية $= ١$ م/ث.

أ. معتصم رحال
00972598709519

الحل: نشتق العلاقة ضمنياً بالنسبة للزمن

$ف = ٢ن^{٢} + ٤ن$

$ف' = ٤ن + ٤$

$ف' = ٢ع ن$

$ف' = \frac{٢ع ن}{ن}$ ⟸ $ف' = \frac{ف}{ن}$ ⟸ $ع = \frac{ف}{ن}$

الآن نعوض عن $ن = ٢$

$ع = ١$

$\frac{٢ع \times ٢}{٢ع} = ١$ ⟸ $ف = ٢ع$

$|ع| = ١$

منه العلاقة المعطاة في السؤال $ف = ٢ن^{٢} + ٤ن$

$\therefore ٢ع = ٢(٢ن^{٢} + ٤ن)$ نعوض عن $ن = ٢$

$٢ع = ٢(٤ + ٨)$ ⟸ بعد التبسيط

$٢ع = ٢ع + ٤ع$

$٢ع = ٤ع$ ⟸

$٤ع - ٢ع - ٤ع = صفر$

$ع^{٢} - ع - ٦ = صفر$

نكمل هنا

$(ع - ٣)(ع + ٢) = صفر$

$ع = ٣$ أو $ع = -٢$ مرفوضة

ع هي منه السؤال

أ. معتصم رحال

مثال 4 ص 47 / إذا كانت $ف = ع جا(٢ن + م)$ ، $ع \neq صفر$ هي معادلة الحركة لجسم يتحرك على خط مستقيم، حيث ع، م عددان ثابتان

أثبت أن $ت = -٤ف$ عددياً، ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني

الحل: $ف' = ع \times جتا(٢ن + م) \times ٢$ هنا نشتق بالنسبة للزمن

$ف'' = ٢ع \times -جا(٢ن + م) \times ٢$ ⟸ ع، م عددان ثابتان

$ف'' = -٤ع جا(٢ن + م)$ منه السؤال

$ف'' = -٤ف$ نميز ان

$ت = -٤ف$ # ⟸

مستقيم صفر.

أ. معتصم رحال
تابعنا على اليوتيوب والفيس
وصفحة أدبية لاتنسى مميزة

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

الصفحة رقم 22

تابع حل أسئلة درس ((الاشتقاق الضمني))

نوجيها علي 2022

أ. معتصم / بحيات

س5 / ص 47 / كتاب مدرسي

إذا كان المستقيم المار بالنقطة (-2، 0) مماساً لمنحنى العلاقة $x^2 + y^2 = 4$ عند نقطة/نقط التماس

الحل

$x^2 + y^2 = 4$ نشتق ضمنياً بالنسبة لـ x

$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$

$2y\frac{dy}{dx} = -2x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y}$ ⟸ $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

المشتقة = ميل المماس عند نقطة

في التطبيقات الهندسية الاشتقاق دائماً بالنسبة لـ x حتى لو ما ذكر.

وفي التطبيقات الفيزيائية الاشتقاق دائماً بالنسبة للزمن (ن) حتى لو ما ذكر.

لاحظ أن النقطة (-2، 0) لا تحقق معادلة المنحنى

$x^2 + y^2 = 4$ ⟸ $(-2)^2 + (0)^2 = 4$ ⟸ $4 \neq 4$

إذاً النقطة خارجية عن المنحنى

نفرض نقطة التماس (x_1, y_1)

حسب الميل بطريقة النقطتين

ميل المماس = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - 0}{x_1 - (-2)} = \frac{y_1}{x_1 + 2}$

الميل باستخدام نقطة التماس

الآن نساوي الميلان ببعضهما

$\frac{-x_1}{y_1} = \frac{y_1}{x_1 + 2}$

بعد ضربه تصبح معادلة المنحنى

$y_1^2 = -x_1^2 - 2x_1$

$x_1^2 + 2x_1 = -y_1^2$

$x_1^2 + 2x_1 + 1 = -y_1^2 + 1$

$(x_1 + 1)^2 = -y_1^2 + 1$

$x_1 + 1 = \pm\sqrt{-y_1^2 + 1}$

$x_1 = \pm\sqrt{-y_1^2 + 1} - 1$

الآن نعوض x_1 في $y_1 = -x_1 - 2$

$y_1 = -\left(\pm\sqrt{-y_1^2 + 1} - 1\right) - 2$

$y_1 = \mp\sqrt{-y_1^2 + 1} + 1 - 2$

$y_1 = \mp\sqrt{-y_1^2 + 1} - 1$

$y_1 + 1 = \mp\sqrt{-y_1^2 + 1}$

$y_1^2 + 2y_1 + 1 = -y_1^2 + 1$

$2y_1^2 + 2y_1 = 0$

$2y_1(y_1 + 1) = 0$

$y_1 = 0$ أو $y_1 = -1$

$x_1 = \pm\sqrt{-0^2 + 1} - 1$ أو $x_1 = \pm\sqrt{-(-1)^2 + 1} - 1$

$x_1 = \pm 1 - 1$ أو $x_1 = 0 - 1$

$x_1 = 0$ أو $x_1 = -2$

∴ نقاط التماس $(0, 0)$ و $(-2, -1)$

الحالة حالة تماس

الميل = الميل

الاقتران = الاقتران

حل

أ. معتصم / بحيات
00972598709519

Keep calm and turn to your math teacher

CamScanner بـ

س 47 ص

الحل

اذا كانة $\theta_{ص} + \theta_{س} = \theta_{-ص} + \theta_{-س}$ فجد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة $(-1، 1)$

نشتق الطرفين ضمنياً

$\theta_{ص} \times ص_{جتا} + \theta_{-ص} \times -ص_{جتا} = \theta_{س} + \theta_{-س} \times (-1)$

$\theta_{ص} \times ص_{جتا} + \theta_{ص} \times ص_{جتا} = \theta_{-س} - \theta_{-س}$

$ص_{جتا} (\theta_{ص} + \theta_{ص}) = -\theta_{-س} - \theta_{-س}$

$ص_{جتا} = \frac{-\theta_{-س} - \theta_{-س}}{\theta_{ص} + \theta_{ص}} \Leftarrow \left| ص_{جتا} \right|_{(-1، 1)} = \frac{-\theta_{(1)} - \theta_{(-1)}}{\theta_{1} + \theta_{(1)}}$

$= \frac{-\theta - \theta}{\theta + \theta} = \frac{-(\theta + \theta^{-1})}{\theta + \theta^{-1}} = -1$ #

$\left| ص \right|_{(-1، 1)} = \frac{\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta}}{\frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta}} = \frac{\frac{\theta - 1}{\theta}}{\frac{\theta^2 + 1}{\theta}} = \frac{\theta - 1}{\theta} \times \frac{\theta}{\theta^2 + 1} = \frac{\theta^2 - 1}{\theta^2 + 1}$

---

(7) س 47 ص

الحل

إذا كانت $س^2 = \log_{\theta}(س ص)$ فجد $\frac{دص}{دس}$ عند $(1، \theta)$ ، $س، ص > 0$

نشتق الطرفين ضمنياً

$2س = \frac{س ص_{جتا} + ص \times 1}{س ص}$

$2س^2 ص = س ص_{جتا} + ص$

$ص_{جتا} = \frac{2س^2 ص - ص}{س} \Leftarrow \left| ص_{جتا} \right|_{(1، \theta)} = \frac{2(1)^2(\theta) - (\theta)}{(1)} = \theta$ #

اختر 2020 س

الحل

اذا كانة $س^2 - س ص + ص^2 = 3$ فما ميل $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة $(-1، 1)$

ب) 1 ج) 2 د) -1 هـ) -2

$2س - (1 \times ص + ص_{جتا} \times س) + 2ص ص_{جتا} = ص_{جتا}$

$2س - س ص_{جتا} - ص + 2ص ص_{جتا} = ص_{جتا}$

$-س ص_{جتا} + 2ص ص_{جتا} - ص_{جتا} = -2س + ص$

$ص_{جتا} (-س + 2ص - 1) = -2س + ص$

$ص_{جتا} = \frac{-2س + ص}{-س + 2ص - 1}$

$\left| ص_{جتا} \right|_{(-1، 1)} = \frac{-2 - 1}{-1 - 2 - 1} = \frac{-3}{-4}$ # (1) هـ

يمكن تعويض مباشرة بعد ما تشتق الطرفين

أ. معتصم ريحان
00972598 709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س8 / ص47 اذا كان م(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق وكانت ص = (م(س))^م × (هـ(س))^م أثبت أن ص'/ص = م (م'/م + هـ'/هـ)(س)

الحل نأخذ اللوغاريتم للطرفين

لو_هـ ص = لو_هـ (م(س))^م × (هـ(س))^م

الآن نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

لو_هـ ص = م لو_هـ م(س) + م لو_هـ هـ(س)

ص'/ص = م × م'(س)/م(س) + م × هـ'(س)/هـ(س)

ص'/ص = م (م'(س)/م(س) + هـ'(س)/هـ(س)) #

أ. معتصم رحال

أستعين بمدرسي ومسائل الدرس

2019 شتوي / أختر الإجابة الصحيحة: اذا كان ب = جا ص ، ص ∈]0، π/2[فما قيمة dص/dب

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لـ ب

1 = جتا ص × ص'

ص' = 1/جتا ص

ص' = 1/√(1 − جا²ص)

⟸ ص' = 1/√(1 − ب²) #

استخدمنا متطابقة جا²س + جتا²س = 1

جتا²س = 1 − جا²س

ⓐ ب/√(1−ب²) ⓑ 1/√(1−ب²) ⓒ −ب/√(1−ب²) ⓓ −1/√(1−ب²)

2021 شتوي / اذا كانت م'(2س − 1) = 2س² − 2 وكان م(0) = 2 فما قيمة م(5)

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

م'(2س − 1) = 2س² − 2

2 م'(2س − 1) × م'(2س − 1) × 2 = 2س

2 م'(2×2 − 1) × م'(2×2 − 1) × 2 = 2×2

2 م(3) × م'(3) × 2 = 4

2 × 2 × م'(0) × 2 = 4

م'(0) = 4/16 ⟸ 3/4 #

ⓐ 1/2 ⓑ 3/4 ⓒ 0 ⓓ 1/2

2س − 1 = 0

2س = 1

س = 3

صح

CamScanner بـ ضوئيا

أ. مقصم ريحان

2020 / اذا كانت $م(2س+1) = 5س^2 - 1$ فما ميل $م(2)$

علماً بأنّ $م(س) > 0$ لكل $س$

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{5}{2}$ (د) 10

نرفع الأس على جبل النار

الحل

$(م(2س+1))^2 = 5س^2 - 1$

الآن نشتق على قاعدة السلسلة

$2(م(2س+1)) \times م'(2س+1) \times \frac{1}{2} = 10س$

$2(م(2 \times 1+1)) \times م'(2 \times 1+1) \times \frac{1}{2 \times 1} = 10 \times 1$

$2 \times م(3) \times م'(3) \times \frac{1}{2} = 10$

$م(3) \times م'(3) = 10$

خذ قيمتها من الاقتراحات الأول

$م(3) = 2 \Leftarrow م'(3) = 5$

$م(3) = -2$ أيضاً مرفوض بشرط السؤال

$م(3) = 2$ مرفوض بشرط السؤال

$2س+1 = 3$

$2س = 2$

$س = 1$

$م^2(2 \times 1+1) = 5(1)^2 - 1$

$م^2(3) = 4$

أ. مقصم ريحان

2021 / اذا كان $\ln ص = 2 + \ln س$ حيث $س، ص > 0$ فما ميل $\frac{ص}{س}$

(أ) $\frac{ص}{2}$ (ب) $2ص$

(ج) $ص$ (د) صفر

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لـ $س$

$\frac{1}{ص} \times ص' = \frac{1}{س}$

$ص' = \frac{ص}{س}$

$ص' = \frac{س \times ص' - ص \times 1}{س^2} = \frac{س \times \frac{ص}{س} - ص}{س^2} = \frac{ص - ص}{س^2} = \frac{0}{س^2} = 0$

(*) حل آخر نأخذ الاقتران الأسي الطبيعي للطرفين

$\ln ص = \ln س + \ln 2$

$\ln ص = \ln 2س$

$ص = 2س$

$\frac{ص}{س} = 2$

$\frac{ص}{س}$ ميل $= 0$

أ. مقصم ريحان
تابعني على التويتر عوالفيس
00972598709519
جميع حاضراتي أونلاين ولا يتم التسجيل

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

2019 ثانوية / اذا كانت $\theta^{س^2} = \int_{0}^{س} (س + 3ص)$ جد $\frac{ص}{س}$ عند النقطة $(0, \frac{\pi}{3})$

الحل نشتق الطرفين بالنسبة لـ س

$$\theta^{س^2} \times (2) = \frac{1 + 3 ص'}{س + 3ص}$$

الآن نعوض $(0, \frac{\pi}{3})$

$$\theta^{(0)} \times 2 = \frac{1 + 3ص'}{0 + 3 \times \frac{\pi}{3}} \Leftarrow 2 = \frac{1 + 3ص'}{\pi} \Leftarrow ص' = \frac{2\pi - 1}{3}$$

#

أ. معتصم رحال

2020 مقالي / اذا كان $\int_{0}^{س+ص} = س^2 ص^3$ أثبت أن $ص' = \frac{ص}{س}$ (قاعدة للطرف)

نأخذ اللوغاريتم لكلي الطرفين ضمنياً بالنسبة لـ س

$$\ln_{\theta}(س+ص)^{5} = \ln_{\theta} س^2 ص^3$$

$$5 \ln_{\theta}(س+ص) = 2 \ln_{\theta} س + 3 \ln_{\theta} ص$$

$$5 \times \frac{1 + ص'}{س + ص} = \frac{2}{س} + 3 \times \frac{ص'}{ص}$$

$$\frac{5}{س+ص} + \frac{5ص'}{5(س+ص)} = \frac{1 + ص'}{س+ص}$$

$$\frac{2}{5س} = \frac{1+ص'}{س+ص} - \frac{3ص'}{5ص}$$

توحيد مقامات

$$\frac{2}{5س} = \frac{5ص + 5ص ص' - 3س ص' - 3ص ص'}{5ص(س+ص)}$$

$$ص'(5ص - 3س - 3ص) + 5ص = \frac{10س + 10ص}{5س}$$

توحيد مقامات

$$ص'(2ص - 3س) = \frac{10س + 10ص}{5س} - \frac{5ص}{1}$$

$$ص'(2ص - 3س) = \frac{10س + 10ص - 25س ص}{5س}$$

أ. معتصم رحال

$$ص' = \frac{-15س + 10ص}{5س(2ص - 3س)}$$

$$ص' = \frac{5(2ص - 3س)}{5س(2ص - 3س)} \Leftarrow ص' = \frac{ص}{س}$$ #

ص 5

أ. معتصم رحال
00972598709519
تابعني على اليوتيوب والفيس
محتوى خاص أونلاين
مميزة

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

دور ثاني 2020

اذا كانت $جا^2(ق(2س)) = \frac{3}{س} + \frac{1}{2}$ ، س ≠ صفر وكانت $ق(6) = \frac{\pi}{3}$

أوجد $ق'(6)$

أ. معتصم ريحات

الحل نشتق الطرفين

وقبلها نرفع الأس ← جيل النار

$$(جا(ق(2س)))^2 = \frac{3}{س} + \frac{1}{2}$$

لا فن — السلسلة

$$2(جا(ق(2س))) \times (جتا(ق(2س))) \times ق'(2س) \times 2 = \frac{-3}{س^2} + صفر$$

2س = 6

س = 3

نعوض عند كل سين بـ 3

$$2(جا ق(6)) \times (جتا ق(6)) \times ق'(6) \times 2 = \frac{-3}{9}$$

$$2(جا \frac{\pi}{3}) \times (جتا \frac{\pi}{3}) \times ق'(6) \times 2 = \frac{-3}{9}$$

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times ق'(6) \times 2 = \frac{-3}{9}$$

$$\sqrt{3} \times ق'(6) = \frac{-1}{3}$$

$$ق'(6) = \frac{-1}{3\sqrt{3}} \ \#$$

$\frac{\pi}{3} = 60$

جا60 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

جتا60 $= \frac{1}{2}$

أ. معتصم ريحات
00972598709519

---

1 اكمال 2020

اذا كانت $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = 3$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (1 ، 4)

نشتق ضمنياً بالنسبة لسين

$$\frac{1}{2\sqrt{س}} + \frac{ص'}{2\sqrt{ص}} = صفر$$

$$\frac{ص'}{2\sqrt{ص}} = \frac{-1}{2\sqrt{س}}$$

$$ص' = \frac{-\sqrt{ص}}{\sqrt{س}}$$

$$ص'|_{(1،4)} = \frac{-\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{-1}{2} \ \#$$

أ. معتصم ريحات
00972598709519
مع تمنياتي أونلاين مميزة
تابعني على اليوتيوب والفيس

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2021 ش / اذا كانت $ص = (ع^2 + ب)^{-س^2}$ ، $ع = ب^{س}$ حيث ب العدد النيبيري

عندما $س = -1$ فإن $ع = ب$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=-1}$ = ؟

مشتقة قاعدة الاقتران الأس ص = ص

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

مشتقة ما داخل القوس — مشتقة القوس

$\frac{د ص}{د س} = -2(ع^2 + ب)^{-3} \times \left(\frac{1}{2ع^2} + صفر\right) \times ب^{س} \times (-2)$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=-1} = -2(ع^2 + ب)^{-3} \times \left(\frac{1}{2ع^2}\right) \times ب^{-2} \times -2$

وعندما $ع = ب^{-2}$

$= \frac{4}{1} \times \frac{1}{ب^2} \times ب^{-2} \times -2 = -4ب^{-2}$ #

أ. معتصم رحال

2021 ش / اذا كانت $ص = \frac{5}{س^3 + 1}$ أثبت أن $س ص^3 + 5ص = صفر$

الحل

الآن نشتق ضمنيا

$ص \times (س^3 + 1) = 5$

قاعدة الطرح ← ضرب تبادلي

$ص(3س^2) + (س^3 + 1) \times 3ص^2 ص = صفر$

$3ص ص (س^3 + 1) = -3س ص^2$

$\frac{ص}{ص} \times ص \times ص = -\frac{3س ص^2}{3ص}$

$\frac{ص}{ص} = -\frac{5ص}{س}$

$ص = -\frac{1}{5} س ص$

الآن نعوض ن المعادلة ارادياً

$س \times ص^3 + 5 \times -\frac{1}{5} س ص$

$س ص^3 - س ص = صفر$ = الطرف الأيسر #

$ص = \frac{-س ص^3}{5}$

أ. معتصم رحال

تابعنا على اليوتيوب والفيس

ص 7

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

2021 / دور ثاني

اذا كانة $ص_{ن+2} + ص_{ن+1} = ص_ن$ بين أنّ $\frac{-2ص_ن}{س+1} = ص_ن + ص_{ن+1}$

الحل

$$ص_{ن+2} + (ص_{ن+1} + س ص_ن) = -جا س$$

$$ص_{ن+2} + (س ص_ن + ص_{ن+1}) = -جا س$$

$$ص_{ن+2} + (س+1) ص_{ن+1} + س ص_ن = -جا س$$

من السؤال $-جا س = (ص_{ن+1} + ص_ن)$

$$ص_{ن+2} + (س+1) ص_{ن+1} + س ص_ن = -(ص_{ن+1} + ص_ن)$$

$$ص_{ن+2} + (س+1) ص_{ن+1} + (ص_{ن+1} + ص_ن) = -2ص_ن$$

عامل مشترك

$$ص_{ن+2} + (س+1) ص_{ن+1} + (س+1) ص_ن = -2ص_ن$$

$$ص_{ن+2} + (س+1)(ص_{ن+1} + ص_ن) = -2ص_ن$$

$$ص_{ن+2} + ص_{ن+1} = \frac{-2ص_ن}{س+1}$$ #

أ. معتصم ريحان
00972598709519

2020 / دور ثاني

اذا كانة $س^2 ص_{ن+3} = 4 - س^2 + 4$ فما قيمة $\frac{د ص_ن}{د س}$ عندما $س = 1$

الحل

$$س^2 \times 3ص_{ن+2} \times ص_{ن+1} + ص_{ن+3} \times 2س = 8س$$

$$(1)^2 \times 3(2)^2 ص_{ن+1} + (2)^3 \times 2(1) = 8(1)$$

$$12ص_{ن+1} + 16 = 8$$

$$12ص_{ن+1} = -8$$

$$ص_{ن+1} = \frac{-8}{12} = \frac{-2}{3}$$ #

الآن عوض عندما $س = 1$ وعندما $ص = 2$

ملاحظ
عندما $س = 1$ فإنة $ص = 2$

$$(1)^2 ص_{ن+3} = 4 - (1)^2 + 4$$

$$ص_{ن+3} = 8$$

$$ص_{ن+3} = 2$$

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) صفر

أ. معتصم ريحان
00972598709519

تابعني في الفيس والتويتر
وصفحتي خاصة أونة ٨ بتميزة

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

2021
دور ثاني

بين أن المماس لمنحنى العلاقة $س^{ص} = \log_{ه} س^{ص}$ عندما $س = 1$ يكون أفقياً

أ. معتصم ريحان

الحل المماس أفقي يعني ميل = صفر ونريد اثبات ذلك.

نشتق العلاقة ضمنياً بعد استخدام خواص اللوغاريتمات

$$س^{ص} = \log_{ه} س^{ص} + \log_{ه} ص$$

نشتق بالنسبة لـ س

$$\frac{ص}{ص} + \frac{1}{س} \times ص = ص \times 1$$

الآن نعوض عندما $س = 1$ ، $ص = ه$

$$\frac{ص}{ه} + \frac{1}{1} \times ص = 1 \times ص$$

$$ص = ص + \frac{ص}{ه}$$

$$ص = \frac{ص}{ه} \Leftarrow ص = ص$$

بما أنه المشتقة الأولى = صفر إذاً ميل المماس = صفر إذاً أفقي

عندما $س = 1$ نحسب $ص$

$$(1)^{ص} = \log_{ه} (1)^{ص}$$

$$1 = \log_{ه} ص$$

$$ه^{1} = ص$$

أ. معتصم ريحان

تجريبي الجمعية غرب غزة

اذا كان $ص = \sqrt{س^{2} + 1}$ برهن أن $ص \, ص = \sqrt{س^{2} + 1}$

الحل بما أن المعادلة $ص^{2} = س^{2} + 1$

نشتق المعادلة

$$2ص \, ص = 2س$$

$$ص \, ص = س \times \left(\frac{س}{\sqrt{س^{2} + 1}} \right) + \sqrt{س^{2} + 1} \times (1)$$

أكمل بنفسك

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس والبوتيوب

CamScanner بـ

حل المتابعة العامة للوحدة الأولى ص 51+50+49+48

علمي

س1 ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

1) اذا كانت متوسط تغير الاقترانية م(س) في الفترة [1، 3] يساوي 4 وكانت متوسط تغير نفس الاقترانية في الفترة [3، 7] يساوي -5 فما متوسط تغير الاقترانية م(س) في [1، 7]

أ) 2
ب) 1
ج) -1
د) -2

الحل

متوسط التغير للاقترانية م(س) = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

$4 = \frac{م(3) - م(1)}{3 - 1}$

$م(3) - م(1) = 8$ ①

$م(1) = م(3) - 8$

متوسط التغير للاقترانية م(س) = $\frac{م(7) - م(3)}{7 - 3}$

$\frac{م(7) - م(3)}{4} = -5$

$م(7) - م(3) = -20$ ②

$م(7) = م(3) - 20$

المطلوب متوسط تغير الاقترانية م(س) في [1، 7]

$= \frac{م(7) - م(1)}{7 - 1} = \frac{(م(3) - 20) - (م(3) - 8)}{6}$

$\Leftarrow \frac{م(3) - 20 - م(3) + 8}{6} = \frac{-12}{6} = -2$

أ. معتصم ريحان

2) اذا كانت المماس المرسوم لمنحنى م(س) عند النقطة (2، -1) يصنع زاوية قياسها 135° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فما قيمة نهـا $\frac{م(س) - م(2)}{س^2 - 4}$ عندما س ← 2

أ) -1
ب) $-\frac{1}{2}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) 1

أولا نعوض مباشرة فنحصل على صفر على صفر

نستخدم لوبتال

نهـا $\frac{م'(س) - صفر}{2س - صفر}$ س ← 2

م'(2) هو ميل المماس للاقترانية م(س) عند س = 2

ميل المماس = ظا θ = ظا 135° = -1

$\frac{م'(2)}{2} = \frac{-1}{2}$ #

أ. معتصم ريحان
00972598709519
دروس خاصة أونلاين وحضوري
تابعين على اليوتيوب والفيس

حل

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

(3)

س3/ اذا كان م(س) = جتا٢س ، فما قيمة قـ(س) + ٦ م(س)

(أ) جتا٢س (ب) جا٢س (ج) ٢ جتا٢س (د) ٢ جا٢س

الحل بشكل أوضح قـ(س) = - جا٢س × ٢ ⟸ بشكل أوضح قـ(س) = -٢ جا٢س

قـ(س) = - جتا٢س × ٢ × ٢ ⟸ بشكل أوضح قـ(س) = -٢ جا٢س × ٢

قـ(س) = -٤ جتا٢س المطلوب قـ(س) + ٦ م(س)

-٤ جتا٢س + ٦ جتا٢س = ٢ جتا٢س

أ. معصم ريحاني
تابعنا على اليوتيوب والفيس

س4/ اذا كانه م (٢س + ١) = س٣ + ٢ وكانه م قابلاً للاشتقاق
فما قيمة قـ(٣)

(أ) ١٦
(ب) ٢٩
(ج) ٤٨
(د) ١٤٤

الحل نشتق بالسلسلة

قـ(٢س + ١) × ٢ = ٣ س٢

قـ(٢س + ١) × ٢ = ٣ × (٤)٢

قـ(٢ × ٣ + ١) × ٢ = ٣ × ١٦

قـ(٧) × ٢ = ٤٨

قـ(٧) = ٢٤

٢س + ١ = ٣ ⟸ ربع الطرفين
٢س + ١ = ٩
٢س = ٨
س = ٤

قـ(٣) = ١٤٤ #

س5/ اذا كانه س٢ - س ص + ص٢ = ٣ فما ميل ص/س عند النقطة (١، -١)

(أ) -٢
(ب) -١
(ج) ١
(د) ٢

الحل نشتق ضمنياً

٢س - (س × ١ ص + ص × ١) + ٢ ص ص = صفر

عوض مباشرة بالنقطة (١، -١)

٢(١) - (١ × ١ ص + ص × (-١)) + ٢ (-١) ص = صفر

٢ - ص + ١ - ٢ ص = صفر

-٣ ص = -٣

ص = ١

أ. معصم ريحاني
تابعنا على اليوتيوب والفيس

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

6 / اذا كانت $م(س) = \begin{cases} س^2 + 2 & ، س \neq 5 \\ 10 & ، س = 5 \end{cases}$ فما نهاية $م(س)$ عندما $س \to 5$

(أ) صفر
(ب) ٤
(ج) ١٠
(د) غير موجودة

الحل
أولاً نبحث الاتصال عند $س = 5$

* نهاية $م(س) = 5^2 + 2 = 27$ ← $س \to 5$
* صورة الدالة $م(5) = 10 \times 5 = 50$

نهاية الدالة $\neq$ صورة الدالة إذاً الاقتران $م(س)$ غير متصل عند $س = 5$ فلذلك النقطة عند $س = 5$ غير موجودة

نعوض لإيجاد النهاية في الإسارى
نعوض في الإسارى لإيجاد الصورة

أ. معتصم ريحان

7 / يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف(ن) = ع(ن)$ حيث $ف$: المسافة بالأمتار، $ن$: الزمن بالثواني $ع(ن)$ السرعة وكانت $ع(2) = 3$ م/ث

فما ممكن التسارع عندما $ن = 2$ ثانية

(أ) -8 م/ث^2
(ب) 8 م/ث^2
(ج) 12 م/ث^2
(د) -12 م/ث^2

أ. معتصم ريحان
نشتق بالنسبة لنون « الزمن »

الحل
$ف(ن) \times ع(ن) = ن$

بالقاعدة ضرب

$ف(ن) \times ع'(ن) + ع(ن) \times ف'(ن) = 1$

$ف(2) \times ع'(2) + ع(2) \times ف'(2) = 1$

من القاعدة المعطاة في السؤال

$\frac{2}{ع(2)} \times ع'(2) + 3 \times ع(2) = 1$ (3)

$\frac{2}{3} \times \lim_{ن \to 2} ت_1 + (9) = 1$

$ف(ن) = \frac{ن}{ع(ن)}$

$\frac{2}{3} \times \lim_{ن \to 2} ت_1 = -8$

$\lim_{ن \to 2} ت_1 = -8 \times \frac{3}{2} = -12$ م/ث^2

في الفيزياء الاشتقاق بالنسبة للزمن دائماً
وفي الهندسة الاشتقاق بالنسبة لسين دائماً

صح

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعني في الفيس واليوتيوب
معي أونلاين خاصة زووم

صح

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

س8 ⑧ اذا كان قَ(س) = $\frac{1}{1+س^2}$ ، هـ(س) = ظاس فما قيمة (قَ ∘ هـ)(س)

ⓐ قتاس ⓑ جتاس ⓒ ١ ⓓ قاس ظاس

الحل (قَ ∘ هـ)(س) = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

(قَ ∘ هـ)َ(س) = $\frac{1}{1+(ظاس)^2}$ × قتا^٢(س)

مطابقة

(قَ ∘ هـ)َ(س) = $\frac{1}{قاس}$ × قتاس = ١

أ. معتصم ريحان
حل فاضل في الرياضيات

س9 اذا كانت هـ(س) = $(س^2+٧)^{\frac{1}{3}}$ فما قيمة قَ(١)

ⓐ $\frac{11}{18}$ ⓑ $\frac{4}{9}$ ⓒ $\frac{10}{18}$ ⓓ $\frac{1}{2}$

الحل قَ(س) = $\frac{2}{3}(س^2+٧)^{\frac{1}{3}}$ × (٢س)

قاعدة ضرب ← قَ(س) = $\frac{4س}{3}$ × $(س^2+٧)^{\frac{1}{3}}$

قَ(س) = $\frac{4س}{3}$ × $\left((س^2+٧)^{\frac{1}{3}}(٢س)\right) + (س^2+٧)^{\frac{1}{3}} \times \frac{4}{3}$

قَ(١) = $\frac{4}{3}$ × $\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{8}\times ٢\right) + \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}$

أ. معتصم ريحان

= $\frac{4}{3}\times\frac{1}{12} + \frac{1}{2} = \frac{2}{36} + \frac{4}{6} = \frac{11}{18}$ = ٠٫٦١

س10 اذا كانت س = جتاص ، ص ∈]٠ ، $\frac{\pi}{2}$[فما قيمة $\frac{ص}{س}$

نشتق بالنسبة لـ ص ضمنياً

نشتق الطرفين

ⓐ $\frac{1}{\sqrt{1-س^2}}$

١ = − جاص × صَ

صَ = $\frac{-1}{جاص}$

ⓑ $\frac{-1}{\sqrt{1-س^2}}$

صَ = $\frac{-1}{\sqrt{1-جتا^2ص}}$

ⓒ $\frac{-س}{\sqrt{1-س^2}}$

صَ = $\frac{-1}{\sqrt{1-1+س^2}}$

ⓓ $\frac{س}{\sqrt{1-س^2}}$

صَ = $\frac{-1}{\sqrt{1-س^2}}$

أ. معتصم ريحان
00972598709519
لا يعني الفيزياء والرياضيات

(صـ ٦)

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س11/ إذا كانت $(م \circ ه)'(3) = 10$ وكانت $م(س) = س^2 - 9$

$ه(3) = 5$ ، فما قيمة $ه'(3)$

$\Leftarrow م'(س) = 2س$

الحل $(م \circ ه)'(3) = م'(ه(3)) \times ه'(3)$

$10 = 2(ه(3)) \times 5$

$ه(3) = \frac{10}{10}$

أ. معتصم ريحان

(أ) صفر
(ب) 5 أو 1
(ج) 2
(د) 3

س12/ أي الامتدادات الآتية تكون قابلاً للاشتقاق على مجاله

(أ) $م(س) = [س - 2]$ ← امتداد صحيح العدد غير قابل للاشتقاق عند نقاط تحوله

(ب) $م(س) = |س - 2| - |س|$ ← امتداد المتطابقة المطلقة غير قابل للاشتقاق عند أصفاره أو نقاط تحوله لأنه تركيب جبري

(ج) $م(س) = \sqrt{س^2 + 2س + 1} \Leftarrow \sqrt{(س+1)^2} = |س+1|$

(د) $م(س) = [س + 2] - [س] = [س] + 2 - [س] = 2$

الامتداد الثابت قابل للاشتقاق في مجاله

خاصية من خصائص امتداد صحيح العدد وهي $[س + ص] = [ص + س] = ص + [س]$ بشرط أن تكون ص عدد صحيح

أ. معتصم ريحان

انتهت حلول أسئلة غير دائرة

س13/ إذا كانت $ه'(1) = -2$ ، $م(3) = -2$ ، $ه'(3) = 4$

جدنا $\lim_{ه \to 0} \frac{م(1 + 9ه) - م(1)}{\sqrt{1 + ه} - 1}$ عوض مباشرة صفر نستخدم لوبيتال

$= \lim_{ه \to 0} \frac{ه'(1 + 9ه) \times 9 - صفر}{\frac{1}{2\sqrt{1+ه}} - صفر} = \frac{ه'(1) \times 9}{\frac{1}{2}} = \frac{-2 \times 9}{\frac{1}{2}}$

$= -18 \times 2 = -36$

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس والتويتر

ص5

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

3 / ص ٤٩

جد متوسط التغير للاقتران ص = م(س) = $\int_{س}^{س+1} هـ^{ت}$ دت

عندما تتغير س من (صفر إلى 1)

يعد من س = ١
وبعد إلى س = س

الحل

متوسط التغير = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{م(1) - م(0)}{1 - صفر}$

$\Leftarrow \frac{\left(\int_{0}^{1+1} هـ^{ت^2} دت - \int_{0}^{1} هـ^{ت^2} دت\right)}{1}$

$\Leftarrow (1 \times 2) - (1) = \boxed{1}$

أ. معصم ريحان
تابعين لي اليوتيوب والفيس

4 / ص ٤٩

إذا كان $\boxed{م(2) = 3}$ ، $م'(2) = -1$ جد نهـا $\frac{م(س^2 + 2س - 1) - م(2)}{س - 1}$ ، $س \to 1$

الحل

عوض مباشرة صفر / صفر لوبيتال

نهـا $\frac{م'(س^2 + 2س - 1) \times (2س + 2) - صفر}{2س - صفر}$ ، $س \to 1$

$= \frac{م'(2) \times 4}{2} = \frac{-1 \times 4}{2} = -2$

5 / ص ٤٩

جد قيمة كل من النهايات التالية باستخدام قاعدة لوبيتال

(أ) نهـا $\frac{هـ^{س^4} - 1}{ظا س}$ ، $س \to 0$

عوض مباشرة صفر / صفر ستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{هـ^{س^4} \times 4س^3 - صفر}{قا^2 س}$ ، $س \to 0$

$= \frac{4}{\frac{1}{جتا^2(0)}} = \frac{4}{1} = \boxed{4}$

$\boxed{جتا(0) = 1}$

أ. معصم ريحان

أ. معصم ريحان

(ب) نهـا $\frac{هـ^{س^2} - هـ^{س}}{2س}$ ، $س \to 0$

عوض مباشرة صفر / صفر استخدم لوبيتال

نهـا $\frac{هـ^{س^2} \times 2س - هـ^{س}}{2}$ ، $س \to 0$

$= \frac{صفر - هـ^{صفر}}{2} = -\frac{1}{2}$

(ج) نهـا $\frac{جا س جا س}{س^2}$ ، $س \to 0$

عوض مباشرة = صفر / صفر ستخدم لوبيتال

نهـا $\frac{2 جتا س جا س}{2}$ ، $س \to 0$

$= \frac{1 \times 2}{2} = 1 - \frac{1}{2}$

أ. معصم ريحان
00972598709519
معصم خاصة أونلاين
ممتعة.

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س5 / ص49

$$\lim_{س \to 0} \frac{1 - جتا س}{س \, جا س}$$

عوض مباشرة $\frac{صفر}{صفر}$ نستخدم لوبيتال

$$= \lim_{س \to 0} \frac{صفر + جا س}{س \times جتا س + جا س \times 1}$$

طبقناها قاعدة الطرف

لاحظ

$جتا صفر = 1$

$جا صفر = صفر$

عوض ينتج $\frac{صفر}{صفر}$ إذاً نطبق لوبيتال كمانه مرة.

$$= \lim_{س \to 0} \frac{جتا س}{س \times جا س + جتا س \times 1 + جتا س} = \frac{1}{2} \quad \#$$

س6 / ص50

اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^2 + م(س-1) & ، س \geq 1 \\ م(س) & ، س < 1 \end{cases}$ وكان متوسط تغير الاقتران $م(س)$

في الفترة $[-2، 2]$ يساوي 3 جد متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[0، 3]$

الحل

متوسط التغير للاقتران $هـ(س) = \frac{هـ(3) - هـ(صفر)}{3 - صفر}$

$= \frac{(3^2 + م(3-1)) - (م(0))}{3}$??

$= \frac{9 + م(2) - م(0)}{3}$??

متوسط تغير الاقتران $م(س) = \frac{م(3) - م(0)}{3 - 0}$

$3 = \frac{م(2) - م(0)}{2}$

$م(2) - م(0) = 6$

$= \frac{9 + 6}{3} = 5$ # ??

أ. مقصص / بحان

حاول أن تحل تدريب

اذا كان $ص = ن^4$ ، $س = ن^2 + 3ن$ أوجد $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ عند $ن = 1$

الحل

$\frac{د ص}{د ن} = 4ن^3$ $\quad$ $\frac{د س}{د ن} = 2ن + 3$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$ $\Leftarrow$ $\frac{د ص}{د س} = 4ن^3 \times \frac{1}{2ن + 3}$ $\Leftarrow$ $\frac{د ص}{د س} = \frac{4ن^3}{2ن + 3}$

$\frac{د^2 ص}{د س^2} = \frac{(2ن+3)(12ن^2) - (4ن^3)(2)}{(2ن+3)^2}$ $\Big|_{ن=1}$

$= \frac{60 - 8}{25} = \frac{52}{25}$ #

ص 7

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

تمرين ص 50 / 7

إذا كانت $\lim_{س \to 1} \frac{م(س) - ٢}{س - ١} = ٣$ ، م متصلاً عند ٢

جد $\lim_{س \to 1} \frac{س^٣ م(س) - م(١)}{س - ١}$

الحل أولاً عوض مباشرة $\frac{صفر}{صفر}$ نستخدم لوبيتال

$$\lim_{س \to 1} \frac{٣س^٢ م(س) + س^٣ م'(س)}{-١} = ق'(١) + ٣م(١)$$

أ. معتصم ريحان

مقطع $\lim_{س \to 1} \frac{م(س) - ٢}{س - ١} = ٣$

لأنه النهايه موجوده والمقام عند التعويض يكون صفر إذاً هذه صورة غير معينة $\frac{صفر}{صفر}$

يعني البسط لازم يكون صفر

$\therefore$ م(١) − ٢ = صفر

$\Leftarrow$ م(١) = ٢

ونطبق لوبيتال لأنها $\frac{صفر}{صفر}$

$\lim_{س \to 1} \frac{ق'(س)}{١} = ٣$ $\Leftarrow$ ق'(١) = ٣

الآن نرجع نعوض مكانه ق'(١) + ٣م(١)

٣ + ٢ × ٣ = ٩

أ. معتصم ريحان

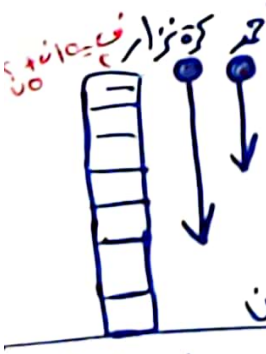
00972598709519

تمرين ص 50 / 8

يقف أحمد وزار على سطح بناية، أطلق أحمد كرة من السكون وفق العلاقة ف(ن) = ٥ن٢ ، وفي اللحظة نفسها رمى نزار كرة أخرى عمودياً إلى أسفل وفق العلاقة ف(ن) = ١٥ن + ٥ن٢

فإذا إرتطمت كرة أحمد بالأرض بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة نزار ما سرعة ارتطام كرة نزار بالأرض ؟؟ ((ف الإزاحة بالإمتار، ن الزمن بالثواني))

- علاقة رمي كرة أحمد ← ف(ن) = ٥ن٢
- علاقة رمي كرة نزار ← ف(ن) = ١٥ن + ٥ن٢
- كرة نزار قذفت لأسفل لذلك يجب أن تصل للأرض أولاً
- نفرض زمن نزار هو ن ثانية يكون زمن أحمد هو (ن+١) ثانية
- عندما يصل الجسمان للأرض يكون ف٢ = ف١ مع مراعاة اختلاف الزمن



ف٢ = ف١

٥(ن+١)٢ = ١٥ن + ٥ن٢

أ. معتصم ريحان

تابع الصفحة التالية

Camscanner بـ ضوئيا

تابع حل س8 ص50 / سؤال أحمد ونزار

$\frac{ن}{2}$ ن(ن+1)(2ن+1) = 15ن + 5ن²

⇐ 5(ن²+2ن+1) = 15ن + 5ن² ⇐ 5ن² + 10ن + 5 = 15ن + 5ن²

⇐ 5ن = 5 ⇐ ن = 1 ← هذا الزمن الذي استغرقته كرة نزار للوصول للأرض.

نزار: ف = 15ن + 5ن²

الآن ع = 15 + 10ن = 15 + 10×1 = 25 م/ث

⇐ سرعة ارتطام كرة نزار بالأرض وهي عندما ن = 1

س9 ص50 / إذا كانت م(س) = ρ جاس ، θ(س) = $\frac{3س}{س^2+1}$ فجد قيمة ρ

بحيث (θ∘م)'($\frac{π}{2}$) = ρ ≠ 0

الحل: م(س) = ρ جتاس

م'(س) = ρ × جتاس

م'($\frac{π}{2}$) = ρ جا$\frac{π}{2}$

م'($\frac{π}{2}$) = ρ × $\frac{1}{2}$ = $\frac{ρ}{2}$

θ'(س) = $\frac{3(س^2+1) - 3س \times 2س}{(س^2+1)^2}$ = $\frac{3س^2+3-6س^2}{(س^2+1)^2}$ = $\frac{3-3س^2}{(س^2+1)^2}$

(θ∘م)'($\frac{π}{2}$) = θ'(م($\frac{π}{2}$)) × م'($\frac{π}{2}$)

ρ = θ'($\frac{ρ}{2}$) × ρ

ρ = $\frac{3-3(\frac{ρ}{2})^2}{(1+(\frac{ρ}{2})^2)^2}$ × ρ

ρ = 3 − $\frac{3ρ^2}{4}$

$\frac{4}{4}$ρ = 3 − $\frac{3ρ^2}{4}$

4ρ = 12 − 3ρ²

3ρ² + 4ρ − 12 = 0

(3ρ − 6)(ρ + 2) = 0

ρ = 2 ، ρ = −2 ✓

أ. معتصم ريحان
تابعين لم اليوتيوب والفيس

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س١٥ / ص٥٠

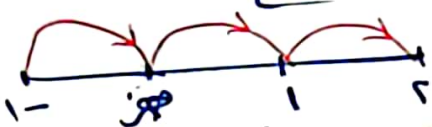
اذا كانت $م(س) = \begin{cases} [٢-س] + س^{٢} & ، س < ٢ \\ \frac{٢}{س+١} & ، س \geq ٢ \end{cases}$

اجب عن قابلية الاشتقاق على مجالها.

الحل أولاً نعيد تعريف الاقتران الصحيح

$٢ - س = ٠ \Leftarrow س = ٢$

معدل الدرجة = ١



$[٢-س] = \begin{cases} ٢ & ، س = صفر \\ ١ & ، صفر < س \leq ١ \\ صفر & ، ١ < س < ٢ \end{cases}$ حسب الفترة المعطاة من السؤال

$م(س) = \begin{cases} ٢ + س^{٢} & ، س = صفر \\ ١ + س^{٢} & ، صفر < س \leq ١ \\ صفر + س^{٢} & ، ١ < س < ٢ \\ \frac{٢}{س+١} & ، س \geq ٢ \end{cases}$

لاحظ أنه عند $س = ١$

الاقتران $م(س)$ غير متصل

$\therefore$ قـ(١) غ م

وأيضاً عند $س = ٢$

الاقتران $م(س)$ غير متصل

$\therefore$ قـ(٢) غ م

أطراف فترة $س = ٠ ، ٢$

وعندهما قـ(س) غير موجودة

$قـ(س) = \begin{cases} ٢س & ، صفر < س < ١ \\ ٢ & ، ١ < س < ٢ \\ \frac{-٢}{(س+١)^{٢}} & ، س > ٢ \\ غ م & ، س = ٠ ، ١ ، ٢ \end{cases}$

س١١ / ص٥٠

تحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف = ٢(\theta_{ن}^{٢} - \theta_{-ن}^{٢})$ حيث $ف$ تمثل بعد الجسم عن نقطة الأصل بعد $ن$ ثانية. أثبت أن سرعة الجسم في أي لحظة تساوي $٤ف$ عدديًا.

الحل $ع = \frac{د ف}{د ن} = ٢(٢ \times \theta_{ن}^{٢} + ٢ \theta_{-ن}^{٢})$

$ت = \frac{د ع}{د ن} = ٢(٤ \times \theta_{ن}^{٢} - ٤ \theta_{-ن}^{٢}) = ٢ \times ٤(\theta_{ن}^{٢} - \theta_{-ن}^{٢})$

$= ٤ف$ #.

أ. معتصم ريحان
00972598709519
أ. معتصم ريحان
تابعونا على اليوتيوب والفيس
أ. معتصم ريحان
تصفح خاص أونلاين على الزوم

س١٥ / ص٥٠

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

س 12 ص 50

اذا كانت $م(س) = جا^3 س - جتا^3 س$ ، $س \in [0, \frac{\pi}{4}]$

الحل / $م(س) = (جا س)^3 - (جتا س)^3$

$م'(س) = 3 (جا س)^2 \times (جتا س) - 3 (جتا س)^2 \times (-جا س)$

$م''(س) = 3 \left[(جا س)^2 \times (-جا س) + (جتا س) \times (2 جا س \times جتا س) \right] - 3 \left[(جتا س)^2 \times -جا س + جا س \times 2 جتا س \times -جا س \right]$

$م''(س) = 3 \left(-جا^3 س + جتا^2 س \times جا 2س \right) - 3 \left(-جتا^3 س + جا^2 س \times جا 2س \right)$

$م''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \left(-جا^3 \frac{\pi}{4} + جتا^2 \frac{\pi}{4} \times جا \frac{\pi}{2} \right) - 3 \left(-جتا^3 \frac{\pi}{4} + جا^2 \frac{\pi}{4} \times جا \frac{\pi}{2} \right)$

$م''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \left(-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times 1 \right) - 3 \left(-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 \right)$

$م''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \left(-\frac{2\sqrt{2}}{8} + \frac{2}{4} \right) - 3 \left(-\frac{2\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

أ. معتصم ريحان

س 13 ص 50

جد مجموعة قيم س التي تكون عندها $م'(س) = صفر$ في كل مما يأتي

(أ) $م(س) = (س - 2)^3 (3 + 2س)^4$ ، $س \in [0, 3\pi]$

$لو_هـ م(س) = 3 لو_هـ (س - 2) + 4 لو_هـ (3 + 2س)$ نأخذ اللوغاريتم للطرفين

نشتق $\rightarrow \frac{م'(س)}{م(س)} = 3 \times \frac{1}{س - 2} + 4 \times \frac{2}{3 + 2س}$

$\frac{صفر}{م(س)} = \frac{3}{س - 2} + \frac{8}{3 + 2س}$ (بالتبادلي)

$\frac{3}{س - 2} = \frac{8}{3 + 2س}$

$-9 - 6س = 8س - 16$

$14س = 7$

$س = \frac{1}{2}$ #

أ. معتصم ريحان

تابعنا على الفيس واليوتيوب

جميع خاصة أردنة لايف Zoom

00972598709519

CamScanner بـ ضوئيا

س 13 / ص 50 / الحل

ب) م(س) = جاس × (1 + جتاس) ، س ∈ [0 ، π/2]

م'(س) = جا(س) × (−جاس) + (1 + جتاس) × جتاس

= −جا²(س) + جتاس + جتا²س

= −(1 − جتا²س) + جتاس + جتا²س

= −1 + جتا²س + جتاس + جتا²س

= 2 جتا²س + جتاس − 1 = صفر

(2 جتاس − 1)(جتاس + 1) = صفر

2 جتاس = 1 ، جتاس = −1

جتاس = 1/2 ، س = 180 = π

س = π/3 ، س = 60

× مرفوضة لانتمائها للفترة [0 ، π/2]

جا²س = 1 − جتا²س

الوزير

أ. معتصم ريحان

س 14 / ص 51 / الحل

جد dص/dس لكل من الاقترانات الآتية

أ. معتصم ريحان

أ) ص = م(س) = (س^ن θ) / جاس ، جاس ≠ صفر

dص/dس = [جاس × (س^ن θ × ن × θ + θ^ن × 1) − (س^ن θ) × (جتاس)] / جا²س

dص/dس = [ن س^(ن−1) θ جاس + θ^ن جاس − س^ن θ جتاس] / جا²س

س 14

ب) ص = م(س) = (س لو س) / جتاس ، حيث س > صفر ، جتاس ≠ صفر

الحل

dص/dس = [جتاس × (س × 1/س + لو س × 1) − (س لو س) × (−جاس)] / جتا²س

dص/dس = [جتاس + جتاس لو س + س جاس لو س] / جتا²س

أ. معتصم ريحان

تابعنا على اليوتيوب والفيس

CamScanner الضوئية بـ

س 15 ص 51 / يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ρ (جتا٢ن + جا٢ن)
حيث ف تمثل بعد الجسم عن النقطة الثابتة و ، ن الزمن بالثواني
ما تسارع الجسم عندما يكون على بعد ٣ أمتار من النقطة و ؟؟

الحل ف = ρ (جتا٢ن + جا٢ن)

ع = ρ (-٢جا٢ن + ٢جتا٢ن)

ت = ρ (-٤ جتا٢ن - ٤ جا٢ن)

ت = -٤ ρ (جتا٢ن + جا٢ن)

ت = -٤ × ف ← وعندما ف = ٣

ت = -٤ × ٣

∴ ت = -١٢ م/ث٢

أ. معتصم ريحان

أ. معتصم ريحان
00972598709519

س 16 ص 51 / جد النقطة/النقاط التي يكون عندها المماس ملتحنى ق(س) = س + ١/س
موازياً للقاطع الواصل بين النقطتين (٢، ٢ ١/٢) ، (٤، ٤ ١/٤)
س ≠ صفر

الحل ميل المماس ق(س) = ١ + ١/س٢

ميل الخط المستقيم القاطع = (ص٢ - ص١)/(س٢ - س١) = (٤ ١/٤ - ٢ ١/٢)/(٤ - ٢) = ١/٢

بما أن المماس // المستقيم إذاً ميلاهما متساويان.

الميل = الميل

١ - ١/س٢ = ١/٢ ⟸ ١/س٢ = ١/٢ ⟸ س٢ = ٤

س = ٢ ← أ ، س = -٢ ← ب

∴ النقاط هي س = ٢ ⟸ ص = ٢ + ١/٢ = ٢ ١/٢ (أ ، ٢ ١/٢)

وعندما س = -٢ ⟸ ص = -٢ + ١/-٢ = -٢ ١/٢ (-أ ، -٢ ١/٢)

أ. معتصم ريحان

أ. معتصم سام ريحان
تابعني على صفحتي الرسمية على الفيس
وعلى قناتي على اليوتيوب
وكلاهما باسم (معتصم ريحان رياضيات توجيهي)

إنتهت أسئلة الوحدة الوزارية

صفحة رقم 25

مراجعة شاملة للوحدة الأولى

س اختر:

١) إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق عند (١، ٣) هي ص = $\frac{1}{p}$ س + ٢ وكان ق(١) = ٣ فإن p =

أ) ١ ب) $\frac{1}{3}$ ج) ١ د) -١

الحل النقطة (١، ٣) تقع على المماس ⇐ ٣ = $\frac{1}{p}$ × ١ + ٢ ⇐ $\frac{1}{p} = 1$ ⇐ p = ١

من معادلة العمودي ص = $\frac{1}{p}$ س فإن ميل العمودي = $\frac{1}{p}$ ⇐ ميل المماس = -p

المطلوب ق(١) ← ميل المماس عند س = ١

= -٣ × $\frac{1}{3}$ = -١ #

أ. معتصم ريحان

00972598709519

تابعني على الفيس والتويتر

تطبيقات هندسية

هذه الحصة 25

مراجعة شاملة للوحدة الأولى

٢) معادلة المماس للعلاقة س² + ص² = ١ عند النقطة (١، ٠) هي

أ) ص = ١ ب) س = -١ ج) س = ١ د) ص = -١

الحل نشتق

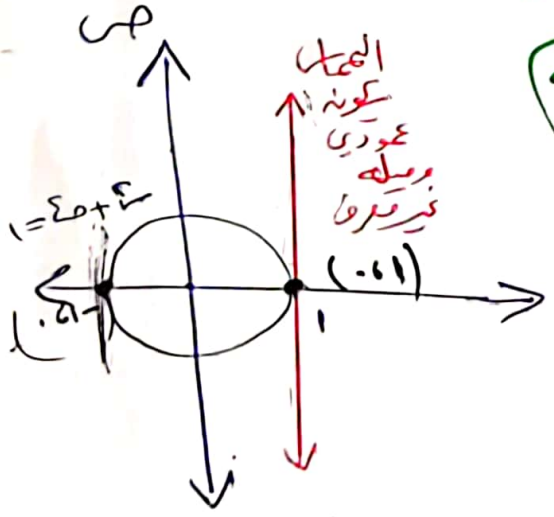
٢س + ٢ص $\frac{dص}{dس}$ = صفر

⇐ ٢ص $\frac{dص}{dس}$ = -٢س

⇐ $\frac{dص}{dس} = \frac{-٢س}{٢ص}$

⇐ $\frac{dص}{dس}$ | (١، ٠) = $\frac{-٢ \times ١}{٢ \times ٠}$ = غير معرف

هندسيا



أ. معتصم ريحان

سؤال متى يكون الميل غير معرف ؟؟

عندما يكون المماس عمودي لأنه عندها يكون ظا الزاوية غير معرف.

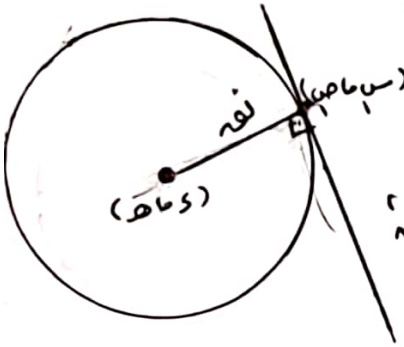
حل

س مقالي :

أثبت باستخدام التفاضل أن نصف قطر الدائرة يكون عمودياً على مماس الدائرة عند نقطة التماس علماً بأن الصورة العامة للدائرة هي : $(س - ك)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

حيث $(ك ، هـ)$ مركز الدائرة و نق نصف قطرها .

الحل: نفرض نقطة التماس $(س_1 ، ص_1)$



من خلال الرسمة يتضح أن ميل نصف القطر هو $م_1 = \frac{ص_1 - هـ}{س_1 - ك}$

لنحصل على ميل المماس نشتق العلاقة $(س - ك)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

$\leftarrow 2(س - ك) + 2(ص - هـ) \frac{د ص}{د س} = 0 \leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{ك - س}{ص - هـ}$ ← ميل المماس

أي أن ميل المماس عند $(س_1 ، ص_1)$ هو $م_2 = \frac{د ص}{د س}_{(س_1 ، ص_1)} = \frac{ك - س_1}{ص_1 - هـ}$

ميل العمودي × ميل المماس

نلاحظ أن $م_1 \times م_2 = \frac{ص_1 - هـ}{س_1 - ك} \times \frac{ك - س_1}{ص_1 - هـ} = \frac{ك - س_1}{س_1 - ك} = -1$

بما أن حاصل ضرب الميلين = -1 إذاً المستقيمان متعامدان

أي أن نصف القطر يعامد المماس .

أ. معتصم ريحان

تجريبي بيت لحم 2020 / إذا كان $(٤س^2 - ٤س + ١) \times م(س) = ١$ فإن $مَ(س)$

أ) $-٢٤ م^2(س)$ ب) $٢٤ م^2(س)$ ج) $١٢ م^2(س)$ د) $-١٢ م^2(س)$

الحل

$(٢س - ١)^2 \times م(س) = ١$

$\Leftarrow م(س) = \frac{١}{(٢س - ١)^2}$ ومنها $مَ(س) = \frac{١}{٤(٢س - ١)^3}$

$\Leftarrow م(س) = (٢س - ١)^{-2}$

$\Leftarrow مَ(س) = -٢(٢س - ١)^{-3} \times ٢$

$\Leftarrow مَ(س) = +١٢(٢س - ١)^{-4} \times ٢$

$\Leftarrow مَ(س) = \frac{٢٤}{٤(٢س - ١)^4}$

$\Leftarrow$ **$مَ(س) = ٢٤ م^4(س)$** #

ب

أ. معتصم ريحان

تابعنا على الفيس واليوتيوب

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س/ إذا كانت م(س) = { س³ + أ س + ب ، ٠ ≤ س < ٢ ؛ [س/٢] + أ س² + ب س ، ٢ ≤ س < ٤ }

#عالمي

جد قيمتي الثوابت أ ، ب إذا علمت أن م(س) قابلاً للاشتقاق عند س = ٢

الحل أولاً نفيد تعريف اقتران الصحيح

طول الدرجة = ٢

[س/٢] = { صفر ، صفر ≤ س < ٢ ؛ ١ ، ٢ ≤ س < ٤ } الفترة المطلوبة

∴ م(س) = { س³ + أ س + ب ، ٠ ≤ س < ٢ ؛ ١ + أ س² + ب س ، ٢ ≤ س < ٤ }

بما أن الاقتران م(س) قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ إذاً متصل عند س = ٢

نهاية م(س) = نهاية م(س)
س ← ٢⁺ ، س ← ٢⁻

١ + أ(٢)² + ب(٢) = ٢³ + أ(٢)² + ب

صفر = -١ - ٤أ - ٢ب + ٤ + ٢أ + ب

صفر = ٣ - ٢أ - ب

-٣ = -٢أ - ب ... (١)

بما أنه الاقتران مشتق عند س = ٢

م'(س) = { ٣س² + أ ، ٠ < س < ٢ ؛ ٢أ س + ب ، ٢ < س < ٤ }

م'(٢⁺) = م'(٢⁻)

٢أ(٢) + ب = ٣ × ٢² + أ

٤أ + ب = ١٢ + أ

٣أ + ب = ٤ ... (٢)

نحل المعادلتين بالحذف أو التعويض

-٣ = -٢أ - ب
٤ = ٣أ + ب

أطرح

أ = ١

الآن نعوض لإيجاد قيمة ب

٤ = ٣أ + ب
٤ = ٣ × ١ + ب
ب = ١

#توجيهي علمي
2022
2004

ص 3

#

أ. مقصم رحاحلة
0598709519

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

توجيهي علمي 2022

أ. معتصم رحال
00972598709519

إذا كان ص = أ جاس + ب جتاس ، أ ، ب ∈ ح

أثبت أن (ص)² + (ص)² = أ² + ب²

الحل ص = أ جتاس − ب جاس

نأخذ الطرف الأعسر

⇐ (أ جتاس − ب جاس)² + (أ جاس + ب جتاس)²

⇐ أ² جتا²س − ٢ أ جتاس × ب جاس + ب² جا²س + أ² جا²س + ٢ × أ جاس × ب جتاس + ب² جتا²س

⇐ أ² جتا²س + أ² جا²س + ب² جا²س + ب² جتا²س

* أخذنا أ² عامل مشترك

* أخذنا ب² عامل مشترك

⇐ أ² (جتا²س + جا²س) + ب² (جا²س + جتا²س)

الجذال

أ² × ١ + ب² × ١

⇐ أ² + ب² .

وهو الطرف الأيسر.

* نستخدم المتطابقة العامة

جا²س + جتا²س = ١

من آخر خطوة.

الجذال

أ. معتصم رحال

للفائدة أكثر تابعني على صفحتي الرسمية على الفيسبوك.
وقناتي على اليوتيوب.

ص ٩

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

متوسط التغير — توجيهي علمي

س/ اذا كان المستقيم القاطع لمنحنى م(س) في النقطتين (أ، م(أ)) ، (ب، م(ب)) يصنع زاوية مقدارها ١٣٥° مع محور السينات الموجب ، أحسب متوسط تغير الاقتران هـ(س) = ٤ / م(س) في الفترة [١، ٣] ؟؟

أ. معتصم ريحان
00972598709519

سؤال البوابة - انبن

الحل

م(س) ← هـ(س)

متوسط التغير = (م(س٢) - م(س١)) / (س٢ - س١)

ظا ١٣٥ = (م(٣) - م(١)) / (٣ - ١)

-١ = (٥ - م(١)) / ٢

-٢ = ٥ - م(١)

-٧ = -م(١)

٧ = م(١) ← معطى من النقطة

م(٣) = ٥

متوسط التغير = (هـ(س٢) - هـ(س١)) / (س٢ - س١)

?? = (هـ(٣) - هـ(١)) / (٣ - ١)

?? = (٤/م(٣) - ٤/م(١)) / ٢

= (٢م(١) - ٢م(٣)) / (م(٣) × م(١)) / ٢ ← توحيد مقامات

= (٢×٧ - ٢×٥) / (٥×٧) / ٢

= ٤/٣٥ / ٢

= ٤/٣٥ × ١/٢ = ٢/٣٥ #

متوسط التغير هو ظل الزاوية التي يصنعها القاطع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

∴ متوسط التغير = ظا ١٣٥ = -١

(م5)

CamScanner بـ ...

توجيهي علمي

إذا كان $م(س) = س^4 + ب س^3 - 3$

وكان $م''(2) = 18$ فما قيمة الثابت ب ؟؟

الحل $م(س) = 4س^3 + 3ب س^2$

$م'(س) = 12س^2 + 6ب س$

$م''(س) = 24س + 6ب$

$م''(2) = 24 \times 2 + 6ب$

بالتعويض في السؤال

$18 = 48 + 6ب$

$6ب = 18 - 48$

$\frac{6ب}{6} = \frac{-30}{6}$

$ب = -5$ #

أ. معتصم بسام ريحان

CamScanner بـ ضوئيا

توجيهي علمي 2022

متوسط التغير للاقتران م(س) = [س + [س]]

في الفترة $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ يساوي

(أ) 1 (ب) 2 (ج) -1 (د) -2

الحل

أ. معتصم رحال
0598709519

$$\text{متوسط التغير} = \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{م(\frac{1}{2}) - م(-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})}$$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\left([\frac{1}{2} + [\frac{1}{2}]]\right) - \left([-\frac{1}{2} + [-\frac{1}{2}]]\right)}{1}$$

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\text{صفر} - (-2)}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

#

أ. معتصم رحال

⊗ لاحظ:

$[\frac{1}{2}] = \text{صفر}$

$[-\frac{1}{2}] = -1$

$[-\frac{1}{2} + [-\frac{1}{2}]] = [-\frac{1}{2} + -1] = [-\frac{3}{2}] = -2$

صحيح العدد هو أول عدد صحيح على يسار هذا العدد على خط الأعداد.

صح

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

صح جملي / اذا كانت (م ∘ هـ)(س) = جا (جتا ٢س) ، هـ (π/٤) = ٢

هـ (π/٤) = ٢

أ) -١ ب) -٢ ج) ١ د) صفر

مجموع (٣) + مـ (٣)

الحل

(م ∘ هـ)(س) = مـ (هـ(س)) × هـ(س)

جتا (جتا ٢س) × (-جا ٢س) × ٢ = مـ (هـ(س)) × هـ(س)

التعويض عن س بـ π/٤

جتا (صفر) × (-١) × ٢ = مـ (٢) × ٢

(١) × -٢ = ٢ مـ (٢)

مـ (٢) = -١ #

قاعدة السلسلة
تركيب الاقترانات

(م ∘ هـ)(س) = م (هـ(س))

جا (جتا ٢ × π/٤) = م (هـ (π/٤))

جا (صفر) = م (٢)

م (٢) = صفر

الآن المطلوب م (٢) + مـ (٣)

صفر + -١

= -١ #

أ. معتصم رحال
00972598709519
تابعين على الفيس واليوتيوب

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

أ. معتصم ريحان
00972598709519

جد قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{جا^3(2س-2هـ) - جا^3 2س}{هـ^3}$

(أ) $-جا^2 س جا^2 س$ (ب) $2جا^2 س$ (ج) $\frac{2}{3}جا^2 س$ (د) $جا^2 س جتا^2 س$

الويتال

أولاً فحص مسألتي صفر/صفر نستخدم لويتال

$$\lim_{س \to هـ} \frac{3جا^2(2س-2هـ) \times جتا(2س-2هـ) \times 2 - صفر}{3} = صفر$$

$$\frac{3جا^2(2س) \times جتا(2س) \times 2}{3} = (-جا 2س)(2جا 2س جتا 2س)$$

للمطابقة

$$= -جا^2 2س \times جا 4س$$

أ. معتصم ريحان

تابعنا على اليوتيوب والفيس

اذا كانت $(ص+1)^3 = (س-2)^2$ فاثبت ان $(\frac{3}{2}ص)^2 = \frac{1}{ص+1}$

الحل نأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$3 \log_هـ(ص+1) = 2 \log_هـ(س-2)$$

$$\frac{3ص}{ص+1} = \frac{2}{س-2}$$

$$3ص(س-2) = 2ص+2$$

$$ص = \frac{2ص+2}{3س-6}$$

أ. معتصم ريحان

تابعنا على الفيس واليوتيوب

المطلوب اثبات

الطرف الأيمن

$$\frac{9}{4} \times \frac{(2ص+2)^2}{(3س-6)^2}$$

$$\frac{9 \times (4ص^2+8ص+4)}{4 \times (9ص^2-36ص+36)}$$

$$\frac{9 \times 4(ص^2+2ص+1)}{4 \times 9(ص^2-4ص+4)}$$

$$\frac{(ص+1)^2}{(ص-2)^2} = \frac{(ص+1)^2}{(ص+1)^3} = \frac{1}{ص+1}$$

الطرف الأيسر

من السؤال

حل

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

مبرهنة: إذا كانت $م(س) = ظا س$ أثبت أن متوسط التغير للاقتران $م(س)$ عندما تتغير $س$ من $س$ إلى $س + ه$ يساوي $\frac{قا^2 س ظا ه}{ه(1 - ظا س ظا ه)}$

الحل متوسط التغير لـ $م(س) = \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

أ. معتصم ريحان
تابعني على اليوتيوب والفيس

متوسط تغير

$$= \frac{م(س + ه) - م(س)}{س + ه - س}$$

$$= \frac{ظا(س + ه) - ظا(س)}{ه}$$

استخدمنا مطابقة
$ظا(أ + ب) = \frac{ظا أ + ظا ب}{1 - ظا أ ظا ب}$

$$= \frac{\frac{ظا س + ظا ه}{1 - ظا س ظا ه} - \frac{ظا س}{1}}{ه}$$ ← وحد المقامات

$$= \frac{1}{ه} \times \frac{ظا س + ظا ه - ظا س + ظا^2 س ظا ه}{1 - ظا س ظا ه}$$

استخدمنا مطابقة
$قا^2 س = 1 + ظا^2 س$

$$= \frac{1}{ه} \times \frac{ظا ه (1 + ظا^2 س)}{1 - ظا س ظا ه}$$

$$= \frac{قا^2 س ظا ه}{ه(1 - ظا س ظا ه)} \#$$

أ. معتصم ريحان

ص ١٥

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

تمرين مقالي:

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $(-2، 0)$ $(6، 2)$ يمس منحنى الاقتران $م(س) = ب س^2 + 2 س - 1$ فجد قيمة الثابت ب ؟؟

تطبيقات هندسية

الحل ميل المماس $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{6 - (-2)}{2 - 0} = 4$

ميل المماس $= م'(س) = 2ب س + 2 = 4 \Leftarrow 2ب س = 2 \Leftarrow ب س = 1$

الحالة حالة تماس

الميل = الميل ⟸ الاقترانان متماسان

نجد معادلة المماس

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 2 = 4(س - 0)$

$ص + 2 = 4س$

معادلة المماس $\Leftarrow ص = 4س - 2$

⊗ نساوي الاقترانين ببعضهما

$م(س) = ب س^2 + 2س + 1$

$4س - 2 = ب س^2 + 2س + 1$

$ب س^2 - 2س + 3 = 0$

$ب س \times س - 2س + 3 = 0$

$1 \times س - 2س + 3 = 0$

$-س = -3 \Leftarrow س = 3$

نقطة التماس $(3، 10)$

نعوض في معادلة الاقتران لإيجاد الثابت ب

نعوض لإيجاد ص $ص = 4س - 2$

$ص = 4 \times 3 - 2 = 10$

$م(س) = ب س^2 + 2س - 1$

$10 = ب \times 9 + 6 - 1$

$9ب = 5 \Leftarrow ب = \frac{5}{9}$

∴ المستقيم $ص = 10$ مماس

س/ إذا كانت $م(س) + ه(س) = 8$ ، $م(2) = 5$ ، $م'(2) = 1$

فإن $\frac{د}{دس}(س + ه(س))$ عندما $س = 2$ يساوي

أ) 1 ب) صفر ج) 8 د) 3

قواعد الاشتقاق

الحل $\frac{د}{دس}(س + ه(س)) = 1 + ه'(س) = 1 + ه'(2) = 1 + (-1) =$ صفر

⊗ $م(س) + ه(س) = 8$

$\Leftarrow م'(س) + ه'(س) =$ صفر

$\Leftarrow ه'(س) = -م'(س)$

$\Leftarrow ه'(2) = -م'(2) = -1$

المستقيم $ص = 10$ مماس

#

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

تجريبي
اريحا 2024

اذا كانت $م(س)$ كثير حدود وكانت $(م(س)+مـ(س))' = س^2 - م(س)$

فجد قيمة $س$ التي تجعل $مـ(س) = مـ'(س)$

أ. معتصم ريحان
تابعنا على اليوتيوب
فالعيسى

الحل

$(م(س)+مـ(س))' = س^2 - م(س)$

$مـ(س)+مـ'(س) = س^2 - م(س)$

$مـ'(س)+مـ(س)+م(س) = س^2$ ... (1)

الصورة العامة للمعادلة التربيعية من الدرجة الثانية ← $م(س) = أ س^2 + ب س + جـ$

قواعد الاشتقاق

ومنها $مـ(س) = 2أ س + ب$

ومنها $مـ'(س) = 2أ$

الآن بنعوض في معادلة رقم (1)

$\underbrace{أ س^2 + ب س + جـ}_{م(س)} + \underbrace{2أ س + ب}_{مـ(س)} + \underbrace{2أ}_{مـ'(س)} = س^2$

أ. معتصم ريحان

$أ = 1$ ومنها $أ س^2 = س^2$

$ب = -2$ ومنها $ب + 2أ = 0$ ومنها $ب س + 2أ س = 0$

$جـ = 2$ ومنها $جـ + ب + 2أ = 0$ ومنها $جـ - 2 + 2 = 0$

$\therefore م(س) = أ س^2 + ب س + جـ$

$\Leftarrow م(س) = س^2 - 2س + 2$

$\Leftarrow مـ(س) = 2س - 2$

$\Leftarrow مـ'(س) = 2$

أ. معتصم ريحان
00972598709519

⊗ نريد الآن قيم $س$ التي تجعل $مـ(س) = مـ'(س)$

$2س - 2 = 2$

$2س = 4$

$س = 2$ #

ص 12

حل حصة خاصة أونلاين بسعر 200 NIS
Camscanner بـ ممسوح ضوئيا
184

ضع اختره

١) النقطة التي تقع على العلاقة $(ص-٤)^{٢} = س+٢$ التي يكون المماس عندها يوازي المستقيم $٣س+٦ص+٢=٠$ هي م

(١،١) ب (-٢،١-) ج (١،٢) د (١،٤)

بإمكانك التعويض مباشرة في العلاقة

الحل المماس يوازي هذا المستقيم $\Leftarrow ٣س+٦ص+٢=٠$

إذاً ميل المماس = ميل المستقيم = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٣}{٦} = -\frac{١}{٢}$

نشتق العلاقة المعطاة

المشتقة الأول = صفر

تطبيقات هندسية

$٢(ص-٤) \times ص' = ١$

$ص' = \frac{١}{٢ص-٨} = -\frac{١}{٢}$

$-٢ص+٨ = ٢$

$-٢ص = -٦$

$ص = ٣$

الآن نعوض بالعلاقة الأصلية لإيجاد س

$(ص-٤)^{٢} = س+٢$

$(٣-٤)^{٢} = س+٢$

$١ = س+٢$

$س = -١$

∴ النقطة $(-١،٣)$

أ. معصم رحاك

٢) النقطة التي تقع على العلاقة $أص + أس = ٣$ التي يكون المماس عندها يوازي المستقيم

$٥ = ٢س+ص$ هي م (٣،١) ب (-١،-١) ج (١،١) د (٤،١)

الحل بإمكانك التعويض مباشرة في العلاقة $أص+أس = ٣$

ونجد أن النقطة (٤،١) هما الوحيدة التي تحقق العلاقة

وماذا أردت حل تفصيلي

المماس يوازي المستقيم إذاً ميل المماس = ميل المستقيم = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{١} = -٢$

الآن نشتق العلاقة

$\frac{ص}{٢أص} + \frac{ص'}{٢أس} = ص' \Leftarrow \frac{١}{٢أس} = \frac{ص'}{٢أص} \Leftarrow ص' = \frac{-٢أص}{٢أس}$

ساوي الميلان ببعضهما

$\frac{-٢أص}{٢أس} = -٢ \Leftarrow \frac{ص}{أص} = ٢$ ربع الطرفان $\Leftarrow \frac{ص}{س} = ٤$

$ص = ٤س$

هندسة

نجرب الآن نقاط الأربعة وأي التي تحقق نضعها في العلاقة

ص 13

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

(قواعد الاشتقاق وضمني)

س/ اذا كانت $س = ٢ص^{٤} + ٣ص$ جد $\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=٢}$

الحل: عندما $س = ٢$ فإن $ص = ١$

ربع الطرفان

$س^{٢} = ص^{٤} + ٣ص$

$٢س = ٢ص ص' + ٣ص'$

عندما $س = ٢ ، ص = ١$

$٢ \times ٢ = ٢ \times ١ ص' + ٣ص'$

$٤ = ٥ ص'$

$ص' = \frac{٤}{٥}$

$٤ = ٢ص^{٣} + ٣ص$

$ص^{٣} + ٣ص - ٤ = ٠$

$(ص = ١)$ و $(ص = -٤)$

وعندما $س = ٢ \Leftarrow ص = -٤$

$٢ \times ٢ = ٢ \times -٤ \times ص' + ٣ص'$

$٤ = -٥ ص'$

$ص' = \frac{٤}{-٥}$

أ. معتصم ريحان

تابعنا على الفيس واليوتيوب

س/ اذا كان $م(س)$ يمر بالنقطة $(٢، ١)$ والمماس عند $س = ١$ يصنع زاوية ١٣٥° مع اتجاه الموجب جد: $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} \times م(٢س) - س^{٣} \times م(١)}{١ - س}$

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (ج) $-\frac{٥}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

الحل: $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} \times \left(م'(٢س) \times \frac{١}{٢}\right) + م(٢س) \times ٢س - ٣س^{٢} \times م(١)}{-١}$ نعوض مباشرة = صفر / صفر نستخدم لوبتال.

$\frac{(١)^{٢} \times \left(م'(٢) \times \frac{١}{٢}\right) + م(٢) \times ٢(١) - ٣(١)^{٢} \times م(١)}{-١}$ لوبتال

$\frac{(-١ \times \frac{١}{٢}) + ٢ \times ٢ - ٣ \times ٢}{-١}$

$\frac{-\frac{١}{٢} - ٢}{-١} = \frac{-\frac{٥}{٢}}{-١} = \frac{٥}{٢}$ #

(*) لاحظ من معطيات السؤال:

$م(١) = ٢$

$م'(١) = ظا ١٣٥ = -١$

أ. معتصم ريحان

009725987095 19

صفحتي خاصة بالمحاسبة فقط

تابعنا على الفيس واليوتيوب.

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا

س مقالي :

من نقطة على سطح أرض أفقية قذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٦٠ن - ن² حيث ف المسافة بالمتر ، ن الزمن بالثانية

كان أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم * ل متر * والمسافة بعد ثانية واحدة (ل - ١) متر وجد السرعة عندما المسافة المقطوعة ٦٣ م

الحل أقصى ارتفاع للجسم عندما ع = صفر

أقصى ارتفاع ل متر

أنيميشن

ع = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن}$ = ٦٠ - ٢ن = صفر ⇐ ن = $\frac{٦٠}{٢}$ = ٣٠ ث

⇐ ف($\frac{٦٠}{٢}$) = ٦٠($\frac{٦٠}{٢}$) - ($\frac{٦٠}{٢}$)² = ل

⇐ ل = ١٨٠٠ - ٩٠٠ = ٩٠٠ م

أ. مقصم رحال
تابعنا على اليوتيوب والفيس

⇐ ل = ٦٠ + $\frac{٦٠^٢}{٤}$ ⇐ ٤ل = ٢٤٠ + ٦٠² ⇐ ٤ل = ٢٤٠ + ٣٦٠٠ ①

⇐ ل = $\frac{٢٤٠ + ٦٠^٢}{٤}$ ⇐ ٤ل = ٢٤٠ + ٦٠² ①

* نعلم أن المسافة بعد واحد ثانية يساوي (ل - ١)

مقدار

ل - ١ = ٥٩ + ٦٠ = ٥٩ + ف(١) = ٦٠(١) - (١)² = ف(١)

ونعلم ل = ٦٠ + ٦٠ الآن نعوض عنه في ل من معادلة رقم ①

ينتج ⇐ ٤(٦٠ + ٦٠) = ٢٤٠ + ٦٠² ⇐ ٢٤٠ + ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ + ٦٠²

⇐ ٦٠² - ٤ × ٦٠ = ٠ ⇐ ٦٠(٦٠ - ٤) = ٠

⇐ ٦٠ = ٠ أو ٦٠ - ٤ = ٠

٦٠ = ٠ لا نعوض لأنه عندما تكون السرعة أقصى ارتفاع وهي لا يساوي صفر

٦٠ = ٤ أ. مقصم رحال

* المطلوب الآن هو السرعة عندما تكون المسافة المقطوعة ٦٣ متر

٦٣ = ٤ × ن - ن² + ٦٠

ن² - ٤ن + ٣ = ٠

(ن - ٣)(ن - ١) = ٠

ن = ٣ أو ن = ١

٣ ث الجسم نازل

١ ث الجسم صاعد

ف(٢) = ٤ × ٢ - ٢² + ٦٠

ف(٢) = ٦٤ متر

ن = ٢

ع = ٠

٦٤ متر

ع = ٦٠ - ٢ن

ع = ٦٠ - ٤ × ١٥ = ٣٠ م/ث

#

أ. مقصم رحال

٠٥٩٧٢٥٩٨٧٠٩٥/٩

Camscanner بـ

اذا كانة $م(س) = س\, ه(س)$ وكانة $ه^{(99)}(2) = -3$

$ه^{(100)}(2) = 3$ فجد $م^{(100)}(2)$

الحل $م(س) = \boxed{س \times ه(س) + ه(س) \times 1}$ الأول

$م'(س) = س \times ه'(س) + ه(س) \times 1 + ه'(س)$ $\Leftarrow$ $\boxed{س \times ه'(س) + 2ه'(س)}$ الثاني

$م''(س) = س \times ه''(س) + ه'(س) \times 1 + ه''(س) + ه'(س)$

$م'''(س) = س \times ه'''(س) + ه''(س) + ه''(س) + ه''(س)$

$م'''(س) = \boxed{(س \times ه'''(س)) + 3ه''(س)}$ الثالث

$م'''(س) = س \times ه'''(س) + 3ه''(س)$

$م''''(س) = \boxed{س \times ه''''(س) + 4ه'''(س)}$ الرابع

$م^{(100)}(2) = 2 \times ه^{(100)}(2) + 100 \times ه^{(99)}(2)$

$= 2 \times 3 + 100 \times -3$

$= 6 - 300 = \boxed{-294}$

المشتقات العليا

تمرين

$\boxed{م^{(100)}(س) = س \times ه^{(100)}(س) + 100\, ه^{(99)}(س)}$

استنباط من حالات الاشتقاق الأربعة الأولى ثم تطبيقها على المشتقة المئة

أ. معتصم رحال
0097259870919
تابعونا للمزيد

Camscanner ممسوح ضوئيا بـ

تمرين جـ٢ إذا علمت أن $\frac{\Delta م(س)}{\Delta س}$ في $[1 ، 1+\Delta س]$ = $\frac{جتا(\pi \Delta س)}{\sqrt{3}}$

أجد زاوية ميل القاطع لمنحنى م(س) من النقطتين $(3 ، م(3))$ ، $(2 ، م(2))$

سؤال متوسط التغير على فترتين مختلفتين

الفترة الأولى	الفترة الثانية
$[1 ، 1+\Delta س]$	$[2 ، 3]$
	$(2 ، م(2))$ ، $(3 ، م(3))$ مقطعي

متوسط التغير $= \frac{\Delta م(س)}{\Delta س} = \frac{م(1+\Delta س) - م(1)}{1+\Delta س - 1}$

$\frac{جتا(\pi \Delta س)}{\sqrt{3}} = \frac{م(1+\Delta س) - م(1)}{\Delta س}$

عندما نفوض عن $\Delta س = 1$ فإن

$\frac{جتا(\pi)}{\sqrt{3}} = م(2) - م(1)$

$\frac{-1}{\sqrt{3}} + م(1) = م(2)$ ①

وعندما نفوض عن $\Delta س = 2$ فإن

$\frac{جتا(2\pi)}{\sqrt{3}} = \frac{م(3) - م(1)}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{م(3) - م(1)}{2}$

$\frac{2}{\sqrt{3}} = م(3) - م(1)$ ②

أ. معتصم رحال

00972598709519

ميل القاطع = متوسط التغير $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$ظا\theta = \frac{م(3) - م(2)}{3 - 2}$

أ. معتصم رحال تابعني على اليوتيوب والفيس

$ظا\theta = \frac{م(3) - م(2)}{1}$

نعوض في معادلة ①

$ظا\theta = م(3) - (م(1) - \frac{1}{\sqrt{3}})$

$ظا\theta = م(3) - م(1) + \frac{1}{\sqrt{3}}$

نعوض عن $م(3) - م(1)$ من معادلة ②

$ظا\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$ظا\theta = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$ظا\theta = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

$\therefore \theta = 60°$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$ #

متوسط التغير

ص 17

CamScanner ممسوح ضوئيا بـ

متسلسلة هندسية

إذا كان $م(س) = \sum_{ر=2}^{ن} ص_ر (س-1)$ وكان $م'(1) = 108$

نجد $ن$ ؟؟

الحل / أولاً نفك مجموع المتسلسلة الموجود بالاقتران $م(س)$

$$\sum_{ر=2}^{ن} ص_ر = ص_2 + ص_3 + ص_4 + ص_5 + \dots + ص_ن$$

لاحظ أن هذه المتسلسلة هندسية لأن أي حدين منها تقسيم الذي يتلوه يساوي نفس المقدار لكل حدود المتسلسلة

$$\therefore ر = \frac{ص_3}{ص_2} = \frac{ص_4}{ص_3} = \frac{ص_5}{ص_4} = \dots \Leftarrow \boxed{ر = س}$$

أساس المتسلسلة الهندسية

$$أ = ص_2 \longrightarrow$$ هذا الحد الأول في المتسلسلة الهندسية

الآن نكتب قانون مجموع المتسلسلة الهندسية ونعوض فيه

قانون مجموع الهندسية

$$\boxed{م_ن = أ \times \left(\frac{1 - ر^ن}{1 - ر}\right)} \Leftarrow م_ن = ص_2 \times \left(\frac{1 - س^{ن-1}}{1 - س}\right)$$

عدد حدود المتسلسلة بما فيه ① وليس فيه ①

$$\therefore م(س) = \frac{ص_2 \times (1 - س^{ن-1})}{1 - س} \times (-1)$$

$$\Leftarrow م(س) = -ص_2 \times (1 - س^{ن-1}) \times \frac{1}{1 - س}$$

$$\Leftarrow م(س) = -ص_2 + ص_2 س^{ن-1} \times \frac{1}{1 - س}$$

$$\Leftarrow م(س) = -ص_2 + ص_2 س^{ن-1} \times \frac{1}{1 - س}$$

$$\Leftarrow م'(س) = -2ص_2 + ص_2 (ن-1) س^{ن-2} \times \frac{1}{1 - س}$$

$$\Leftarrow م''(س) = -2ص_2 + ص_2 (ن-1)(ن-2) س^{ن-3} \times \frac{1}{1 - س}$$

$$\Leftarrow م''(1) = -2ص_2 + ص_2 (ن-1)(ن-2)(1)^{ن-3}$$

$$108 = -2ص_2 + ص_2 (ن-1)(ن-2) \times 1$$

$$110 = ص_2 (ن-1)(ن-2)$$

$$110 = ن^2 - 3ن + 2$$

$$ن^2 - 3ن - 108 = 0$$

$$(ن+9)(ن-12) = 0$$

$ن = -9$ مرفوض لأنه عدد سالب

$ن = 12$

ص 18

أ. معتصم ريحان
00972598709519
تابعني على الفيس والبوتيوب

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

أ. معتصم ريحاني

س مقالي: (جهل)

أثبت أن $\frac{1}{ص+س} - \frac{1}{س-ص} = 1$ ؟ $\frac{ص}{س} = \frac{2ص س}{س^2+ص^2}$

ضمني

الحل

$$ص' = \frac{-1(جتا-1)}{(س-ص)^2} - \frac{-1(جتا+1)}{(ص+س)^2}$$

أ. معتصم ريحاني

نقرب بيادي

$$\frac{-جتا-1}{(ص+س)^2} = \frac{-جتا+1}{(س-ص)^2}$$

$$(-جتا-1)(س-ص)^2 = (-جتا+1)(ص+س)^2$$

$$(-جتا-1)(س^2-2س ص+ص^2) = (-جتا+1)(ص^2+2س ص+س^2)$$

$$-جتا س^2 + 2س ص جتا - ص^2 جتا - س^2 + 2س ص - ص^2 = -ص^2 جتا - 2س ص جتا - س^2 جتا + ص^2 + 2س ص جتا + س^2 جتا$$

$$-جتا س^2 - ص^2 جتا + 2س ص + ص^2 جتا + س^2 جتا = -2س ص - 2س ص$$

$$جتا(-س^2 - ص^2 - ص^2 - س^2) = -4س ص$$

$$جتا(-2س^2 - 2ص^2) = -4س ص$$

$$جتا = \frac{-4س ص}{-2(س^2+ص^2)}$$

$$\# \quad جتا = \frac{2س ص}{س^2+ص^2}$$

أ. معتصم ريحاني
تابعني على اليوتيوب والفيس
00972598709519
صفحة خاصة لإجابة الأسئلة
Zoom

ص ١٩

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

س مقالي :

إذا كانت ص = ا س + ا + س^{2} أثبت أن ا + س^{2} ص$_{س}$ = ص

الحل أولاً نربع الطرفين

ص^{2} = س + ا + س^{2} الآن نشتق الطرفين

٢ ص ص$_{س}$ = ١ + $\frac{٢س}{٢\sqrt{١+س^{2}}}$

① $\boxed{٢ص ص_{س} = ١ + \frac{س}{\sqrt{١+س^{2}}}}$

الآن نذهب إلى المعادلة المراد إثباتها ص = ص$_{س}$ ا + س^{2}

ونضرب الطرفين في ص

ص ص$_{س}$ = ص^{2} ص$_{س}$ ا + س^{2}

س + ص ص$_{س}$ ٢ ا + س^{2} = ص^{2} ص$_{س}$ ا + س^{2}

س = ص^{2} ص$_{س}$ ا + س^{2} − ص ص$_{س}$ ٢ ا + س^{2}

س = ص$_{س}$ ا + س^{2} (٢ ص ص$_{س}$ − ١)

$\frac{س}{\sqrt{١+س^{2}}}$ = ٢ ص ص$_{س}$ − ١

② $\boxed{٢ص ص_{س} = ١ + \frac{س}{\sqrt{١+س^{2}}}}$

من معادلة ① و ② تم الإثبات

أ. معتصم ريحان

تابعين على اليوتيوب والفيس

أ. معتصم ريحان

٢٠

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

حسب مقالي:

جد معادلة العمودي على المماس للعلاقة $(س + 2ص)^3 - 43 = 4س - 6ص$

عند نقطة تقاطعها مع المستقيم $6ص = 9 - 3س$ ؟

الحل: الكلام عالة تقاطع وعند نقطة التقاطع فإنه الاقتران = الاقتران

تطبيقات هندسية

من معادلة المستقيم

$6ص = 9 - 3س$

$6ص + 3س = 9$

$3(2ص + س) = 9$

$2ص + س = 3$ نعوض هذه المعادلة داخل العلاقة الأولى

$2 \times 2 + س = 3$

$س = -1$

∴ نقطة التقاطع هي $(س، ص) = (-1، 2)$

$(3)^3 - 43 = 4س - 6ص$

$-64 = 4س - 6ص$

$-16 = 4(3 - 2ص) - 6ص$

$-16 = 12 - 8ص - 6ص$

$-28 = -14ص$

$ص = 2$ نرجع نعوض لإيجاد س

نرسم العلاقة ضمنياً ثم نعوض بالنقطة $(-1، 2)$ لا يجاد ميل المماس

ومن خلال ميل المماس نجد ميل العمودي

$3(س + 2ص)^2 \times (1 + 2ص') = 4 - 6ص'$

$3(-1 + 2 \times 2)^2 \times (1 + 2ص') = 4 - 6ص'$

$27 \times (1 + 2ص') = 4 - 6ص'$

$27 + 54ص' = 4 - 6ص'$

$60ص' = -23$

$ص' = \frac{-23}{60} = -0.38$ هذا ميل المماس ومنه ميل العمودي سالب

$\frac{100}{38}$

معادلة العمودي $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 2 = \frac{100}{38}(س - (-1))$

$ص = \frac{100}{38}س + \frac{100}{38} + 2$

21

أ. معتصم ريحاني

00972598709519

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

من مقالي :

قذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج حسب العلاقة ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن²
جد أقصى ارتفاع له عن سطح الأرض علماً بأن الجسم كان على ارتفاع ١٠٠م
من سطح الأرض بعد ٧ ث وهو نازل ثم جد مجموعة قيم ن التي تجعل السرعة موجبة

الحل أقصى ارتفاع عندما ع = صفر

لكنه عن سطح البرج لأنه العلامة للبرج

ع = $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}}$ = ٣٠ - ١٠ن = صفر

أ. معصم ريحان

-١٠ن = -٣٠

ن = ٣

ف(٣) = ٣٠ × ٣ - ٥ × (٣)²

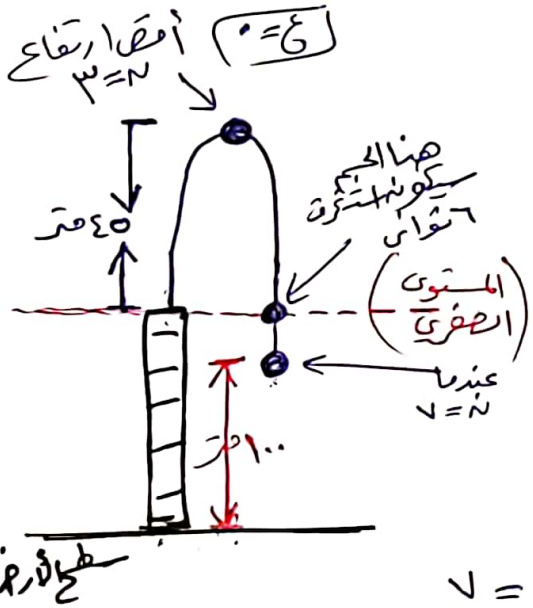
= ٩٠ - ٤٥ = ٤٥ متر

هذا أقصى ارتفاع للجسم عن سطح البرج

أقصى ارتفاع للجسم من سطح الأرض = طول البرج + ٤٥

= ١٣٥ + ٤٥

= ١٨٠ متر



عندما ن = ٧

ف(٧) = ٣٠ × ٧ - ٥ × (٧)²

= ٢١٠ - ٢٤٥ = -٣٥

إزاحة الجسم تحت المستوى الأفقي

وسنها طول البرج للأسفل

طول البرج = ١٠٠ + ٣٥ = ١٣٥ متر

ومجموعة قيم ن التي تجعل السرعة موجبة هي صفر < ن < ٣

أ. معصم ريحان

أوشل جيلك ن ∈]صفر، ٣[

أو على شكل متباينة

مثل ع > صفر

٣٠ - ١٠ن > صفر

-١٠ن > -٣٠

ن < ٣

أ. معصم ريحان

تابعنا على اليوتيوب والفيس

22

CamScanner بـ ممسوح ضوئيا

مثال

إذا كانت $ص = ٢(ع+١)^{٣} + ٢(ع-١)^{٣}$ ، $ع = ٢س$

أثبت أن $\left|\frac{دص}{دس}\right| = ٢\sqrt{٤س^{٢} + ٢ع^{٢} - ١}$

الحل

أ. معتصم ريحان

نشتق الطرفين ضمنياً بالنسبة لعين ←

$$٣ص = (ع+١)^{\frac{٣}{٢}} + (ع-١)^{\frac{٣}{٢}}$$

$$٣\frac{دص}{دع} = \frac{٣}{٢}(ع+١)^{\frac{١}{٢}} + \frac{٣}{٢}(ع-١)^{\frac{١}{٢}}$$

ضمنيات

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$$

$\frac{دع}{دس}$ ← $\times ٢$

أ. معتصم ريحان

$$\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٢}(ع+١)^{\frac{١}{٢}} + \frac{١}{٢}(ع-١)^{\frac{١}{٢}} \times ٢$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{١}{٢}\left((ع+١)^{\frac{١}{٢}} + (ع-١)^{\frac{١}{٢}}\right) \times ٢$$

ربع الطرفين ← تربيع

$$\frac{دص}{دس} = (ع+١)^{\frac{١}{٢}} + (ع-١)^{\frac{١}{٢}}$$

$(أ+ب)$ تربيع

$أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$$\left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = (ع+١) + (ع-١) + ٢(ع+١)^{\frac{١}{٢}} \times (ع-١)^{\frac{١}{٢}}$$

$$\left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = ٢ع + ٢\left((ع+١) \times (ع-١)\right)^{\frac{١}{٢}}$$

فرق بين مربعين

$$\left(\frac{دص}{دس}\right)^{٢} = ٢ع + ٢(ع^{٢}-١)^{\frac{١}{٢}}$$

الجذر للطرفين ←

نأخذ الجذر للطرفين

$$\left|\frac{دص}{دس}\right| = ٢\sqrt{٤س^{٢} + ٢ع^{٢} - ١}$$

$ع = ٢س$

أ. معتصم ريحان

00972598709519

تابعنا على اليوتيوب والفيس

لاحظ

$\sqrt{أ^{٢}} = |أ|$

$\sqrt{ع^{٢}} = |ع|$

#

ص 23

CamScanner ممسوحة ضوئيا بـ

اذا كان $٣^{س} = ٤$ ، $٤^{ص} = ١٢$ اثبت أن

① $\frac{د ص}{د س} = \frac{١ - ص}{س}$ ② $\frac{د ص}{د س} = \frac{-١}{٤^{س}}$

الحل ① $٤^{ص} = ١٢ \Leftarrow ٤^{ص} = ٣ \times ٤ \Leftarrow \frac{٤^{ص}}{٤} = ٣ \Leftarrow ٤^{ص-١} = ٣$ ①

$\Leftarrow$ بأخذ لو$_{٤}$ للطرفين $\Leftarrow (ص-١)$ لو$_{٤}$ $٤ = س$ لو$_{٤}$ $٣ \Leftarrow س(ص-١) = ١ \Leftarrow س ص - س = ١$

بالتفاضل $\Leftarrow س \times \frac{د ص}{د س} + ص - ١ = ٠$ بالتعويض $\Leftarrow س \times \frac{د ص}{د س} = ١ - ص \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{١ - ص}{س}$ #

---

② $٣^{س} = ٤$ ① $\Leftarrow$ لو$_{٣}$ $٤ = س$

$٤^{ص} = ١٢ \Leftarrow$ لو$_{٤}$ $١٢ = ص \Leftarrow ص = ٢ \times$ لو$_{٤}$ $٤ \Leftarrow ص =$ لو$_{٤}$ $٣ +$ لو$_{٤}$ ٤

$\Leftarrow ص = \frac{١}{\text{لو}_{٤}\ ٣} + ١ \Leftarrow ص = \frac{١}{س} + ١$

بالتفاضل $\frac{د ص}{د س} = \frac{-١}{س^{٢}}$ # .

تذكر: لو$_{ب}$ $ا = \frac{١}{\text{لو}_{ا}\ ب}$ لاحظ قلبه

أ. معتصم بركات

س/ اذا كان التغير في الاقتران $ص = ه(س)$ يساوي $ا س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + د$

وكان ه$'$(٢) = ٥ فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{ص}{س}$ هي

(أ) -١ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٩

الحل معطى التغير الاقتراني يعني $\Delta ص = ا س^{٣} + ب س^{٢} + ج س + د$

العشقة الأولى $\Leftarrow$ هذا متوسط التغير

$\therefore$ هذا $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = ه'(س) \Leftarrow$ هذا $\frac{٣ ا س^{٢} + ٢ ب س + ج}{١}$

$\Delta س \to ٠$

ه$'$(٢)

$\Leftarrow$ هذا $= ٣ ا + ٤ ب + ج = ٥$

$\Delta ص \to ٠$ ، $\Delta س \to ٠$ ، $ص \to ٠$ ، $س \to ٠$

نطبق نهاية الثابت على الثابت وعلى المقدار بالنسبة لـ س

وبتعويض عندما س $\to$ ② لأنه بدينا ه$'$(٢)

أ. معتصم بركات

$\lim_{س \to ٠} \frac{ص}{س} = ج = ٥$ ⑤

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

خارجي/ اذا كانت المسافة التي يقطعها جسم يتحرك في خط مستقيم بعدن ثانية منذ بدء الحركة تعطى بالقانون ف = جا(ن/٢) ، ن ∈ [٠، ٣٦] جد السرعة والتسارع عندما ف = ٠,٣٦ متر.

ف = جا(ن/٢)

ع = ف' = ٢(جا(ن/٢)) × (جتا(ن/٢)) × (١/٢)

ع|ن=٣٦ = ٢(جا٣٦) × (جتا٣٦) × ١/٢

ع|ن=٣٦ = ٢ × ٠,٥٨ × ٠,٨ × ١/٢

ع|ن=٣٦ = ٠,٤٨ م/ث

ت = ع' = جا(ن/٢) × جتا(ن/٢)

ت|ن=٣٦ = جا(٣٦) × -١/٢ جا(ن/٢) + جتا(ن/٢) × ١/٢ جتا(ن/٢)

= ٠,٥ × -١/٢ × ٠,٥ + ٠,٨ × ١/٢ × ٠,٨

= -٠,١٨ + ٠,٣٢ = ٠,١٤ م/ث²

عندما ف = ٠,٣٦ م

٠,٣٦ = جا(ن/٢)

±√٠,٣٦ = جا(ن/٢)

± ٦/١٠ = جا(ن/٢)

٣٦,٨٧ = ن/٢

ن = ٧٣,٧٤

الساب مرفوض حسب الفترة المعطاة في السؤال [٠، ٣٦]

أ- معتمد

#

25

سؤال أ) تحرك جسم حسب العلاقة $ف = أ + ب$ وكان المسافع يساوي ٨ م/ث، فجد معادلة التابع ق الموجبة:

$$ف = \frac{1}{ق^2} \quad ع = ق \times ف = \frac{ف}{ق^2}$$

$$ت = \frac{1}{ق^2} \quad ت = ق \times ع = \frac{ع}{ق^2}$$

$$٨ = \frac{1}{ق^2} \quad ت = ق \times ت = \frac{ت}{ق^2}$$

$$ق^2 = \frac{1}{١٦} \quad ت = ق \times ت = \frac{ت}{ق^2}$$

$$ق = \frac{1}{٤} \Leftarrow ق = \frac{1}{١٦} \quad ت = \frac{1}{ق^2} \Leftarrow ت = ق \times ت$$

أ) $\frac{1}{١٦}$
ب) $\frac{1}{٨}$
ج) $\frac{1}{٤}$
د) $\frac{1}{٢}$

أ. مقصم رحال

سؤال ٢٠١٦ الكلل

اذا كانت $ص = ١ - جا س$ اثبت ان $\frac{د}{د س}\left(\frac{جتا س}{ص}\right) = \frac{1}{ص}$

الحل

$ص ≠ ٠$ حيث

$ص = ١ - جا س$

$ص - ١ = - جا س$

$(ص - ١)^2 = جا^2 س$

$ص ص = - جتا س$

الطرف الأيسر

$$\frac{ص \times - جا س - جتا س \times ص ص}{ص^4}$$

$$\frac{ص \times - جا س - جتا س \times - جتا س}{ص^3}$$

$$\frac{ص \times - جا س - جتا^2 س}{ص^3}$$

$$\frac{ص \times - جا س - (ص - ١)}{ص^3}$$

$$\frac{ص - ص^2 جا س - ص + ١}{ص^3}$$

$$\frac{ص - ص + ١ - ص^2 جا س}{ص^3}$$

$$\frac{١ - ص^2 جا س}{ص^3}$$

$$\frac{١ - ص^2 (١ - ص)}{ص^3}$$

$$\frac{١ - ص^2 + ص^3}{ص^3}$$

$$\frac{ص^3 - ص^2 + ١}{ص^3}$$

$$\frac{ص^3 - ص + ص - ص^2 + ١}{ص^3}$$

$$\frac{ص^3 - ص + ١ - (ص^2 - ٢ص + ١)}{ص^3}$$

$$\frac{ص^3 - ص + ١ - ص^2 + ٢ص - ١}{ص^3}$$

$$\frac{ص^3 - ص^2 + ص}{ص^3}$$

$$\frac{ص}{ص^3} = \frac{1}{ص^2}$$

الطرف الأيسر = الطرف الأيمن

أ. مقصم رحال
٠٠٩٧٢٥٩٨٧٠٩٥١٩
حصص خاصة أونلاين على Zoom
(تابعني) اليوتيوب والفيس

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

أ. معتصم ريحان

إذا كانت $\frac{م(س)}{س+2} = (س^2+4)(2-س)$ ، $س \neq -2$ فجد قـ(س)

(أ) $16س^2$ (ب) $-16س^3$ (ج) $4س^2$ (د) $-4س^3$

الحل $م(س) = (س^2+4)(2-س)(2+س)$

$م(س) = (س^2+4) \times -(س-2) \times (س+2)$

$م(س) = (س^2+4) \times -(س^2-4)$

$م(س) = -(س^4-16)$

$قـ(س) = -4س^3$

استخدمنا متطابقة فرق بين مربعين $أ^2-ب^2 = (أ-ب)(أ+ب)$

أ. معتصم ريحان

إذا كانت $ل = س^3 - 4س + 3$ ، $س = 3ص^2 + 6$ فإن $\frac{دل}{دص}$ عندما $ص = -1$

(أ) 1 (ب) 2 (ج) $\frac{1}{3}$ (د) -2

أ. معتصم ريحان

المطلوب $\frac{دل}{دص} = \frac{دل}{دس} \times \frac{دس}{دص}$

$\frac{دل}{دس} = 3س^2 - 4$

$س^2 = 3ص^2 + 6$

$2س = 6ص \frac{دص}{دس}$

$\frac{دل}{دص} = (3س^2 - 4) \times \frac{3ص^2}{س}$

$\frac{س}{3ص^2} = \frac{دص}{دس}$

$\frac{دل}{دص} = (3 \times 2^2 - 4) \times \frac{3 \times 1^2}{3}$

$= 8$ (2)

$\frac{3ص^2}{س} = \frac{دس}{دص}$

أ. معتصم ريحان

تابعني على الفيس واليوتيوب

00972598709519

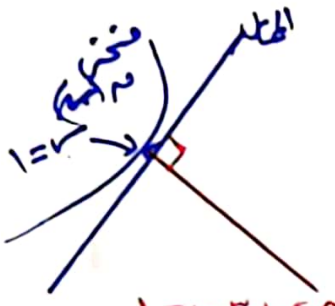
عندما $ص = 1$ فإن $س = 3(1)^2 + 6$

$س = 9$

(3)

Scanned with CamScanner

إذا كانت المستقيم $ص + ٣س = ١$ عمودياً على مماس منحنى $م(س)$ عند $س = ١$



ميل العمودي $= \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = -٣$ ومنها ميل المماس $= \frac{١}{٣}$

$م'(١) = ٣ \times م'(١)$ المطلوب

$= ٣ \times \frac{١}{٣}$

$= ١$ #

لإيجاد محيني ص

$ص + ٣ \times ١ = ١$

$ص = -٢$

$م(١) = -٢$

أ. مقصم ريحاني تابعنا على اليوتيوب والفيس

إذا كانت $م(س) + ق(س) = ٢س^٤ - ٣س$ فجد $ق'(١)$

الحل

$م(س) = أ س^٤ + ب س + ج$

$ق(س) = ٢أ س + ب$

$ق'(س) = ٢أ$

$أ س^٤ + ب س + ج + ٢أ س + ب = ٢س^٤ - ٣س$ المطلوب

ومنها $أ س^٤ = ٢س^٤ \Leftarrow أ = ٢$

$(ب + ٢أ)س = -٣س \Leftarrow ب + ٢أ = -٣ \Leftarrow ب = -٧$

$ج + ب = ٠ \Leftarrow ج - ٧ = ٠ \Leftarrow ج = ٧$

$\therefore م(س) = ٢س^٤ - ٧س + ٧$

لو طلب أ، ب، ج

$ق'(س) = ٤ \Leftarrow ق'(١) = ٤$ #

أ. مقصم ريحاني
00972598709519

أ. مقصم ريحاني
تابعنا على اليوتيوب والفيس

28

Camscanner بـ ممسوح ضوئيا

س اختر :

ص = ظا $\left(\frac{\pi}{س}\right)$ + جتا^{2} (π س) فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س تساوي ١ هي

أ) π ٢ ب) $-\pi$ ج) $-\frac{1}{\pi}$ د) $\frac{1}{\pi}$

الحل $\frac{د ص}{د س}$ = قا^{2} $\left(\frac{\pi}{س}\right) \times \frac{-\pi}{س^{2}}$ + ٢ جتا (π س) × - جا (π س) × π

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$ = قا^{2} (π) × $-\pi$ + ٢ جتا (π) × - جا (π) × π

= ١ × $-\pi$ + ٢ × -١ × ٠ = π × ٠ = $-\pi$ #

أ. معتصم رحال

ص

إذا كانت م (س) = جا^{2}س × ظا^{2}س فما صح قـ (س)

أ) ٤ جتا^{2}س ب) ٨ جتا^{4}س قا^{2}س

ج) -٤ جتا^{4}س د) ٤ جا^{4}س

أ. معتصم رحال

الحل رتب أولاً م (س) = ٢ جا^{2}س جتا^{2}س × $\frac{جا^{2}س}{جتا^{2}س}$

رتب ⟸ م (س) = ٢ (جا^{2}س)

الآن نشتق ⟸ قـ (س) = ٤ (جا^{2}س) × (جتا^{2}س × ٢)

قـ (س) = ٤ × ٢ جا^{2}س × جتا^{2}س

قـ (س) = ٤ × جا^{4}س

تطابق

صح

أتذكر المتطابقات

جا^{2}س = ٢ جاس جتاس

وهكذا ⟸ جا^{4}س = ٢ جا^{2}س جتا^{2}س

جا^{8}س = ٢ جا^{4}س جتا^{4}س

جا^{16}س = ٢ جا^{8}س جتا^{8}س

أ. معتصم رحال

تابعنا على اليوتيوب والفيس

بصص خاصة أونلاين

CamScanner بـ ضوئيا

س مقالي :

م) إذا كان ه(س) = $\frac{ك}{س}$ + جـ حيث س ∈ [أ، ب] ، أ، ب ≠ ٠ ، ك، جـ ∈ ح ، أثبت أن متوسط تغير الإقتران ه(س) في الفترة [أ، ب] يساوي $\frac{-ك}{أب}$ ؟

الحل / متوسط التغير = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

أ. مقصم ريحان

متوسط التغير = $\frac{م(ب) - م(أ)}{ب - أ}$ = $\frac{\left(جـ + \frac{ك}{ب}\right) - \left(جـ + \frac{ك}{أ}\right)}{ب - أ}$

$\Leftarrow$ $\frac{\frac{ك}{ب} + جـ - \frac{ك}{أ} - جـ}{ب - أ}$ $\Leftarrow$ $\frac{\frac{أك - ب ك}{أب}}{ب - أ}$

$\Leftarrow$ $\frac{ك(أ - ب)}{أب} \times \frac{1}{(أ - ب)}$ = $\frac{-ك}{أب}$ #

متوسط التغير

أ. مقصم ريحان
00972598709519

أ. مقصم بسام ريحان 00972598709519 واتس

تابعني على اليوتيوب والفيس وجروبات الواتس ضروري جدا

حصص أون لاين مميزة إلكترونيا على الزووم

اعتمد على هذا التلخيص وبإذن الله ستكون علامتك في الإمتياز full mark

تابع على الفيسبوك جروب توجيهي علمي العلمي

30

CamScanner بـ ممسوحة ضوئيا

س) إذا كان $س^2 + ص^2 = 2ص$ أثبت أن $ص'' = \frac{1}{(1-ص)^3}$

الحل: نشتق الطرفين

$2س + 2ص ص' = 2ص'$

بعدما نحل المثال نشتق كمان مرة

$س + ص ص' = ص'$ ⟸ وبنها $ص' - ص ص' = س$ ⟸ $ص' = \frac{س}{1-ص}$

$1 + ص \times ص'' + ص' \times ص' = ص''$

$ص'' - ص ص'' = 1 + (ص')^2$

$ص'' (1-ص) = 1 + (ص')^2$ ⟸ $ص'' (1-ص) = 1 + \frac{س^2}{(1-ص)^2}$

⟸ $ص'' = \frac{(1-ص)^2 + س^2}{(1-ص)^2 (1-ص)}$ ⟸ $ص'' = \frac{(1-ص)^2 + س^2}{3(1-ص)}$

محلل هنا السؤال $2ص$

⟸ $\frac{1 - 2ص + ص^2 + س^2}{3(1-ص)}$ ⟸ $\frac{1 - 2ص + 2ص}{3(1-ص)}$ ⟸ $\frac{1}{3(1-ص)}$ #

أ. معتصم ريحان

أ. معتصم بسام ريحان

تابعنا على الفيس واليوتيوب ومجموعات الواتس المهمة

أي خدمة رياضيات بتعتلك كل الروابط المهمة

00972 598 709 519

ما تنسونا من دعواتكم

رسالتكم الدعاء للأموات وأموات المسلمين جميعاً.

* عندي فيديوهات مسجلة لشرح هذا التلخيص بالكامل.
شرح مميز جداً وتفصيلي واذا بدك رياضيات واتس بتعتلك فيديوهاتي تتفرج عليهم وتحكم بنفسك.
* الفيديوهات بنفس ترتيب التلخيص.
* السعر رمزي.
* واذا حابب تنضم للدروس الخصوصية أونلاين لانه مباشر رياضيات واتس

أ. معتصم ريحان

ص 31

Camscanner بـ ممسوحة ضوئيا