أسئلة محلولة على متوسط التغير

① ت٢٠٠٧: اذا كان $f(x) = x^3$ جد قيمة متوسط التغير عندما تتغير x من (-1) إلى (3)

الحل: م.ت $= \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{3^3 - (-1)^3}{4} = \frac{9 - (-1)}{4} = \frac{\Delta}{4} =$ (٥)

② ت٢٠٠٩ الثاني: اذا كان متوسط تغير الاقتران $f(x)$ عندما $x_1 = 1$ و $x_2 = 3$ يساوي (٤) وكان $f(3) = 8$ جد $f(1)$ ؟

الحل: م.ت $= \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} \Leftarrow 4 = \frac{8 - f(1)}{2}$ بالضرب البتادلي

$\Leftarrow 8 = 8 - f(1) \Leftarrow 0 = -f(1) \Leftarrow f(1) =$ صفر

③ ت٢٠٠٨: اذا كان $f(x) = x + [x]$ ، جد قيمة متوسط التغير في $[1\frac{1}{2}, 6]$

الحل: م.ت $= \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{(1 + [1]) - (\frac{1}{2} + [\frac{1}{2}])}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{(1+1) - (\frac{1}{2} + 0)}{\frac{1}{2}} = (2 - \frac{1}{2}) \times \frac{2}{1} = \frac{3}{2} \times 2 =$ (٣)

④ ت٢٠١٠ الثاني: اذا كان متوسط تغير الاقتران $f(x)$ في $[1, 16]$ يساوي (٩) فجد متوسط تغير الاقتران $f(x^2)$ في الفترة $[1, 4]$

الحل: نستفيد من المعطيات $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ في $[1, 16] = 9 \Leftarrow \frac{f(16) - f(1)}{16 - 1} = 9$

$\Leftarrow \frac{f(16) - f(1)}{15} = 9$ بالضرب البتادلي $\Leftarrow \boxed{f(16) - f(1) = 135}$ ①

الآن $\frac{\Delta f(x^2)}{\Delta x}$ في $[1, 4] = \frac{f(4^2) - f(1^2)}{4 - 1} = \frac{f(16) - f(1)}{3}$

من ① $\Leftarrow$ م.ت $= \frac{135}{3} =$ (٤٥)

⑤ ت٢٠١٦: اذا كان $f(x)$ اقترانا بحيث $f(3) = f(5) + 2p$ وكان متوسط تغير $f(x)$ في الفترة $[3, 5]$ يساوي (١٠) ، جد قيمة الثابت p ؟

الحل: م.ت $= \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} \Leftarrow 10 = \frac{f(5) - (f(5) + p)}{2}$

بالضرب البتادلي $\Leftarrow 20 = f(5) - f(5) - p$

$\Leftarrow 20 = -p \Leftarrow \boxed{p = -20}$

⑥ ص ٢٠١٦ اذا كان ق(س) = ٢ س^٣ معرفاً على [١ ، ب] وكان متوسط تغير ق(س) في تلك الفترة يساوي (-٣) ، جد قيمة ب ؟

الحل :- م.ت = $\frac{ق(ب) - ق(١)}{ب - ١}$ ⇐ $-٣ = \frac{(٢ - ب^٣) - (٢ - ١^٣)}{ب - ١}$

⇐ $-٣(ب - ١) = ٢ - ب^٣ - (٢ - ١)$

⇐ $ب^٣ - ٣ب + ٢ = ٠$ ⇐ $ب^٣ - ١ - ٣ب + ٣ = ٠$

$(ب - ١)(ب - ٢)(ب - ١) = ٠$ ⇐ اما ب = ٢ أو ب = ١

بما ب > ١ لان بداية الفترة ⇐ **ب = ٢**

أو ب = ١ مرفوضة لانها تجعل الطول = ٠

⑦ ص ٢٠١٧ :- اذا علمت أن متوسط التغير للاقتران ق(س) في [٢ ، ١٧] يساوي (٩) فإن متوسط تغير الاقتران هـ(س) = ق(٣س + ١) في [١ ، ٤] يساوي

الحل :- من المعطيات $\frac{ق(١٧) - ق(٢)}{١٧ - ٢} = ٩$ ⇐ $\frac{ق(١٧) - ق(٢)}{١٥} = ٩$

بالضرب التبادلي ⇐ **ق(١٧) - ق(٢) = ١٣٥** ——— ①

الآن م.ت لـ هـ(س) = $\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١} = \frac{ق(٣×٤ + ١) - ق(٣×١ + ١)}{٣}$

$= \frac{ق(١٧) - ق(٤)}{٣} = \frac{١٣٥}{٣} =$ **(٤٥)**

⑧ ص ٢٠١٨ دورتان اذا كان م.ت الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س = ١ الى س = ٩ هو (٥) و وجد م.ت الاقتران ل(س) = ق(٥س + ٥) في [-٢ ، ٣]

الحل :- م.ت ق(س) = $\frac{ق(٩) - ق(١)}{٩ - ١} = ٥$ ⇐ $\frac{ق(٩) - ق(١)}{٨}$

بالضرب التبادلي ⇐ **ق(٩) - ق(١) = ٤٠** ——— ①

الآن م.ت لـ ل(س) = $\frac{\Delta ل}{\Delta س} = \frac{ل(٣) - ل(-٢)}{٣ - (-٢)} = \frac{ق(٥×٣ + ٥) - ق(٥×(-٢) + ٥)}{٤}$

$= \frac{ق(٢٠) - ق(-٥)}{٤} = \frac{٤(ق(٩) - ق(١))}{٤}$ من ①

م.ت = $\frac{٤٠ \times ٤}{٤} =$ **(٤٠)**

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

⑨ س١٠: اذا كان م.ت ق(س) = س² - ٥ في الفترة [١، ٢م+١] يساوي ٩ جد قيمة الثابت م؟

الحل: م.ت = $\frac{ق(م+١) - ق(١)}{م+١-١} = \frac{((م+١)^{٢} - ٥) - (١^{٢} - ٥)}{م}$

$\Leftarrow ٩ = \frac{م^{٢}+٢م+١-٥+٤}{م} \Leftarrow ٩ = \frac{م^{٢}+٢م}{م} \Leftarrow ٩ = \frac{م(م+٢)}{م}$

$\Leftarrow ٩ = م+٢ \Leftarrow$ **م = ٧**

⑩ س١٠: اذا كان م.ت ق(س) في [١، ٣] يساوي (٤) وكان م.ت ق(س) في [٣، ٧] يساوي (-٥) وجد م.ت ق(س) في [١، ٧]

الحل:- المعطيات $\Leftarrow \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣-١} = ٤ \Leftarrow ق(٣) - ق(١) = ٨$ ← ٤

$\Leftarrow$ **ق(٣) - ق(١) = ٨** ... ①

أيضاً $\frac{ق(٧) - ق(٣)}{٧-٣} = -٥ \Leftarrow ق(٧) - ق(٣) = -٢٠$ ← ٤

$\Leftarrow$ **ق(٧) - ق(٣) = -٢٠** ... ②

بجمع ① مع ② $\Leftarrow$ ق(٧) - ق(١) = -١٢ ... ③

الآن م.ت في [١، ٧] $= \frac{ق(٧) - ق(١)}{٧-١} = \frac{-١٢}{٦} =$ **-٢** ج

⑪ س١٠: اذا قطع المستقيم ل صفر الاقتران ق(س) في النقطتين (٠، ق(٠)) و (π، ق(π)) لما ضيا زاوية ميل المستقيم ل علماً بان التغير في الاقتران ق(س) في [٠، π] يساوي (-π)؟

الحل:- نتجه الى الخط وهو التغير في الاقتران وليس م.ت $\Leftarrow \Delta ق = -\pi$

$\Leftarrow ق(\pi) - ق(٠) = -\pi$

نعلم أن ظا θ = $\frac{\Delta ق}{\Delta س} \Leftarrow$ ظا θ = $\frac{-\pi}{\pi - ٠} = \frac{-\pi}{\pi} =$ **-١** ج

$\Leftarrow$ زاوية الميل المستقيم = $١٣٥^{\circ} = \frac{٣\pi}{٤}$ راديان

(١٢) ن ٢٠١٩ دورة ثاني: إذا كان $هـ(س) = س\ لـ(س)$ ، وكان متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[-١، ٣]$ يساوي (-٢) ، و $لـ(٣) = -٣$ ، جد قيمة $لـ(-١)$

الحل: م.ت $هـ(س) = \frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٣ - (-١)} = -٢ \Leftarrow \frac{٣لـ(٣) - (-١)لـ(-١)}{٤}$

$\Leftarrow -٨ = ٣لـ(٣) + لـ(-١)$

$\Leftarrow -٨ = ٣ \times -٣ + لـ(-١)$

$\Leftarrow -٨ = -٩ + لـ(-١) \Leftarrow لـ(-١) = ١$

(١٣) ن ٢٠١٩ دورة أولى: إذا كان م.ت الاقتران $هـ(س) = س + لو_{هـ} س^{ن}$ ، $س > ٠$ ، عندما تتغير $س$ من $س_١ = ١$ إلى $س_٢ = هـ$ يساوي $٢ - هـ$ ، جد قيمة $ن$

الحل: م.ت $= \frac{هـ(هـ) - هـ(١)}{هـ - ١} = \frac{(هـ + لو_{هـ} هـ^{ن}) - (١ + لو_{هـ} ١^{ن})}{هـ - ١}$

$\frac{٢ - هـ}{١ - هـ} = \frac{(هـ + ن) - (١ + ٠)}{هـ - ١} \Leftarrow \frac{(٢ - هـ) +}{(١ - هـ) +} = \frac{هـ - ن + ١}{هـ - ١}$

$\Leftarrow \frac{٢ - هـ}{١ - هـ} = \frac{هـ - ن + ١}{هـ - ١} \Leftarrow هـ - ٢ = هـ - ن + ١$

$\Leftarrow ن = ١ + هـ - ٢ - هـ$

$\Leftarrow ن = -١$

(١٤) ن ٢٠١٩ دورة ثاني: إذا كان م.ت الاقتران $هـ(س) = ٣س^{٢} - ٢س$ ، $س$ في الفترة $[٢، ٢ب]$ يساوي ١٦ ، $ب > ٠$ ، جد قيمة $ب$ ؟

الحل: م.ت $= \frac{\Delta هـ}{\Delta س} \Leftarrow ١٦ = \frac{هـ(٢ب) - هـ(٢)}{٢ب - ٢}$

$\Leftarrow ١٦ = \frac{(٣(٢ب)^{٢} - ٢(٢ب)) - (٣(٢)^{٢} - ٢(٢))}{ب}$

$\Leftarrow ١٦ = \frac{١٢ب^{٢} - ٤ب + ٢ب^{٢} - ٣ب - ٢}{ب} \Leftarrow \frac{١٤ب^{٢} - ٩ب - ٢}{ب} = ١٦$

$\Leftarrow \frac{(٢ب - ٢)(٧ب + ١)}{ب} = ١٦ \Leftarrow ١٤ب - ٢ = ١٦$

$\Leftarrow ١٨ = ٩ب \Leftarrow ب = ٢$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

(15) س: اذا كان المستقيم ل يقاطع لمنحنى الاقتران ق(س) في النقطتين (1، ق(1)) (3، 5)، ويصنع زاوية قياسها 120° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، أجب م.ت للاقتران هـ(س) = $\frac{2}{ق(س)}$ في الفترة [1، 3]

الحل: ميل المماسات: (3، 5) تقع على المنحنى ⇐ ق(3) = 5

ميل القاطع = ظا 120° = −1

ميل القاطع = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⇐ $\frac{ق(2) - ق(1)}{2 - 1}$ = −1 ⇐ $\frac{ق(2) - ق(1)}{2}$ = −1

بالتعويض البياني ⇐ ق(1) − 5 = −2 ⇐ ق(1) = 7

الآن م.ت هـ(س) = $\frac{هـ(2) - هـ(1)}{2 - 1}$ = $\frac{ق(3) - ق(1)}{3}$

= $\frac{\frac{5}{7\times5} - \frac{7}{7\times5}}{2}$ = $\frac{\frac{1}{35} - \frac{4}{35}}{2}$ = $\frac{4}{35} \times \frac{1}{2}$ = $\frac{2}{35}$

(16) س: اذا كان م.ت للاقتران ق(س) = $\sqrt{4ب+1}$ في [0، ب] يساوي (1) حيث ب ثابت، جد قيمة الثابت ب؟

الحل: م.ت = $\frac{ق(ب) - ق(0)}{ب - 0}$ ⇐ 1 = $\frac{\sqrt{4ب+1} - \sqrt{0+1}}{ب}$

⇐ ب = $\sqrt{4ب+1}$ − 1 كل معادلة تحوي جذر يجب تحليل الجذر لأحد الطرفين لوحده

⇐ ب + 1 = $\sqrt{4ب+1}$ نربع الطرفين

⇐ $ب^2$ + 2ب + 1 = 4ب + 1 ⇐ $ب^2$ − 2ب = 0

⇐ ب(ب − 2) = 0 ⇐ ب = 0 أو ب = 2

نهمل ب = 0 لأنه بداية الفترة ⇐ (ب = 2)

(17) س: اذا كان م.ت ق(س) على [−2، 2] يساوي (5)، جد م.ت الاقتران هـ(س) = 3ق(س) − 2س في [−2، 2]؟

الحل: من المعطيات م.ت ق(س) = $\frac{ق(2) - ق(-2)}{2 - (-2)}$ = $\frac{ق(2) - ق(-2)}{4}$ = 5

⇐ ق(2) − ق(−2) = 20 ⟵ (1)

الآن م.ت لـ هـ(س) = $\frac{\Delta هـ}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(2) - هـ(-2)}{2 - (-2)}$ = $\frac{(3ق(2) - 2(2)) - (3ق(-2) - 2(-2))}{4}$

= $\frac{3ق(2) - 4 - 3ق(-2) - 4}{4}$ = $\frac{3(ق(2) - ق(-2)) - 8}{4}$ = $\frac{3\times20 - 8}{4}$

= $\frac{60 - 8}{4}$ = $\frac{52}{4}$ = 13

(١٨) ص ٢٠١٩ اذا كان س لـ(س) = ق(س) + ٢ س ، وكان م.ت الاقتران ق(س) عندما تتغير س من ١ إلى ١+هـ تساوي هـ٢ + ٢هـ ، ق(١) = ١ ، جد م.ت الاقتران لـ(س) عندما تتغير س من ١ إلى ١+هـ ؟

الحل:- من معطيات السؤال $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{١+هـ-١}$

$\Leftarrow هـ^٢ + ٢هـ = \frac{ق(١+هـ) - ١}{هـ} \Leftarrow هـ^٢ + ٢هـ = ق(١+هـ) - ١$

$\Leftarrow هـ^٣ + ٢هـ^٢ + ١ = ق(١+هـ)$

الآن س لـ(س) = ق(س) + ٢ $\Leftarrow$ لـ(س) = $\frac{ق(س) + ٢س}{س}$

$\frac{\Delta ل}{\Delta س} = \frac{ل(١+هـ) - ل(١)}{١+هـ-١} = \frac{\frac{ق(١+هـ)+٢}{١+هـ} - \frac{ق(١)+٢}{١}}{هـ}$

$= \frac{\frac{هـ^٣+٢هـ^٢+١+٢}{١+هـ} - \frac{٣}{١}}{هـ}$ نوحد مقامات البسط

$= \frac{هـ^٣+٢هـ^٢+٣ - ٣(١+هـ)}{هـ(١+هـ)} = \frac{هـ^٣+٢هـ^٢+٣-٣-٣هـ}{هـ(١+هـ)}$

$= \frac{هـ(هـ^٢+٢هـ-٣)}{هـ(١+هـ)} = \frac{هـ^٢+٢هـ-٣}{هـ+١}$

(١٩) ص ٢٠١٩ اذا كان ق(س) × هـ(س) = ١ ، وكان كلاً من الاقترانين ق ، هـ > ٠ ∀ س > ٠ ، وكان ق(٥) = ٣٢ ، ق(أ+ب) = ق(أ) × ق(ب) ، جد م.ت الاقتران هـ(س) ، ثم جد قيمة ق(س) عندما س = $\frac{١}{٣}$

الحل:- م.ت ق = $\frac{١٤}{٣} \Leftarrow \frac{١٤}{٣} = \frac{ق(٤)-ق(١)}{٤-١} \Leftarrow \frac{١٤}{٣} = \frac{ق(٤)-ق(١)}{٣}$

$\Leftarrow ١٤ = ق(٤) - ق(١)$ ①

الآن ق(س) × هـ(س) = ١ $\Leftarrow$ هـ(س) = $\frac{١}{ق(س)}$ لا = ٠ عكس المقلوب عليه

$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٤)-هـ(١)}{٤-١} = \frac{\frac{١}{ق(٤)} - \frac{١}{ق(١)}}{٣} = \frac{ق(١)-ق(٤)}{ق(١)ق(٤)} \times \frac{١}{٣}$

$= -\frac{(ق(٤)-ق(١))}{ق(٥)} \times \frac{١}{٣}$ $\Leftarrow$ لأن ق(أ+ب) = ق(أ) × ق(ب)

$= \frac{١٤}{٣٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{٧}{١٦} \times \frac{١}{٣} = -\frac{٧}{٤٨}$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

(٢٠) ق: إذا كان $f(4) = f(1)$ ، f هو العدد النسبي ، فما متوسط التغير في الاقتران $g(s) = \log_f(s)$ في الفترة $[1, 4]$

الحل: م.ت $g(s) = \frac{\Delta g}{\Delta s} = \frac{g(4) - g(1)}{4 - 1} = \frac{\log_f(4) - \log_f(1)}{3}$

$= \frac{\log_f(f(1)) - \log_f(f(1))}{3} = \frac{\log_f f + \log_f f(1) - \log_f f(1)}{3} = \frac{1}{3}$

(٢١) ق: إذا كان $h(s) = (f(s) + s)^2$ وكان م.ت $f(s)$ في $[2, 5]$ يساوي ٣ وم.ت $h(s)$ في نفس الفترة يساوي (٤٠) ، جد قيمة $f(5) + f(2)$ ؟

الحل: من المعطيات $\frac{\Delta f}{\Delta s} = 3 \Leftarrow \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = 3$

$\Leftarrow \boxed{f(5) - f(2) = 9} \Leftarrow f(5) = 9 + f(2) \quad \cdots (1)$

وكذلك $\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{h(5) - h(2)}{5 - 2} = 40 \Leftarrow \frac{(f(5) + 5)^2 - (f(2) + 2)^2}{3} = 40$

$\Leftarrow \frac{(9 + f(2) + 5)^2 - (f(2) + 2)^2}{3} = 40$

نحلل الفرق بين مربعين $(f(2) + 14)^2 - (f(2) + 2)^2 = 120$

$(f(2) + 14 + f(2) + 2)(f(2) + 14 - f(2) - 2) = 120$

$(2f(2) + 16)(12) = 120$ نقسم $\div 24$

$2f(2) + 16 = 10$

$2f(2) = -6 \Leftarrow \boxed{f(2) = -3}$

بالتعويض في (1) $\Leftarrow f(5) = 9 + f(2)$

$= 9 + -3 = 6$

$\therefore f(5) + f(2) = 6 + -3 = 3$

(٢٢) اذا كان م.ت في الاقتران $f(s) = s^3 + s - 1$ يساوي (٤) عندما تتغير s من s_1 و $\Delta s = 1$ ، فما قيمة s_1 ؟

الحل: $\Delta s = s_2 - s_1 \Leftarrow 1 = s_2 - s_1 \Leftarrow s_2 = s_1 + 1$

م.ت $= \frac{f(s_2) - f(s_1)}{1} \Leftarrow 4 = f(s_1 + 1) - f(s_1)$

$\Leftarrow 4 = 3(s_1+1)^2 + (s_1+1) - 1 - (s_1^3 + s_1 - 1)$

$4 = 3(s_1^2 + 2s_1 + 1) + s_1 + 1 - 1 - s_1^3 - s_1 + 1$

$4 = 3s_1^2 + 6s_1 + 3 + s_1 - s_1^3 - s_1 + 1$

$4 = 3s_1^2 + 6s_1 + 4 \Leftarrow 3s_1^2 + 6s_1 = 0 \Leftarrow s_1 = 0$ أو $s_1 = -2$

(٢٣) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $f(s)$ في $[-1, 3]$ يساوي ٤ وكان $f(3) + f(-1) = 1$ وكان م.ت للاقتران $g(s)$ في $[-1, 3]$ يساوي (٥) وكان $g(3) + g(-1) = 2$ ، فما م.ت للاقتران $l(s) = f(s) - g(s)$ في $[-1, 3]$

الحل: م.ت $f(s) = \frac{\Delta f}{\Delta s} = \frac{f(3) - f(-1)}{3 + 1} \Leftarrow 4 = \frac{f(3) - f(1)}{4}$

$\Leftarrow 16 = f(3) - f(1)$ ... ①

م.ت $g(s) = \frac{\Delta g}{\Delta s} = \frac{g(3) - g(-1)}{3 + 1} \Leftarrow 5 = \frac{g(3) - g(-1)}{4}$

$\Leftarrow 20 = g(3) - g(-1)$ ... ②

الآن م.ت لـ $l(s) = \frac{\Delta l}{\Delta s} = \frac{l(3) - l(-1)}{3 - -1}$

$= \frac{(f(3) - g(3)) - (f(-1) - g(-1))}{4}$

$= \frac{f(3) - f(-1) + g(-1) - g(3)}{4}$ نعوض بالحل كفرق بين مربعين

$= \frac{(f(2) - f(-1))(f(3) + f(-1)) + (g(-1) - g(3))(g(+1) + g(3))}{4}$

من ① و ② وبقية معطيات السؤال

$= \frac{16 \times 1 + -20 \times 2}{4} = \frac{16 - 40}{4} = \frac{-24}{4} = -6$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

(٤٤) اذا كان ق(س) = ٢هـ(س) - $\frac{م}{ك}$ س^٣ حيث م ثابت في ق(س) في [١، ٣] يساوي (٦) ومقدار التغير في هـ(س) في [١، ٣] يساوي (٤) فجد قيمة م ؟

الحل: م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س}$ ⇐ ٦ = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$ ⇐ ٦ = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٢}$

⇐ ١٢ = ق(٣) - ق(١) ـــــ ①

نتنبه الى ان المعطى هو مقدار التغير في هـ(س) ⇐

$\Delta هـ$ = هـ(٣) - هـ(١)

٤ = هـ(٣) - هـ(١) ـــــ ②

من ① ⇐ ١٢ = (٢هـ(٣) - $\frac{م}{٣}$) - (٢هـ(١) - $\frac{م}{٣}$)

١٢ = ٢هـ(٣) - $\frac{م}{٣}$ - ٢هـ(١) + $\frac{م}{٣}$

من ② ⇐ ١٢ = ٢(هـ(٣) - هـ(١)) - $\frac{م}{٣}$ + م

١٢ = ٢ × ٤ + $\frac{٢م}{٣}$ ⇐ ١٢ = ٨ + $\frac{٢م}{٣}$

⇐ ٤ = $\frac{٢م}{٣}$ ⇐ م = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦

(٤٥) اذا كان م.ت ق(س) في [٢، ٥] يساوي (٦) واحد م.ت الاقتران هـ(س) = س^٢ × ق(س) - ٤س في [٢، ٥] علماً بان هـ(س) غير بالنقطة (٢، -١٦)

الحل: م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س}$ ⇐ ٦ = $\frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢}$

⇐ ٦ = $\frac{ق(٥) - ق(٢)}{٣}$ ⇐ ١٨ = ق(٥) - ق(٢) ـــــ ①

بما أن هـ(س) غير بالنقطة (٢، -١٦) ⇐ هـ(٢) = -١٦

⇐ -١٦ = ٢^٢ ق(٢) - ٢(٢) ⇐ -١٦ = ٤ ق(٢) - ٤

⇐ -١٢ = ٤ ق(٢) ⇐ ق(٢) = -٣

بالتعويض في ① ⇐ ١٨ = ق(٥) - -٣ ⇐ ١٨ = ق(٥) + ٣

⇐ ق(٥) = ١٥

المشتقة $\frac{\Delta هـ}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$ = $\frac{٥^٢ ق(٥) - ٢^٢ ق(٢)}{٣}$ = $\frac{٢٥ ق(٥) - ٤ ق(٢)}{٣}$

= $\frac{٢٥ \times ١٥ - ١٠ + ١٦}{٣}$ = $\frac{٣٧٥ + ٦}{٣}$ = $\frac{٣٨١}{٣}$ = ١٢٧

(٢٦) إذا كان f: $[1,3] \to \mathbb{R}$ وكان $g(x) = \frac{1}{5} + f(x)$ وأحد م.ت $f(x)$ هو $[1,3]$، إذا علمت أن م.ت $g(x)$ على نفس الفترة ميله $\frac{4}{3}$

الحل: م.ت $g(x) = \frac{\Delta g}{\Delta x} = \frac{g(3) - g(1)}{3 - 1}$

$\frac{4}{3} = \frac{g(3) - g(1)}{2} \Leftarrow g(3) - g(1) = \frac{4}{3}$ ①

م.ت $f(x) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1}$

بما أن $g(x) = \frac{1}{5} + f(x) \Leftarrow f(x) = g(x) - \frac{1}{5}$

$\Leftarrow$ م.ت $f(x) = \frac{(g(3) - \frac{1}{5}) - (g(1) - \frac{1}{5})}{2}$

$= \frac{g(3) - g(1) - \frac{1}{5} + \frac{1}{5}}{2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$

$= \frac{4}{6} =$ ①

(٢٧) إذا كان $f(x) = [2x + 5]$ وتغيرت x من $x = 0$ إلى $x = 2$ وكان م.ت $f(x)$ ميله 4 وحيد، ما p؟

الحل: $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} \Leftarrow 4 = \frac{[2p+5] - [0+5]}{2}$

$\Leftarrow [2p+5] - 5 = 8 \Leftarrow [2p+5] = 13$

$\Leftarrow 13 \leq 2p + 5 < 14 \Leftarrow 8 \leq 2p < 9$

$\Leftarrow 4 \leq p < 4.5 \Leftarrow p$ أي قيمة في $[4, 4.5[$

(٢٨) إذا كان م.ت $f(x) = |x^2 - 1|$ في $[0, 3]$ ميله (2) وحيد، ما قيمة p؟

الحل: م.ت $= \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} \Leftarrow 2 = \frac{|3p^2 - 1| - |-1|}{3}$

$\Leftarrow 6 = |3p^2 - 1| - 1 \Leftarrow |3p^2 - 1| = 7$

$\Leftarrow$ إما $3p^2 - 1 = 7 \Leftarrow 3p^2 = 8 \Leftarrow p = \frac{2}{\sqrt{3}}$

أو $3p^2 - 1 = -7 \Leftarrow 3p^2 = -6 \Leftarrow p = -\sqrt{2}$

$\Leftarrow$ مجموعة الحل $= \{-\sqrt{2}, \frac{2}{\sqrt{3}}\}$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

(٢٩) تجريبي حلب: إذا كان ق(س+١) = س³ + ٣س + ب ، حيث م.ت للانحدار لـ ق(س) في [-١، ٢]

الحل: ق(س+١) = س³ + ٣س + ب نفرض ص = س+١

⇐ س = ص - ١

⇐ ق(ص) = (ص-١)³ + ٣(ص-١) + ب

م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(٢) - ق(-١)}{٢ - (-١)}$

$= \frac{[(٢-١)^٣ + ٣(٢-١) + ب) - ((-١-١)^٣ + ٣(-١-١) + ب)}{٣}$

$= \frac{(١ + ٣ + ب) - (-٤ + ب)}{٣} = \frac{٤ + ب + ٢ - ب}{٣}$

$= \frac{٦}{٣} = ٢$

(٣٠) تجريبي خلفيلة: إذا كان م.ت ق(س) في [١، ٢] نهايته (٤) ، حيث م.ت لاقتران هـ(س) = ق(١ + جتا س) في $[\frac{\pi}{٢}، \pi]$

الحل: م.ت ق = $\frac{\Delta ق}{\Delta س}$ ⇐ ٤ = $\frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١}$ ⇐ $\boxed{٤ = ق(٢) - ق(١)}$

م.ت هـ(س) = $\frac{\Delta هـ}{\Delta س}$ ⇐ $\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(\pi) - هـ(\frac{\pi}{٢})}{\pi - \frac{\pi}{٢}} = \frac{ق(١ + جا \pi) - ق(١ + جا \frac{\pi}{٢})}{\frac{\pi}{٢}}$

$= \frac{ق(١) - ق(١+١)}{\frac{\pi}{٢}} = (ق(١) - ق(٢)) \times \frac{\pi}{٢} = -٤ \times \frac{\pi}{٢}$

$= \boxed{-٢\pi}$

(٣١) سلطنة: إذا كان م.ت ق(س) = جتا س - ٢ جا س في $[\frac{\pi}{٢}، ٢\pi]$ نهايته $(\frac{\pi}{٣})$ حيث أ ، ب ثابتان ، أ؟

الحل: م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(\pi) - ق(\frac{\pi}{٢})}{\pi - \frac{\pi}{٢}}$

⇐ $\frac{\pi}{٣} = \frac{(جتا \pi - ٢ جا \pi) - (جتا ٢\pi - ٢ جا \frac{\pi}{٢})}{\frac{\pi}{٢}}$

⇐ $\frac{\pi}{٣} = ((-١ - ٠) - (١ - ٢ أ)) \times \frac{\pi}{٢}$ ⇐ $\frac{\pi}{٣} = (-١ + ٢ أ) \times \frac{\pi}{٢}$

⇐ $\frac{٢}{٣} = -١ + ٢ أ$ ⇐ $٢ أ = ٣$

(٣٢) الحل: اذا كان $\text{ق}(س) = \sqrt{س+1}$ و $س \in [ب، ٣]$ و $ب$ عدد حقيقي ثابت بحيث م.ت $\text{ق}(س)$ في نفس الفترة يساوي $\frac{1}{\sqrt{٥}+٢}$

الحل: م.ت $\text{ق}(س) = \frac{\Delta \text{ق}}{\Delta س} = \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(ب)}{٣ - ب}$

$\Leftarrow \frac{\sqrt{٥+1} - \sqrt{ب+1}}{٣-ب} = \frac{1}{\sqrt{٥}+٢}$

$\Leftarrow \frac{\sqrt{٥}-٢}{٣-ب} \times \frac{1}{\sqrt{٥}+٢} = \frac{\sqrt{٥}-٢}{٥-٤}$

$\Leftarrow \frac{\sqrt{٥}-٢}{٣-ب} = \frac{\sqrt{٥}-٢}{1}$

$\Leftarrow ٣-ب = 1 \Leftarrow ب = ٤$ نجرب بالتعويض في البسط

$\Leftarrow$ هل $\sqrt{٥}-٢ = \sqrt{٤+1}-٢$

$\sqrt{٥}-٢ = \sqrt{٥}-٢ \Leftarrow \boxed{ب = ٤}$

(٣٣) :- اذا كان م.ت لمنحنى $\text{ق}(س)$ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي ٢ وكان $\text{ق}^{٢}(٣) - \text{ق}^{٢}(١) = ١٦$ فجد م.ت $\text{هـ}(س) = \frac{٧}{\text{ق}(س)}$ في الفترة $[١، ٣]$

الحل: م.ت $\text{ق}(س) = \frac{\Delta \text{ق}}{\Delta س} = \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(١)}{٣ - ١} = ٢ \Leftarrow \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(١)}{٢} = ٢$

$\Leftarrow \boxed{٤ = \text{ق}(٣) - \text{ق}(١)}$ ---- ①

بتربيع معادلة ① $\Leftarrow ١٦ = \text{ق}^{٢}(٣) - ٢\text{ق}(١)\text{ق}(٣) + \text{ق}^{٢}(١)$ ---- ⑤

لكن $\text{ق}^{٢}(٣) - \text{ق}^{٢}(١) = (\text{ق}(٣) - \text{ق}(١))(\text{ق}(٣) + \text{ق}(١))$

$١٦ = ٤(\text{ق}(٣) + \text{ق}(١))$ بقسمة الطرفين على ٤

$٤ = \text{ق}(٣) + \text{ق}(١)$ ---- ③

معادلة ③ - معادلة ① $\Leftarrow$

$٤ = \text{ق}^{٢}(٣) - ٢\text{ق}(١)\text{ق}(٣) + \text{ق}^{٢}(١)$

$-١٦ = -٢\text{ق}(١)\text{ق}(٣)$

$\boxed{\text{ق}(١)\text{ق}(٣) = -٤} \Leftarrow ١٢- = ٣\text{ق}(١)\text{ق}(٣)$

لكن: م.ت $\text{هـ}(س) = \frac{\Delta \text{هـ}}{\Delta س} = \frac{\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{\frac{٧}{\text{ق}(٣)} - \frac{٧}{\text{ق}(١)}}{٢} = \frac{٧\text{ق}(١) - ٧\text{ق}(٣)}{٢\text{ق}(١)\text{ق}(٣)} = \frac{٧(\text{ق}(١) - \text{ق}(٣))}{٢ \times -٤} = \frac{٧}{٨} = \frac{٧}{٢}$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

(٣٤) اذا كان م.ت ق(س) في [٥،٢] يساوي ٧ وكان ق(٥) + ق(٢) = -٤
حيث م.ت ل(س) = ٥س + ق(س) في [٥،٢]

الحل :- م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س}$ = $\frac{ق(٥) - ق(٢)}{٥ - ٢}$ ⇐ ٧ = $\frac{ق(٥) - ق(٢)}{٣}$

⇐ $\boxed{ق(٥) - ق(٢) = ٢١}$ ——— (١)

الآن م.ت ل(س) = $\frac{\Delta ل}{\Delta س}$ = $\frac{ل(٥) - ل(٢)}{٥ - ٢}$ = $\frac{(٥ق(٥) + ق(٥)) - (٥ق(٢) + ق(٢))}{٣}$

= $\frac{٥ق(٥) + ق(٥) - ١٠ - ق(٢)}{٣}$ = $\frac{١٥ + ق(٥) - ق(٢)}{٣}$

= $\frac{١٥ + (ق(٥) + ق(٢))(ق(٥) - ق(٢))}{٣}$ = $\frac{١٥ + ٧ \times -٤}{٣}$

= $\frac{١٥}{٣} - \frac{٢٨}{٣}$ = ٥ - ٢٣ = $\boxed{-١٨}$

(٣٥) تجريبي وطني ٢٠١٤ اذا كان ق(س) = $\frac{د}{س^{٣}}$ + ٥هـ(س) وكان م.ت ق(س) في [-١،٢] يساوي ٩ وكان مقدار التغير في هـ(س) في [-١،٢] يساوي (٣) وحدة فما د ؟

الحل :- م.ت ق(س) = $\frac{\Delta ق}{\Delta س}$ ⇐ ٩ = $\frac{ق(٢) - ق(-١)}{٢ - -١}$ ⇐ ٢٧ = ق(٢) - ق(-١)

⇐ ٢٧ = ($\frac{د}{-٢^{٣}}$ + ٥هـ(٢)) - ($\frac{د}{-١^{٣}}$ + ٥هـ(-١))

$\begin{cases} ٢٧ = -د + ٥هـ(٢) + \frac{د}{٨} - ٥هـ(-١) \\ ٢٧ = ٥هـ(٢) - ٥هـ(-١) - \frac{٣د}{٨} \\ \therefore ٢٧ = ٥(هـ(٢) - هـ(-١)) - \frac{٣د}{٨} \end{cases}$ $\begin{cases} \Delta هـ = هـ(٢) - هـ(-١) \\ ٣ = هـ(٢) - هـ(-١) \end{cases}$

٢٧ = ٥ × ٣ - $\frac{٣د}{٨}$ ⇐ ٢٧ = ١٥ - $\frac{٣د}{٨}$

⇐ ١٢ = $-\frac{٣د}{٨}$ ⇐ د = ١٢ × $\frac{٨}{-٣}$ = $\boxed{-١٦}$

∴ د = -١٦

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html