

المصفوفات

-٢-

تمرين ١ : باستخدام خصائص المحددات، أثبت أن:

$$1 - s^2 = \begin{vmatrix} s & 1 - s & 1 \\ 1 - s & s & s - 1 \\ 1 & s - 1 & s \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 + 1 - 1 & 1 - 1 + 1 & 1 - 1 + 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} s^2(1+s) & 1+s^2 & s \\ s^2(1+s) & 1+s^2 & s \\ s^2(1+s) & 1+s^2 & s \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} \text{جا}^2 \text{س} & 2 & \text{جتا}^2 \text{س} \\ \text{جا}^2 \text{ص} & 2 & \text{جتا}^2 \text{ص} \\ \text{جا}^2 \text{ع} & 2 & \text{جتا}^2 \text{ع} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 5 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 8 & 8 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5- & 1 & 9 \\ 6 & 2- & 6- \\ 8- & 5 & 8 \end{vmatrix}$$

$${}^2(1-3\text{س}) = \begin{vmatrix} \text{س}^2 & \text{س} & 1 \\ \text{س} & 1 & \text{س}^2 \\ 1 & \text{س}^2 & \text{س} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2-b & 1 & 1 \\ b-2 & b & 1 \\ 2-b & b & 1 \end{vmatrix}$$

$$b(b-2)(s-2)(s-b) = \begin{vmatrix} s-b & b-k & k \\ s-b & k & s-k \\ -s & b-k & b+k \end{vmatrix}$$

$$s^2 - s^2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ s & s & s \\ s & s & s \end{vmatrix}$$

$$(س + ب + ۲)(ب - س)(۲ - س) = \begin{vmatrix} ب & ۲ & س \\ ب & س & ۲ \\ س & ب & ۲ \end{vmatrix}$$

$$۰ = \begin{vmatrix} ۳ - ب & ۱ & ۲ - ۲ب \\ ب - ج & ۳ب & ۲ب - ۲ج \\ ج - ۱ & ۲ج & ۲ - ۲ج \end{vmatrix}$$

$$(س + ۳ص)۲ = \begin{vmatrix} س + ۳ص & س & ص \\ س & ص & س + ۳ص \\ ص & س + ۳ص & س \end{vmatrix}$$

$${}^2(b-p)(b+2p) = \begin{vmatrix} b & b & p \\ b & p & b \\ p & b & b \end{vmatrix}$$

$${}^3(1+b+p)^2 = \begin{vmatrix} 1 & p & p+1+2b \\ 1 & p+b+2 & b \\ p+b+2 & p & b \end{vmatrix}$$

$$(s-e)(e-v)(v-s) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e & v & s \\ s & s & v \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} 3s & 3s & 3s \\ 2 & b & 1 \\ b+1 & 2+1 & 2+b \end{vmatrix}$$

$$78 = \begin{vmatrix} 13 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \\ 6 & 2 & 2- \end{vmatrix}$$

$$(ص-ع)(س-ع)(س-ص) = \begin{vmatrix} 2 & س & س & 1 \\ 2 & ص & ص & 1 \\ 2 & ع & ع & 1 \end{vmatrix}$$

$${}^2(b-p)(b+p) = \begin{vmatrix} b & b & p \\ b & p & b \\ p & b & b \end{vmatrix}$$

$${}^2b - {}^2p = \begin{vmatrix} p & p & - \\ p & b & - \\ b & p & - \end{vmatrix}$$

$${}^2k + {}^2c + p = \begin{vmatrix} - & - & p \\ 0 & - & c \\ - & 0 & k \end{vmatrix}$$

$${}^3(پ+ب+ج) = \begin{vmatrix} پ-ب-ج & پ & پ \\ ب & پ-ج-ب & ب \\ ج & ج & ج-پ-ب \end{vmatrix}$$

$${}^2ص = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & ص+1 \\ 1 & ص+1 & 1 \end{vmatrix}$$

تمرین ۲: إذا كان $0 = \begin{vmatrix} س & س^3 & س \\ 1-س & 1 & س^2 \\ س^2 & س^2 & س^2-س \end{vmatrix}$ ، جد قيمة / قيم $س$ ؟

تمرين ٣: حل المعادلات الآتية:

$$\begin{vmatrix} 3 & s \\ s^2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & s & 3 \\ s+1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$18 = \begin{vmatrix} 1 & s & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ s & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

تمرين ٤: إذا كان $\begin{vmatrix} 2 & s \\ s & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1-s \\ 1 & s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ ، فما قيمة/ قيم s ؟

تمرين ٥: حل النظام الآتي بطريقة جاوس:

$$s - v + 4 = 8$$

$$s^2 - v - 3 = 5$$

$$s^3 + 4 = 11$$

$$\begin{aligned} 9 &= \text{ع} 4 + \text{ص} - \text{س} \\ 4 - &= \text{ع} - \text{س} + \text{ص} 3 \\ 2 &= \text{ع} 2 + \text{ص} 3 + \text{س} 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 &= \text{ع} - \text{ص} + \text{س} \\ 3 &= \text{ع} 3 + \text{ص} \\ 2 &= \text{ع} 2 - \text{س} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &= \text{ع} + \text{ص} - \text{س} \\ \text{ع} - 3 &= \text{س} + \text{ص} 2 \\ \text{ع} 2 &= \text{ص} - \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= \varepsilon + \nu + \varsigma \\ \xi &= \varepsilon + \nu - \varsigma \\ 1 - &= \varepsilon - \nu - \varsigma \end{aligned}$$

تمرين ٦: جد قيمة / قيم ς التي تجعل

$$\begin{bmatrix} \varsigma & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 3 + \varsigma & 6 \end{bmatrix}$$

منفردة؟

تمرين ٧: $(1 + 2b)$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} = 1^{-1}$ ، وكانت $1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ حيث $(1 + 2b)$

مصفوفة غير منفردة، أوجد المصفوفة b .

تمرين ٨: استخدم قاعدة كريمر لحل النظام التالي:

$$٠ = ١٤ - ٤س - ٢ص، ٠ = ٩ - ٥ص - ٣س$$

$$١٦ - ٢ص - ٣س = ٠، ١١ - ٣ص - ٢س = ٠$$

تمرين ٩: حل المعادلة

$$[\pi, ٠] \ni س، \frac{1}{٢} = \begin{vmatrix} ٢ & \text{جاس} & ١ \\ \text{جتاس} & ١ & \text{جاس} \\ ١ & \text{جتاس} & ٠ \end{vmatrix}$$

تمرين ١٠: إذا كانت A ، B مصفوفتين مربعيتين غير منفردتين، بحيث إن
 $|A+B| = 18$ ، $|A| < |B|$ ، فما قيمة $|A|$

تمرين ١١: إذا كانت A مصفوفة من الرتبة 3×3 وكان $|A| = 5$ وقمنا بإبدال
الصفين الأول والثالث ثم أبدلنا الثاني والثالث فإن قيمة المحدد الجديد =

تمرين ١٢: إذا كان $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & s \end{bmatrix}$ ، $|A| = 12$ جد s ؟

تمرين ١٣: إذا كانت A مصفوفة مربعة، $|A| = 2$ ، $|A^3| = 54$ فما رتبة المصفوفة
 A ؟

تمرين ١٤: إذا كانت A ، B مصفوفتين مربعيتين من الرتبة الثانية وكان $|A+B| = 2$
فإن $|A \times B|$

تمرين ١٥ : إذا كانت

$$= \begin{vmatrix} 11 & 2 & س \\ 9 & 4- & 0 \\ \frac{1}{3}س & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ فما قيمة/ قيم } س ؟$$

تمرين ١٦ : إذا كانت

$$= \begin{vmatrix} س & ص \\ ١٥ & ع \end{vmatrix} = ٥ ، \begin{vmatrix} س & ل+ص \\ ع & ر+١٥ \end{vmatrix} = ٧ \text{ فإن } \begin{vmatrix} ل & س \\ ر & ع \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1+ \\ 5 & 1- & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ تمرين ١٧ : مجموعة حل المعادلة:}$$

تمرين ١٨:

$$\left[\frac{\pi}{2}, 0 \right] \ni s, 1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & \text{جاس} \\ 5 & \text{جاس} & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{تمرين ١٩: حل المعادلة} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ s & 4 & 5 \\ 6 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 17 & 4 \\ 3 & s \end{vmatrix}$$

تمرين ٢٠: اكتب خاصية | الخصائص المحددات المستخدمة في كل من

$$\begin{vmatrix} 3- & 2 \\ 19 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3- & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} 6- & 2 \\ 3- & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{تمرين ٢١:} \quad -x, \text{جدس} + \text{ص} + \text{ع} = \begin{vmatrix} 2+ع & \text{ص} & \text{س} \\ ع & 2+\text{ص} & \text{س} \\ ع & \text{ص} & 2+\text{س} \end{vmatrix}$$

$$\text{تمرين ٢٢: إذا كان } 2 = \begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{ن} & \text{م} & \text{ر} \\ \text{هـ} & \text{س} & \text{ك} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \text{ع}^2 & \text{ص}^2 & \text{س}^2 \\ \text{ع} + \text{ن} & \text{ص} + \text{م} & \text{س} + \text{ر} \\ \text{ن}^3 - \text{هـ}^2 & \text{م}^3 - \text{س}^2 & \text{ر}^3 - \text{ك}^2 \end{vmatrix}$$

$$\text{تمرين ٢٣: إذا كان } \begin{bmatrix} 1 + \text{س} & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 + \text{س} & 3 \end{bmatrix} = \text{ب} \text{ جد قيمة } \text{س} \text{ بحيث } |\text{ب}| \leq 0.$$

تمرين ٢٤: حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة كرامر:
 $s^2 - 3s = 0$ ، $3s - 2 = 4$ علما بأن: $2 - 3 = 4$

تمرين ٢٥: جد قيمة s بحيث: $[3 \quad 4 - s]$ $\begin{bmatrix} 5 & 1 - s \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = [1 + s]$

تمرين ٢٦: إذا كانت $(1 \cdot 1 \cdot 1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = B$ ، فجد

المصفوفة B^2

تمرين ٢٧: إذا كان $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & s & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & s \\ s & 3 \end{vmatrix}$ فما قيمة / قيم s ؟

تمرين ٢٨: حل المعادلات المصفوفية الآتية:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times s^2$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - s^3$$

تمرين ٢٩: حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة النظير الضربي:

$$12 = v - s^2, 0 = 19 + s^3 - s^2$$

تمرين ٣٠: إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} \text{جاه} & \text{جاه} \\ \text{جاه} & \text{جاه} \end{bmatrix}$ ، جد: $(A^{-1})^{-1}$.

تمرين ٣١: إذا كانت A مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان

$$\left. \begin{array}{l} 2, \quad r \neq h \\ 3, \quad r = h \end{array} \right\} = A^h$$

فجد المصفوفة S بحيث $A \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = B$ ، $S = (B - A)^{-1}$

#

" وما نيلُ المطالب بالتمني * ولكن تؤخذ الدنيا غلابا "

إعداد: أ. مرح فريد أبو سعادة

