اختبارات الثانوية العامة

لعامي ٢٠١٩-٢٠٢٠

مع

الإجابات النموذجية

لمبحث الرياضيات

الفرع العلمي

إعداد:

أ. فاطمة الأسطل

أ. جهاد عدوان

إهداء

إلى من رحلوا وفي الحشا مليون جرح على فراقهم

فأصبحنا نعانق بعضا مما تبقى من ذكراهم

فهي فقط التي تبقى بعد الفراق.

الى الذين رحلوا بصمت تاركين خلفهم ذكرهم الحسن...

الى روح المعلمه الطاهره اماني الاسطل

وروح المعلمه الطاهره اسماء شبير

إجهاد عدوان... أغاظه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠١٩

مدة الامتحان : ساعتان ونصف
التاريخ:١٣/ ٦/٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س\to ١} \frac{هـ^{س}-هـ}{لـو_{هـ} س}$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) $-هـ$ ب) -١ ج) ١ د) هـ

٢) أي من الاقترانات الاتية يكون قابلاً للاشتقاق على ع ؟

أ) $ق(س)=[س-٢]$ ب) $ق(س)=|س-٢|-|س|$

ج) $ق(س)=[س-٢]-[س]$ د) $ق(س)=\sqrt{س^{٢}+٢س+١}$

٣) اذا كان س =ظاص، فما قيمة $\frac{ع ص}{ع س}$ ؟

أ) $قا^{٢}ص$ ب) $جتا^{٢}ص$ ج) قاصظاص د) $جا^{٢}ص$

٤) اذا علمت أن ص=ق(س)،وأن ق(س)،ق´(س) اقترانين قابلين للاشتقاق فما قيمة $\lim_{هـ\to ٠} \frac{ق´(س+هـ)-ق´(س)}{هـ}$ ؟

أ) $\frac{ع^{٢}ص}{ع س^{٢}}$ ب) $\left(\frac{ع ص}{ع س}\right)^{٢}$ ج) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ د) $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)^{٢}$

٥) إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق(س) في النقطتين $(٠، ق(٠))$، $(\pi، ق(\pi))$، فما قياس زاوية ميل المستقيم ل علماً بأن التغير في الاقتران ق(س) في $[٠، \pi]$ يساوي $-\pi$ ؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

٦) إذا كان ق(س)=س ك(س)، ق(٢)=-٦، ك´(٢)=٤، فما قيمة ق´(٢)؟

أ) -٣ ب) ٢ ج) ٥ د) ١١

٧) إذا علمت أن ق´(س)=$\frac{١}{١-س^{٢}}$، س$\neq \pm ١$، هـ(س)=جاس ،ما قيمة (ق∘هـ)´(س)؟

أ) ١ ب) قاس ج) جتاس د) قتاس

٨) إذا كان ق(س)=$\begin{cases} \sqrt{س^{٢}+٣س} & ، س \leq ١ \\ ٥س-٣ & ، س>١ \end{cases}$، فما قيمة ق´(١)؟

أ) ٥ ب) $\frac{٥}{٤}$ ج) صفر د) غير موجودة

٩) إذا علمت أن ص = ع^{٢} ، ع =جاس+جتاس ، فما قيمة $\frac{ع ص}{ع س}$ ؟

أ) ٢جتا٢س ب) ٢جا٢س ج) -٢جتا٢س د) صفر

١٠) إذا كان ن(س) اقتراناً معرفاً في [−١، ١] وكان ن(١) = ٢ ، $\lim_{س \to -١^{-}}$ ن(س) = ١. فما العبارة الصحيحة فيما يأتي؟ (محذوف)

أ) ن(١) قيمة صغرى محلية
ب) ن(١) قيمة صغرى مطلقة
ج) ن(١) قيمة عظمى محلية
د) ن′(١) = ٠

١١) ما قيمة /قيم الثابت أ التي تجعل الاقتران ن(س) = (٣أ − ٦)س + ٧ متزايداً على ح

أ) أ < ٢
ب) أ = ٢
ج) أ > ٢
د) أ = −٢

١٢) إذا كان ن(س) اقتراناً كثير حدود من الدرجة الرابعة، فما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ن(س)؟

أ) ٢
ب) ٣
ج) ٤
د) ٥

١٣) ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ن(س) = ٩ في [٠، ٢]؟(محذوف)

أ) ϕ
ب) {٠}
ج)]٠، ٢[
د) [٠، ٢]

١٤) إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً في [١، ٤] ، وكانت ن′(س) > ٠ لجميع س ∈]١، ٤[، وكان للاقتران ن(س) ثلاث نقاط حرجة فقط بحيث ن′(٣) = ٠ فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ن(٣) > ٠
ب) ن(١) = ن(٤)
ج) ن(٣) < ن(٢)
د) ن(٣) > ن(٢)

١٥) اذا كان ن(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} ، س ∈ [−٣، ٣] ، ما احداثيات نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س)؟

أ) (−١، ٤)
ب) (١، −٢)
ج) (٢، −٤)
د) (٠، ٠)

١٦) اذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ = ٥، فما قيمة $\begin{vmatrix} ٣ب & ١٢ \\ ٣ء & ٢جـ \end{vmatrix}$ ؟

أ) ٣٠
ب) ١٥
ج) −٥
د) −٣٠

١٧) اذا علمت أن س = $\begin{bmatrix} −٣ & ٢ & ٥ \\ −٢ & ٧ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة ٣س$_{١٢}$ + ٥س$_{٢١}$؟

أ) −١٤
ب) −٤
ج) ٤
د) ١٦

١٨) اذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣×ك ، ب مصفوفة من الرتبة ٢×ن ، جـ مصفوفة من الرتبة ٣×٥ ، بحيث جـ = أ.ب ، ما قيم ك ، ن على الترتيب ؟

أ) ٥، ٢
ب) ٢، ٥
ج) ٣، ٢
د) ٢، ٣

١٩) ما قيمة / قيم س الموجبة التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} س − ١ & ٤ \\ ٣ & س \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) ٤
ب) ٣
ج) ٢
د) ١

٢٠) استخدم محمد طريقة كريمر لحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س ، ص فوجد أن : |أ$_{س}$| = |−٢| = $\frac{١}{٣}$|أ$_{ص}$| ، |أ| ≠ ٠

ما قيم س ، ص على الترتيب ؟

أ) ٤، ١٢
ب) ٤، ٦
ج) ٤، −٦
د) −٢، ٦

أ/ جهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س ، س ∈ [١ ، ٥] ، أوجد كلاً مما يلي:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) .

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ق(س) .

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) .

٤) نقط الانعطاف لمنحنى للاقتران ق(س) .

ب) اذا كان أ = $\begin{bmatrix} ٣ & ٣- \\ ١- & ٥- \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٤- & ٣- \\ ٩ & ٦ \end{bmatrix}$ ،

١) اوجد المصفوفة أ$^{-١}$. ب − ٤ أ^{٢} .

٢) جد $\left| \frac{١}{٣} ب^{٢} \right|$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان س ك(س) = ق(س) + ٢ ، وكان متوسط التغير للاقتران ق(س) عندما تتغير س من ١ الى ١ + هـ يساوي هـ^{٢} + ٢هـ وكانت ق(١) = ١ ، اوجد كلاً مما يلي :

١) متوسط تغير ك(س) عندما تتغير س من ١ الى ١ + هـ

٢) ك$'$(١)

ب) استخدم طريقة جاوس لحل النظام : س − ص + ع = ٢ ، ٢س + ص − ع = ٧ ، ٥ع − س = ٢ (محذوف)

ج) اذا كان ق (س) = $\frac{١}{س}$ ، س ∈ [٤ ، ٩] ،فما قيم جـ التي تعينها نظرية القيمة المتوسطة على ق(س) ؟(محذوف)

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان للاقتران ق(س) = س^{٤} − ٤س^{٣} + ك(س) نقطة انعطاف افقي هي النقطة (١ ، ٢)

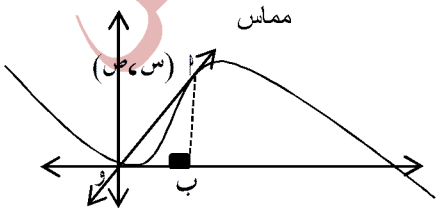
وكان ع(س) = ك^{٢}(س) ، احسب ع$''$(١) (محذوف)

ب) اذا كان هـ^{٢س} = لـو$_{هـ}$ (س + ٣ص) . جد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $(٠ ، \frac{هـ}{٣})$

ج) اذا كان ص = أس^{٥} + $\frac{٥}{س^{٤}}$ ، س ≠ ٠ ، اثبت ان ص$''$ = $\frac{٢٠ ص}{س^{٢}}$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)



أ) تتحرك النقطة أ(س،ص) على منحنى الاقتران ق(س) بحيث ميل المماس عندها في أي لحظة يساوي ٢ ١س − ٣س^{٢} ، س > ٠ جد اكبر مساحة ممكنة للمثلث أ ب و حيث (و) نقطة الأصل.

ب) يتحرك جسم حسب العلاقة $\frac{ع}{ف}$ − ٥ف + ٢ = ٠ حيث ف > ٠ ، ف إزاحة الجسم بالأمتار بعد ن من الدقائق، ع السرعة اللحظية للجسم. احسب تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣ م/د.

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمة الاسطل

السؤال السادس: (١٠ علامة)

أ) اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٢} + ٣ ب س + ٢}{س - ١} = ١$، فجد كلاً من الثابتين أ، ب

ب) إذا كان $أ = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix}$ بحيث $س^{٢} + ص^{٢} = ١$، أثبت أن $أ^{٢} = أ$

أ/ جهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

الفرع العلمي	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠١٩م الورقة الأولى	الانجاز

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	ج	ب	أ	د	ج	ب	د	أ	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	د	ب	د	ج	ب	أ	أ

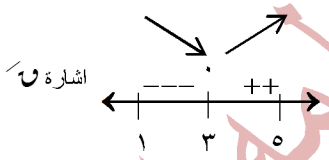
السؤال الثاني:

أ) $ن(س) = س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س$ ، $س \in [١، ٥]$

$ن'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

نضع $ن'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} - ١٢س + ٩ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٣)(س - ١) = ٠$ اما $س = ٣$ ، $س = ١$



١) ن متناقص في $[١، ٣]$ ، ن متزايد في $[٣، ٥]$

٢) $ن(١) = ١ - ٦ + ٩ = ٤$ قيمة عظمى محلية

$ن(٥) = ١٢٥ - ١٥٠ + ٤٥ = ٢٠$ قيمة عظمى محلية

$ن(٣) = ٢٧ - ٥٤ + ٢٧ = ٠$ قيمة صغرى محلية

بما ان $ن(٥) > ن(١) \Leftarrow ن(٥)$ قيمة عظمى مطلقة

$ن(٣) = ٠$ قيمة صغرى مطلقة

٣) $ن''(س) = ٦س - ١٢ \Leftarrow ٠ = ٦س - ١٢ \Leftarrow س = ٢$

ن مقعر للاسفل في $]١، ٢[$ ، ن مقعر للاعلى في $]٢، ٥[$

٤) $ن(٢) = ٨ - ٢٤ + ١٨ = ٢ \Leftarrow (٢، ٢)$ نقطة انعطاف لمنحنى $ن(س)$

أ. عدوان... أفاطمة الأسطل

ب ١) $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٣- \\ ١- & ٥- \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٦ & ٣- \\ ٩ & ٤- \end{bmatrix}$

$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٣- \\ ١- & ٥- \end{vmatrix} = ٦ - ٥ = ١ \Leftarrow أ^{-١} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ٥- & ٣- \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$

$أ^{-١} . ب = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٦ & ٣- \\ ٩ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣٠+٦- & ١٨+٣- \\ ٤٥+٨- & ٢٧+٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٥ \\ ٣٧ & ٢٣ \end{bmatrix}$

$أ^{-١} . ب - ٢٤ م_{٢} = \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٥ \\ ٣٧ & ٢٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢٤ & ٠ \\ ٠ & ٢٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٥ \\ ٣٧ & ١- \end{bmatrix}$

٢) $\left|\frac{١}{٣} ب^{٢}\right| = \frac{١}{٩}|ب^{٢}| = \frac{١}{٩}|ب||ب|$

لكن $|ب| = \begin{vmatrix} ٦ & ٣- \\ ٩ & ٤- \end{vmatrix} = ٢٧- ٢٤ = ٣-$

$\therefore \left|\frac{١}{٣} ب^{٢}\right| = \frac{١}{٩} \times ٣- \times ٣- = ١$

السؤال الثالث:

أ س ك(س) = ن(س) + ٢ ، متوسط تغير ن يساوي $هـ^{٢} + ٢هـ$

١) $ك(س) = \frac{ن(س)+٢}{س}$ ، $\frac{ن(١+هـ) - ن(١)}{هـ} = هـ^{٢} + ٢هـ$

$\Leftarrow \frac{ك(١+هـ) - ك(١)}{هـ} = \frac{\frac{ن(١+هـ)+٢}{١+هـ} - \frac{ن(١)+٢}{١}}{هـ}$

$= \frac{ن(١+هـ) + ٢ - (١+هـ)(ن(١) + ٢)}{هـ(١+هـ)}$

$= \frac{ن(١+هـ) + ٢ - (٣)(١+هـ)}{هـ(١+هـ)} = \frac{ن(١+هـ) + ٢ - ٣ - ٣هـ}{هـ(١+هـ)}$

$= \frac{ن(١+هـ) - ١}{هـ} \times \frac{١}{١+هـ} - \frac{٣}{١+هـ}$

$= \frac{هـ^{٢} + ٢هـ}{١+هـ} - \frac{٣}{١+هـ} = \frac{هـ^{٢} + ٢هـ - ٣}{١+هـ}$

٢) $ك'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ك(١+هـ) - ك(١)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ^{٢} + ٢هـ - ٣}{١+هـ} = ٣-$

أ/ جهاد عدوان .. أ/ فاطمه الاسطل

ب | س − ص + ع = ٢ ، ٢س + ص − ع − ٧ = ٠ ، ٥ع − س = ٢

نكون المصفوفة الممتدة $\overline{أ}$ = $\left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٧ & -١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right]$

$\Leftarrow \overline{أ} = \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٧ & -١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_٢ - ٢ص_١} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٣ & -٣ & ٣ & ٠ \\ ٢ & ٥ & ٠ & -١ \end{array}\right]$

$\xleftarrow{ص_٣ + ص_١} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ٣ & -٣ & ٣ & ٠ \\ ٤ & ٦ & -١ & ٠ \end{array}\right] \xleftarrow{\frac{١}{٣}ص_٢} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ & ٠ \\ ٤ & ٦ & -١ & ٠ \end{array}\right]$

$\xleftarrow{ص_٣ + ص_٢} \left[\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & -١ & ١ \\ ١ & -١ & ١ & ٠ \\ ٥ & ٥ & ٠ & ٠ \end{array}\right]$

$\Leftarrow ٥ع = ٥ \Leftarrow ع = ١$ ،

$ص - ع = ١ \Leftarrow ص - ١ = ١ \Leftarrow ص = ٢$ ،

$س - ص + ع = ٢ \Leftarrow س - ٢ + ١ = ٢ \Leftarrow س = ٣$

جـ | $ن(س) = \frac{١}{س}$ ، $س \in [٤ ، ٩]$

نبحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

ن متصل في $[٤ ، ٩]$ ، ن قابل للاشتقاق في $]٤ ، ٩[$

∴ يوجد على الأقل $جـ \in]٤ ، ٩[$ بحيث $ن'(جـ) = \frac{ن(٩) - ن(٤)}{٥}$

$\Leftarrow \frac{-١}{جـ^٢} = \frac{\frac{١}{٩} - \frac{١}{٤}}{٥} \Leftarrow \frac{-١}{جـ^٢} = \frac{-١}{٣٦}$

$\Leftarrow جـ^٢ = ٣٦ \Leftarrow جـ = \pm ٦ \; جـ = ٦ \in]٤ ، ٩[$

السؤال الرابع:

أ | $ن(س) = س^٤ - ٤س^٣ + ك(س)$

$ن(١) = ٢ \Leftarrow ٢ = ١ - ٤ + ك(١) \Leftarrow ك(١) = ٥$

$ن'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢ + ك'(س)$

بما أن (١ ، ٢) نقطة انعطاف أفقي $\Leftarrow ن'(١) = ٠ \Leftarrow ٠ = -٨ + ك'(١) \Leftarrow ك'(١) = ٨$

$ن''(س) = ١٢س^٢ - ٢٤س + ك''(س)$

بما أن (١ ، ٢) نقطة انعطاف $\Leftarrow ن''(١) = ٠$

أ/ جهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

$\Leftarrow 0 = 12 - 24 + ك''(1) \Leftarrow ك''(1) = 12$

$ع(س) = ك^2(س) \Leftarrow ع'(س) = 2ك(س)ك'(س)$

$\Leftarrow ع''(س) = 2ك'(س)ك'(س) + 2ك(س)ك''(س)$

$ع''(1) = 2ك'(1)ك'(1) + 2ك(1)ك''(1)$

$= 2 \times 8 \times 8 + 2 \times 5 \times 12 = 248$

ب $هـ^{2س} = لـو_{هـ}(س + 3ص) \Leftarrow 2هـ^{2س} = \frac{1}{س + 3ص} \times (1 + 3\frac{ص}{س})$

عند $(0، \frac{هـ}{3}) \Leftarrow 2هـ^{0} = \frac{1}{0 + 3 \times \frac{هـ}{3}} \times (1 + 3\frac{ص}{س})$

$\Leftarrow 2 = \frac{1}{هـ} \times (1 + 3\frac{ص}{س}) \Leftarrow 2هـ - 1 = 3\frac{ص}{س} \Leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{2هـ - 1}{3}$

جـ $ص = 1س^{5} + \frac{5}{س^{4}} = 1س^{5} + 5س^{-4}$

$ص' = 51س^{4} - 20س^{-5}$

$ص'' = 201س^{3} + 100س^{-6}$

$= \frac{20}{س^{2}}(1س^{5} + 5س^{-4}) = \frac{20}{س^{2}}(ص) = \frac{20ص}{س^{2}}$

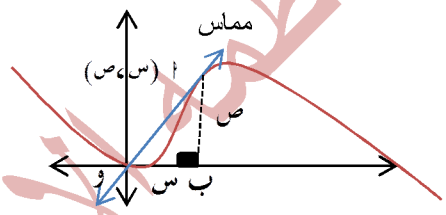
السؤال الخامس:

أ ميل المماس في أي لحظة $= 21س - 3س^{2}$ ، $س > 0$

$\Leftarrow ق'(س) = 21س - 3س^{2}$

لكن ميل المماس $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{ص}{س}$ (في الشكل المجاور)

$\Leftarrow \frac{ص}{س} = 21س - 3س^{2} \Leftarrow ص = 21س^{2} - 3س^{3}$

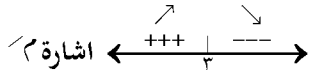


مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ س ص

$م = \frac{1}{2}س(21س^{2} - 3س^{3}) = 6س^{3} - \frac{3}{2}س^{4}$

$م' = 18س^{2} - 6س^{3} \Leftarrow 6س^{2}(3 - س) = 0$

أما $س = 0$ (مرفوض) أو $س = 3$

اشارة $م'$ 

عند $س = 3$ تكون مساحة المثلث أكبر ما يمكن

$\Leftarrow م = \frac{1}{2}س ص = \frac{1}{2} \times 3 \times (12 \times 9 - 27 \times 3) = \frac{81}{2}$ وحدة مربعة

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمة الاسطل

ب $\frac{ع}{ف} - ٥ف + ٢ = ٠$

بالاشتقاق $\frac{ت \times ف - ع \times ع}{ف^{٢}} - ٥ع = ٠ \Leftarrow ت ف - ع^{٢} = ٥ ع ف^{٢}$

لكن عندما ع = ٣م/د $\Leftarrow \frac{٣}{ف} - ٥ف + ٢ = ٠$

$٥ف^{٢} - ٢ف - ٣ = ٠ \Leftarrow (٥ف + ٣)(ف - ١) = ٠ \Leftarrow ف = ١$ لان ف > ٠

$\frac{ع}{١} - ٥ \times ١ + ٢ = ٠ \Leftarrow ع = ٣$م/د ومنها $ت \times ١ - ٣^{٢} = ٥ \times ٣ \times ١ \Leftarrow ت = ٤٢$م/ث^{٢}

السؤال السادس:

أ $\lim_{س \to ١} \frac{أ س^{٢} + ٣ ب س + ٢}{س - ١} = ١$ (يمكن ايجاد المعادلة الأولى من قسمة البسط على المقام)

بما أن النهاية موجودة فإن البسط = صفر لان المقام =صفر

$\Leftarrow$ نعوض س = ١ في البسط $\Leftarrow أ + ٣ب + ٢ = ٠ \Leftarrow أ + ٣ب = -٢$

نطبق قاعدة لوبيتال $\Leftarrow \lim_{س \to ١} \frac{٢أ س + ٣ ب}{١} = ٢أ + ٣ب = ١$

وبحل المعادلتين:

$$\begin{matrix} أ + ٣ب = -٢ \\ ٢أ + ٣ب = ١ \end{matrix} \Leftarrow أ = ٣ ، ٣ + ٣ب = -٢ \Leftarrow ب = \frac{-٥}{٣}$$

ب $أ = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix}$

$$أ^{٢} = \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} & س^{٣} ص + س ص^{٣} \\ س^{٣} ص + س ص^{٣} & س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} س^{٢}(س^{٢} + ص^{٢}) & س ص(س^{٢} + ص^{٢}) \\ س ص(س^{٢} + ص^{٢}) & ص^{٢}(س^{٢} + ص^{٢}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \times س^{٢} & ١ \times س ص \\ ١ \times س ص & ١ \times ص^{٢} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} س^{٢} & س ص \\ س ص & ص^{٢} \end{bmatrix} = أ$$

أعداد عدوان... إفادة الأسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة"الانجاز"
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ١٥ /٦ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\int \frac{١}{جتا^{٢}س}$ ؟

أ) ظاس+جـ ب) −ظاس+جـ ج) ظتاس+جـ د) −ظتاس+جـ

٢) اذا كان $ن(س)=\frac{٢س+٣}{س^{٢}+١}$ ، فما قيمة $\int_{-١}^{١} ن'(س)$ ؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

٣) اذا كان هـ(س)، م(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) وكان $\int_{١}^{٣} (م(س)-هـ(س))$ = ١٠،

فما قيمة $\int_{١}^{٣} ٢س(هـ(س)-م(س))$ ؟

أ) −٥٠ ب) −٤٠ ج) ٤٠ د) ٥٠

٤) إذا علمت أن $\int_{\frac{\pi}{٦}}^{س} ن(ص)$ = $\frac{-١}{٢}$ +جاس، وكان ن(س) اقترانا متصلا على الفترة $\left[\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi}{٢}\right]$ ، فما قيمة $ن(\frac{\pi}{٣})$؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) صفر ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$

٥) ما قيمة $\int \frac{٣س}{٢\sqrt{س}}$ ؟

أ) $\frac{س}{\sqrt{س}}$+جـ ب) ٢س$\sqrt{س}$+جـ ج) س$\sqrt{س}$+جـ د) س$^{٢}\sqrt{س}$+جـ

٦) إذا كان ن(س) اقترانا قابلا للتكامل على الفترة [٢،٠] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢،٠] بحيث كانت

$م(ن، \sigma_{ن})=\frac{٥+٦ن}{٢ن}$ ، فما قيمة $\int_{٠}^{٢} (ن(س)-٢س)$ ؟

أ) ٣ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) −١

٧) بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعدا عنها، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة

$ع(ن)=٣ن^{٢}+٢ن$ ، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٦ م ب) ١٤م ج) ١٢م د) ١٠م

أجداد عدوان... إفاطمة الأسطل

٨) اذا كان $ن(هـ) = ٥، ن(١) = ١$ فما قيمة $\int_{١}^{هـ} س\, ن'(س)\, ؤس$؟

أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) -٤

٩) اذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٧]$ وكان $س_{ن} = ١$، فما عدد عناصر التجزئة؟

أ) ٥٥ ب) ٥٤ ج) ١٩ د) ١٨

١٠) اذا كان $\int_{١}^{٢} \frac{س^{٢} + س}{س + ٥}\, ؤس = ا$ ، $\int_{١}^{٢} \frac{٥ - ٣س}{س + ٥}\, ؤس = ب$، فما قيمة $ا - ب$؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٧}{٢}$

١١) ما قيمة $\int_{ب}^{٣} [\frac{١}{٢} س]\, ؤس$؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) ٢

١٢) اذا كان $\int ن(س)\, ؤس = ا س^{٣} - ٣س$ ، $ن(س)$ متصل، وكان $ن(٢) - ن(١) = ١٨$،فما قيمة $ن(١)$؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ٩ د) ٢١

١٣) اذا كان $\int_{ا-ب}^{ا+ب} ٥\, ؤس = ١٠$، فما قيمة الثابت ب؟

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) ١

١٤) اذا كان $\int_{١}^{٢} ن(س)\, ؤس = \int_{٣}^{٢} (ن(س) - ٢)\, ؤس$، فما قيمة $\int_{١}^{٣} ن(س)\, ؤس$؟

أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) -٢

١٥) اذا علمت أن $\int س^{٢} جتاس\, ؤس = س^{٢} جاس + \int ع\, ؤن$، فما قيمة $ع\, ؤن$؟

أ) $س جاس\, ؤس$ ب) $س جتاس\, ؤس$ ج) $٢س جاس\, ؤس$ د) $-٢س جاس\, ؤس$

١٦) ما الجزء التخيلي للعدد المركب $ت + ٢ت^{٢} + ٤ت^{٣}$؟(محذوف)

أ) -٣ ب) $-٣ت$ ج) -٢ د) ٢

١٧) ما النظير الضربي $(ع^{-١})$ للعدد المركب $ع = ٣ + ٤ت$؟(محذوف)

أ) $ع^{-١} = ٣ - ٤ت$ ب) $ع^{-١} = ٤ + ٣ت$ ج) $ع^{-١} = \frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٥} ت$ د) $ع^{-١} = \frac{٤}{٢٥} - \frac{٣}{٢٥} ت$

١٨) ما قيمة $\frac{٢ت}{١ + ت} + \frac{١ + ت}{١ - ت}$؟(محذوف)

أ) $١ + ٢ت$ ب) $٢ + ت$ ج) $٤ + ٢ت$ د) $١ - ٢ت$

١٩) ما سعة العدد المركب $ع = (٣ + ٣ت)^{٢}$؟(محذوف)

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

٢٠) اذا كان $ع = ا + ب ت$، فما العبارة الصحيحة دائماً فيما يلي؟(محذوف)

أ) $\overline{ع} = \frac{١}{ع}$ ب) $ع^{-١} = ا - ب ت$ ج) $ع^{٢} - \overline{ع}^{٢} = ٤ا ب ت$ د) $|\overline{ع}| = \sqrt{ا^{٢} - ب^{٢}}$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الأسطل

السؤال الثاني:(٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{٢}^{٤} (٨س - ٣)$ دس

ب) اذا كان ت(س) $= \begin{cases} س^{٢} + جس - ٨ \ ، \ ١ \geq س \geq ٢ \\ س^{٣} - اس + ب \ ، \ ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل ن(س) في الفترة [١، ٤]، فجد :

١) قيم الثوابت ا، ب، جـ

٢) $\int_{١}^{٣} ن(س)$ دس

السؤال الثالث:(٢٠ علامة)

أ) جد التكاملات التالية : ١) $\int_{١}^{هـ^{٢}} ٢س لـو_{هـ} س$ دس

٢) $\int \frac{٤ جاس}{٣ + جا^{٢} س}$ دس (محذوف)

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند أي نقطة عليه يساوي (ا س $-$ ٣س^{٢}) ، جد قاعدة ن(س) علما بأن المستقيم س + ص = ٤ يمس منحنى الاقتران عند النقطة (١ ، ن(١))

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) حل المعادلة ع^{٣} $-$ ١ = ٠ حيث ع عدد مركب (محذوف)

ب) اذا كان ع$_{١}$ = ٢ت ، ع$_{٢}$ = ١ + ت (محذوف)

١) جد $\frac{٢ + ٣ت}{ع_{١} . ع_{٢}}$

٢) اكتب ع$_{٢}$ بالصورة القطبية

ج) احسب مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحددة بمنحنيي الاقترانين ن(س) = ٩ $-$ س^{٢} ، هـ(س) = ٩ $-$ س والمحورين الاحداثيين

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) أوجد علاقة بين س، ص حيث $\frac{ص}{س}$ دص = (س + جا^{٢} ص $-$ ١ $-$ س جا^{٢} ص)^{٢} (محذوف)

ب) إذا كان ع^{٢} = ٢١ $-$ ٢٠ت حيث ع ∈ ك ، فما قيم المقدار ع + ت ؟ (محذوف)

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) باستخدام التكامل، احسب حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى ن(س) = س^{٢} + ٤س + ٤ ومحوري السينات والصادات والواقعة في الربع الثاني دورة كاملة حول محور السينات (محذوف)

ب) جد $\int \frac{(س + ١)^{٣}}{(س^{٢} + ٢س + ٤)^{٦}}$ دس

أجهاد عدوان... أفاطمة الاسطل

الانجاز	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠١٩م الورقة الثانية	الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ب	ب	ج	ج	د	ج	ب	ج	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	أ	د	أ	د	أ	د	أ	د	ج

السؤال الثاني:

أ $\int_{٢}^{٤}(٨س-٣)$ ء$س$

نفرض ن$(س)=٨س-٣$ ، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٤،٢]$ ، نفرض $س_ر^{*}=س_ر=٢+\frac{٢}{ن}ر$

$$ك(ن،\sigma_{ن})=\sum_{١}^{ن}\frac{ب-ا}{ن}ن(س_ر^{*})=\sum_{١}^{ن}\frac{٢}{ن}٨(٢+\frac{٢}{ن}ر)-٣=\sum_{١}^{ن}\frac{٢}{ن}(\frac{١٦}{ن}ر+١٣)$$

$$=\frac{٢}{ن}(\frac{١٦}{ن}.\frac{ن(ن+١)}{٢}+١٣ن)=\frac{٢}{ن}(٨+٨ن+١٣ن)=٤٢+\frac{١٦}{ن}$$

$$\int_{٢}^{٤}ن(س)$$ ء$س=$ نهـــا$_{ن\to\infty}ك(ن،\sigma_{ن})=$ نهـــا$_{ن\to\infty}(٤٢+\frac{١٦}{ن})=٤٢+٠=٤٢$

ب ١) $ت(س)=\begin{cases}س^{٢}+جس-٨ ، ١\geq س\geq ٢\\ س^{٣}-اس+ب ، ٢>س\geq ٤\end{cases}$

بما أن $ت(١)=٠\Leftarrow ١+جـ-٨=٠\Leftarrow جـ=٧\leftarrow(١)$ ، كما أن ت$(س)$ متصل دائما (وبشكل خاص عند س=٢)

نهـــا$_{س\to٢^{-}}ت(س)=$ نهـــا$_{س\to٢^{+}}ت(س)\Leftarrow ٤+١٤-٨=٨-١٢+ب\Leftarrow ١٠=٨-١٢+ب$

$\Leftarrow ١٢-ب=-٢\leftarrow(٢)$

بما أن ن متصل $\Leftarrow ت'(س)=ن(س)\Leftarrow ت'(س)=\begin{cases}٣س^{٢}-ا ، ٢>س>١\\ ٢س+٧ ، ٤>س>٢\end{cases}$

$ت'(٢)^{+}=ت'(٢)^{-}\Leftarrow ١٢-ا=١١\Leftarrow ا=١$ ، $\Leftarrow ٢-ب=-٢\Leftarrow ب=٤$

$\therefore ت(س)=\begin{cases}س^{٢}+٧س-٨ ، ١\geq س\geq ٢\\ س^{٣}-س+٤ ، ٢>س\geq ٤\end{cases}$

٢) $\int_{١}^{٣}ن(س)$ ء$س=ت(٣)-ت(١)=(٢٧-٤+٤)-٠=٢٨$

اجتهاد عدول... إفاطمه الاسطل

السؤال الثالث:

[أ] ١) $\int_{1}^{e^2} 2س لو_{e} س \, د س$ نكامل بالأجزاء

$ن = لو_{e} س \quad \swarrow \quad د ه = 2س د س$

$د ن = \frac{1}{س} د س \xrightarrow{\int} ه = س^2$

$\Leftarrow \int_{1}^{e^2} 2س لو_{e} س \, د س = ن \times ه - \int ه د ن = س^2 لو_{e} س |_{1}^{e^2} - \int_{1}^{e^2} س د س$

$= س^2 لو_{e} س - \frac{س^2}{2} |_{1}^{e^2} = (e^4 لو_{e} e^2 - \frac{e^4}{2}) - (0 - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2} e^4 + \frac{1}{2}$

٢) $\int \frac{4 جا س}{3 + جا^2 س} د س$ ، $(جا^2 س = 1 - جتا^2 س)$

$= \int \frac{4 جا س}{(1 - جتا^2 س) + 3} د س = \int \frac{4 جا س}{4 - جتا^2 س} د س$

نكامل بالتعويض بفرض $ص = جتا س \Leftarrow د ص = - جا س د س \Leftarrow د س = \frac{د ص}{- جا س}$

$\therefore \int \frac{4 جا س}{4 - جتا^2 س} د س = \int \frac{4 جا س}{4 - ص^2} \times \frac{د ص}{- جا س} = \int \frac{4}{ص^2 - 4} د ص$ نكامل بالكسور الجزئية

$\frac{4}{ص^2 - 4} = \frac{أ}{ص - 2} + \frac{ب}{ص + 2}$

$\Leftarrow 4 = أ(ص + 2) + ب(ص - 2)$

عندما $ص = 2 \Leftarrow 4 = 4أ \Leftarrow أ = 1$ ،

عندما $ص = -2 \Leftarrow 4 = -4ب \Leftarrow ب = -1$

$\int \frac{4}{ص^2 - 4} د ص = \int \frac{1}{ص - 2} د ص - \int \frac{1}{ص + 2} د ص$

$= لو_{e} |ص - 2| - لو_{e} |ص + 2| + جـ$

$= لو_{e} |جتا س - 2| - لو_{e} |جتا س + 2| + جـ$

[ب] ميل المماس عند أي نقطة يساوي $أ س - 3 س^2$

ميل المماس $|_{س=1}$ = ميل المستقيم

$\Leftarrow ن'(1) = -1 \Leftarrow أ - 3 = -1 \Leftarrow أ = 2$

كذلك $ن(1) = 4 - 1 = 3$ (لأن $س + ص = 4$)

$\therefore ن'(س) = 2س - 3س^2 \Leftarrow ن(س) = \int (2س - 3س^2) د س = س^2 - س^3 + جـ$

لكن $ن(1) = 3 \Leftarrow 3 = 1 - 1 + جـ \Leftarrow جـ = 3$ $\quad \therefore ن(س) = س^2 - س^3 + 3$

اجتهاد عدوان... إفاطمه الاسطل

السؤال الرابع:

أ $\Leftarrow (ع-1)(ع^2+ع+1)=0 \Leftarrow ع^3-1=0$

أما $ع=1$ أو $ع^2+ع+1=0 \Leftarrow ع=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}$

$\Leftarrow ع=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}ت$ أو $ع=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}ت$

ب $ع_1=2ت$ ، $ع_2=1+ت$

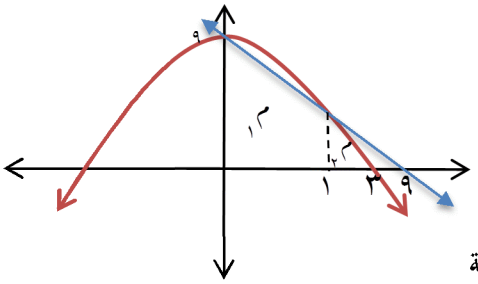
١) $ع_1 . ع_2=2ت(1+ت)=-2+2ت$

$\therefore \frac{ع_1}{ع_2}=\frac{2ت}{1+ت}\times\frac{2-2ت}{2-2ت}=\frac{-4+6ت+2}{8}=\frac{1}{4}+\frac{5}{4}ت$

٢) $ع_2=1+ت \Leftarrow |ع_2|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$جاه=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $جتاه=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftarrow ه=\frac{\pi}{4}$

$ع_2=\sqrt{2}(جتا\frac{\pi}{4}+ت جا\frac{\pi}{4})$



جـ لمعرفة نقط تقاطع المنحنين نضع $٩-س^2=٩-س \Leftarrow س^2-س=0$

$\Leftarrow س(س-1)=0$ أما $س=0$ أو $س=1$

مساحة $م_1=\int_0^1(٩-س)ىس=٩س-\left|\frac{س^2}{2}\right|_0^1=٩-\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$ وحدة مربعة

مساحة $م_2=\int_1^3(٩-س^2)ىس=٩س-\left|\frac{س^3}{3}\right|_1^3=(٩-٢٧)-(\frac{1}{3}-٩)=٩+\frac{1}{3}=\frac{28}{3}$ وحدة مربعة

مساحة المنطقة المطلوبة $=م_1+م_2=\frac{17}{2}+\frac{28}{3}=\frac{51+56}{6}=\frac{107}{6}$ وحدة مربعة

السؤال الخامس:

أ $\frac{ىص}{ىس}=(س+جا^2ص-1-س جا^2ص)^2$

$\frac{ىص}{ىس}=(س-1+جا^2ص(1-س))^2$

$=((س-1)(1-جا^2ص))^2=(س-1)^2(جتا^4ص)$

$\frac{ىص}{جتا^4س}=(س-1)^2ىس \Leftarrow \int قا^4ص ىص=\int(س-1)^2ىس$

$\int قا^2ص(1+ظا^2ص)ىص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

$\Leftarrow \int قا^2ص ىص+\int قا^2ص ظا^2ص ىص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

$ظاص+\frac{1}{3}ظا^3ص=\frac{1}{3}(س-1)^3+جـ$

أ. جهاد عدوان :: أفاطمة الأسطل

ب | $ع^{٢} = ٢١ - ٢٠ت$ ، $ع \ni ك$ نجد ع حيث $ع = س + صت$

$(س + صت)^{٢} = ٢١ - ٢٠ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} + ٢س ص ت = ٢١ - ٢٠ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} = ٢١ ، ٢س ص = -٢٠ \leftarrow ص = \frac{-١٠}{س}$

$\Leftarrow س^{٢} - \frac{١٠٠}{س^{٢}} = ٢١ \Leftarrow س^{٤} - ٢١ س^{٢} - ١٠٠ = ٠$

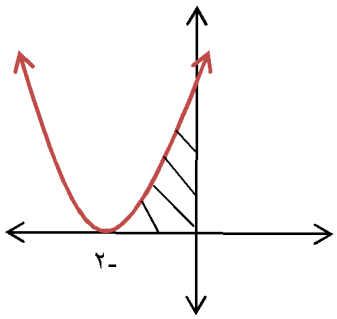
$\Leftarrow (س^{٢} - ٢٥)(س^{٢} + ٤) = ٠$

أما $س^{٢} = -٤$ مرفوض أو $س^{٢} = ٢٥ \Leftarrow س = \mp ٥ ، ص = \pm ٢$

أما $ع = -٥ + ٢ت$ أو $ع = ٥ - ٢ت$

$\Leftarrow$ أما $ع + ت = -٥ + ٣ت$ أو $ع + ت = ٥ - ت$

السؤال السادس:



أ | تقاطع مع محور السينات عندما $(س + ٢)^{٢} = ٠ \Leftarrow س = -٢$

حجم الجسم الناتج $= \pi \int_{-٢}^{٠} ص^{٢} (س) ؤس$

$= \pi \int_{-٢}^{٠} ((س + ٢)^{٢})^{٢} ؤس = \pi \int_{-٢}^{٠} (س + ٢)^{٤} ؤس$

$= \frac{\pi}{٥} (س + ٢)^{٥} \Big|_{-٢}^{٠} = \frac{\pi}{٥} (٢)^{٥} = \frac{٣٢}{٥} \pi$ وحدة مكعبة

ب | $= \int (س + ١)^{٣} (س^{٢} + ٢س + ٤)^{-٦} ؤس \int \frac{(س + ١)^{٣}}{(س^{٢} + ٢س + ٤)^{٦}} ؤس$

نفرض أن $ص = س^{٢} + ٢س + ٤ \Leftarrow ؤص = (٢س + ٢) ؤس \Leftarrow ؤس = \frac{ؤص}{٢(س + ١)}$

$\int (س + ١)^{٣} (س^{٢} + ٢س + ٤)^{-٦} ؤس = \int (س + ١)^{٣} \times ص^{-٦} \times \frac{ؤص}{٢(س + ١)}$

$= \frac{١}{٢} \int (س^{٢} + ٢س + ١) ص^{-٦} ؤص$

لكن $ص = س^{٢} + ٢س + ٤ \Leftarrow \boxed{ص - ٣ = س^{٢} + ٢س + ١}$

$= \frac{١}{٢} \int (ص - ٣) ص^{-٦} ؤص = \frac{١}{٢} \int (ص^{-٥} - ٣ص^{-٦}) ؤص = \frac{-١}{٨ص^{٤}} + \frac{٣}{٥ص^{٥}} + جـ$

$= \frac{-١}{٨(س^{٢} + ٢س + ٤)^{٤}} + \frac{٣}{٥(س^{٢} + ٢س + ٤)^{٥}} + جـ ، جـ \ni ع$

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ٧ /٨ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{لـو_{هـ} س}{س^{٢} - ١}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) ٢ د) ٤

٢) اذا كان $ن(س) = هـ^{س^{٢}}$ فما معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عندما $س = -١$؟

أ) $ص = -٢هـس - ٣هـ$ ب) $ص = -٢هـس + هـ$ ج) $ص = -٢هـس - هـ$ د) $ص = ٢هـس + هـ$

٣) اذا كان $س\Delta ص = س^{٢}\Delta س + س(\Delta س)^{٢}$ وكان $ص = ن(س)$ ، فما قيمة $ن'(٤)$؟

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٢٠

٤) اذا كان $س = جاص ، ص \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}[$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $\frac{س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ج) $\frac{-س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ د) $\frac{-١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

٥) اذا كان $ن(س) = س ك(س)$ وكان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-١ ، ٣]$ يساوي -٢، $ك(٣) = -٣$ ،فما قيمة $ك(-١)$؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

٦) اذا كان $ن(س) ، ك(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق على ح ، بحيث $ك'(س) = ن(س) ، ن'(س) = -ك(س)$ ،فما قيمة $ك^{(٤)}(س)$؟

أ) $ن(س)$ ب) $-ن(س)$ ج) $-ك(س)$ د) $ك(س)$

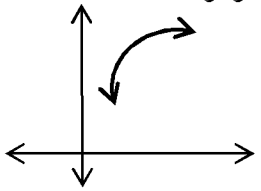
٧) اذا كان $ص = (جاس + جتاس)^{٢}$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$؟

أ) $جا٢س$ ب) $٢جتا٢س$ ج) $-٢جتا٢س$ د) $جتا٢س$

٨) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢ ، س \neq ٥ \\ ٢٠ ، س = ٥ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٥)$؟

أ) صفر ب) ٥ ج) ١٠ د) غير موجودة

٩) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$ ، معتمداً عليه ما العبارة الصحيحة فيما يلي؟



أ) $ن'(س) > ٠ ، ن''(س) < ٠$ ب) $ن'(س) > ٠ ، ن''(س) > ٠$

ج) $ن'(س) < ٠ ، ن''(س) > ٠$ د) $ن'(س) < ٠ ، ن''(س) < ٠$

١٠) إذا كان $ن(س) = س^{٢} + ٤س$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[١ ، ب]$ وكانت قيمة جـ تعينها النظرية تساوي $\frac{٥}{٢}$ فما قيمة ب؟

ب) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د) ٩

اجتهاد عدوان... أوطمه الأسطل

١١) اذا كان ن(س) = لـو جاس، س ∈ $\left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$ ، ما الفترة التي يكون فيها ن(س) متزايداً؟

أ) $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$ ب) $\left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$ ج) $\left[\frac{\pi}{٢}، \pi\right]$ د) $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٢}{٣}\right]$

١٢) اذا كان ن(س) = $\sqrt{٤س + س^{٢}}$ ، فما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) نقط حرجة؟

أ) −٢ ب) ٠ ، −٤ ج) −٢، −٤ د) ٠، −٢، −٤

١٣) اذا كان ن′(س) = (س^٤ + ٥)(٣ − س)^٥ (س − ٤)^٤ فما مجموعة قيم س الحقيقية التي يكون عندها نقط انعطاف للاقتران ن(س)؟

أ) {٣، ٤} ب) {٣، −٥} ج) {٣} د) {٣، ٤، −٥}

١٤) إذا كان ن(س) = س^٣ + ك س^٢ − ٩س، ك ∈ ح اقتراناً له نقطة انعطاف واحدة عند س = −١، فما ظل زاوية الانعطاف؟ (محذوف)

أ) −١٢ ب) صفر ج) ٣ د) ١٢

١٥) إذا كانت أ، ب مصفوفتان بحيث ب = $\begin{bmatrix} -٦ & ٢ & -١ \\ -٢ & -٨ & ٤ \end{bmatrix}$ ، ٢أ + ب = و ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي؟

أ) أ = $\frac{١}{٢}$ب ب) أ = ب ج) أ = −$\frac{١}{٢}$ب د) أ = −ب

١٦) ما قيمة الثابت ك الموجبة التي تجعل المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ك-٢ & ٣ \\ ٢ & ك-١ \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٧) اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٥ \\ -٢ & -١ \end{bmatrix}$ ما قيمة ٣أ_{٣١} − ٢أ_{١٢} ؟

أ) −٤ ج) −١ ب) ١ د) ٤

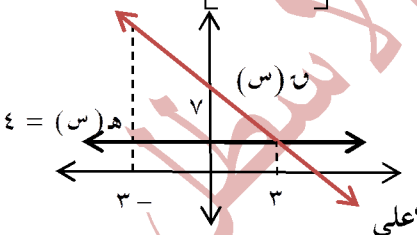
١٨) اذا كانت أ، ب، جـ، ثلاث مصفوفات من الرتب ٣×٢ ، ٢×ك ، ٤×ن على الترتيب، وكانت س = أ + بجـ فما قيمة المقدار ٢ن − ك×ن ؟

أ) −١٨ ب) −١٠ ج) صفر د) ١٠

١٩) اذا كانت أ^{−١} = $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$ ، ب^{−١} = $\begin{bmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فماذا يساوي المقدار (أ.ب)^{−١} ؟

أ) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ ٤ & -٥ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -٢ & -١٣ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ١٣ & ٢ \end{bmatrix}$

٢٠) الشكل المجاور يمثل منحنيي الاقترانين ن(س)، هـ(س)،
فماذا يكون الاقتران (هـ − ن)(س) في الفترة [−٣، ٣] ؟



أ) متناقصاً ب) متزايداً ج) ثابتاً د) مقعراً للأعلى

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ب = $\begin{bmatrix} س + ع & ٥٠ \\ -٢ص & \sqrt{ع} \end{bmatrix}$ ، ٢$\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٧ & ٤ \end{bmatrix}$ = جـ = $\begin{bmatrix} ٣٠ & ٤٨ \\ ١٢ & ١٦ \end{bmatrix}$

١) اوجد قيمة كل من س، ص، ع ٢) جد $\left(\frac{١}{٢}جـ\right)^{-١}$

أجوبة عدون... أفاطمة الأسطل

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ ، & -٣ \leq س < ١ \\ ٢س ، & ١ \leq س \leq ٥ \end{cases}$ ، (محذوف)

١) بين أن ق(س) يحقق شروط نظرية رول في $[-٣، ٥]$ ٢) اوجد قيمة/قيم جـ التي تعينها النظرية

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} − ٢س + هـ) ، اوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند س = ٠

ب) اذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ ، س ∈ $[-٢، ٦]$ ، أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) ٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س)

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان ص = أ جا^{٢}هـس + ب جتا^{٢}هـس حيث هـ ، أ ، ب أعدادا حقيقية. أثبت أن $\frac{ص''}{ص}$ = −٢هـ^{٢}

ب) حل النظام س + ٢ص = −١ ، س + ٤ص = ١ باستخدام طريقة جاوس. (محذوف)

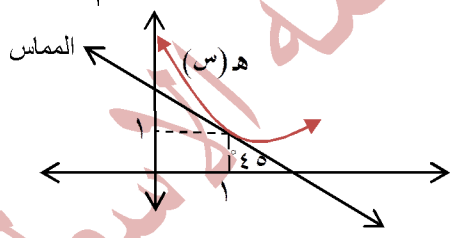
ج) اذا كان ق(س) = س^{٣} + بس^{٢} + جس + د ، ب ، جـ ، د ∈ ح حيث ق(٠) = ٤ ، وكان للاقتران ق(س) نقطة انعطاف عند س = ١ ، ومعادلة المماس لمنحنى ق(س) عند نقطة الانعطاف هي ٢س + ص − ٥ = ٠ أوجد قاعدة الاقتران ق(س)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) يتحرك جسم وفق العلاقة ف = ٤جا^{٢}٢هـ + $\frac{١}{٢}$هـ ، هـ ∈ $[٠، \frac{\pi}{٢}]$ جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته $\frac{٩}{٢}$ م/د.

ب) اذا كان ق(س) = $\frac{س}{س^{٢}+١}$ وكان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ(س) ، أوجد (ق × هـ)$'$(١)؟



السؤال السادس: (١٠ علامة)

أ) ثني سلك طوله ١٢ سم ليكون مثلثاً متساوي الساقين، جد اطوال المثلث والتي تجعل مساحته اكبر ما يمكن

ب) اذا كان ٢أ + ٣ب = $\begin{bmatrix} ٤ & -٦ \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$ ، أ + ب = $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ -١ & ٥ \end{bmatrix}$ حيث أ ، ب مصفوفتين، جد (أ.ب)

أجمل عبارات... أعاطفه الأسطر

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠١٩م
الورقة الأولى

دور ثاني

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ج	أ	ب	ج	د	ب	د	ب	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	أ	ج	د	ب	د	ج	ب

السؤال الثاني:

أ

١) $٢\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٤ & ١-\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٤ & ٧\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٤ & ٦\\ ٨ & ٢-\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٤ & ٧\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}س+ع & ٥٠\\ ٢ص- & \overline{ع أ}\end{bmatrix}$$

$\Leftarrow ١٦=-٢ص \Leftarrow ص=-٨، ٢=\overline{ع أ} \Leftarrow ع=٤$

$\Leftarrow ٣٦=س+ع \Leftarrow ٣٦=س+٤ \Leftarrow س=٣٢$

$$ب=\begin{bmatrix}س+ع & ٥٠\\ ٢ص- & \overline{ع أ}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٣٦ & ٥٠\\ ١٦ & ٢\end{bmatrix}$$

٢) $\frac{١}{٢}جـ=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٣٠ & ٤٨\\ ١٢ & ١٦\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}١٥ & ٢٤\\ ٦ & ٨\end{bmatrix}$

$$\left|\frac{١}{٢}جـ\right|=١٥\times٨-٢٤\times٦=-٢٤$$

$$(\frac{١}{٢}جـ)^{-١}=\frac{١}{\left|\frac{١}{٢}جـ\right|}\begin{bmatrix}٨ & ٢٤-\\ ٦- & ١٥\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{١}{٤} & \frac{١-}{٣}\\ \frac{٥-}{٨} & ١\end{bmatrix}$$

هالة عدوان... إفاطمه الأسطل

ب ١) ن(س) = { س٢ + ١ ، −٣ ≤ س < ١ ; ٢س ، ١ ≤ س ≤ ٥ } نبحث في شروط نظرية رول على [−٣، ٥]

ن(س) متصل في [−٣، ١[لانه كثير حدود ، ن(س) متصل في]١، ٥] لانه كثير حدود

عند س = ١ ⇐ نهـــا ن(س) = ٢ = نهـــا ن(س) = ن(١)
س←١+ س←١−

اذن ن متصل عند [−٣، ٥]

⇐ ن(س) متصل عند س = ١

ن′(س) = { ٢س ، −٣ < س < ١ ; ٢ ، ١ < س < ٥ }

ن′(١)+ = ٢ ، ن′(١)− = ٢ ⇐ ن′(١) = ٢

∴ ن(س) قابل للاشتقاق في]−٣، ٥[

تحقق شروط نظرية رول على ن(س) في [−٣، ٥]

⇐ E جـ ∈]−٣، ٥[: ن′(جـ) = ٠

٢) لإيجاد قيمة/ قيم جـ

ن′(جـ) = ٠ ⇐ ١) عندما −٣ < جـ < ١ ⇐ ٢جـ = ٠ ⇐ جـ = ٠

٢) عندما ١ < جـ < ٥ ⇐ ٢ = ٠ وهذا غير ممكن

السؤال الثالث:

أ ن(س) = لـو هـ (س٢ − ٢س + هـ)

عندما س = ٠ ⇐ ن(٠) = لـو هـ هـ = ١ ، (نقطة التماس هي (١، ٠))

ن′(س) = (٢س − ٢) / (س٢ − ٢س + هـ)

ن′(٠) = م المماس = −٢ / هـ

ميل العمودي = −١ / م المماس = هـ / ٢

معادلة العمودي على المماس عند (١، ٠) هي ص − ص١ = −١ / م المماس (س − س١) ⇐ ص − ١ = هـ/٢ (س − ٠)

⇐ ص = هـ/٢ س + ١

أجوبة سؤال... إفاطمه الأسطل

ب | ن(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} − ٩س + ٥ ، س ∈ [−٢ ، ٦]

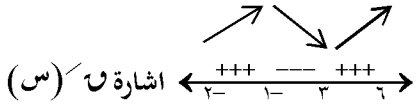
ن متصل لانه كثير حدود

ن ´(س) = ٣س^{٢} − ٦س − ٩

ن ´(س) = ٠ ⇐ ٣س^{٢} − ٦س − ٩ = ٠

س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠

⇐ (س − ٣)(س + ١) = ٠ ⇐ س = ٣ ، س = −١



ن(س) متزايد [−٢ ، −١] وكذلك في [٣ ، ٦]

ن(س) متناقص [−١ ، ٣]

٢) ن(−٢) = −٨ − ١٢ + ١٨ + ٥ = ٣ قيمة صغرى محلية (بداية تزايد)

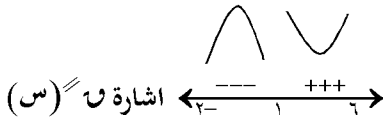
ن(−١) = −١ − ٣ + ٩ + ٥ = ١٠ قيمة عظمى محلية للاقتران ن(س)

ن(٣) = ٢٧ − ٢٧ − ٢٧ + ٥ = −٢٢ قيمة صغرى محلية للاقتران ن(س)

ن(٦) = ٢١٦ − ١٠٨ − ٥٤ + ٥ = ٥٩ قيمة عظمى محلية للاقتران ن(س)

٣) ن ´´(س) = ٦س − ٦

نضع ن ´´(س) = ٠ ⇐ ٦س − ٦ = ٠ ⇐ س = ١



ن(س) مقعر للاسفل [−٢ ، ١] ، مقعر للاعلى في [١ ، ٦]

السؤال الرابع:

أ | ص = ا جاهـ س + ب جتاهـ س

ص ´ = اهـ جتاهـ س − بهـ جاهـ س

ص ´´ = −اهـ^{٢} جاهـ س − بهـ^{٢} جتاهـ س = −هـ^{٢}(ا جاهـ س + ب جتاهـ س) = −هـ^{٢} ص

$\frac{ص''}{ص} = -هـ^{٢}$

ب | س + ٢ص = −١ ، س + ٤ص = ١

نكون المصفوفة الممتدة $\overline{أ} = \left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ١ & ٤ & ١ \end{array}\right]$

$\left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ١ & ٤ & ١ \end{array}\right] \xleftarrow{ص_{٢} - ص_{١}} \left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ & ٢ \end{array}\right]$

ومنها ٢ص = ٢ ⇐ ص = ١

كذلك س + ٢ص = −١ ⇐ س + ٢ = −١ ⇐ س = −٣

أ/ جهاد عدوان .. أ/ فاطمه الاسطل

جـ $ن(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + ء$

$ن(٠) = ٤ \Leftarrow ء = ٤$

$ن'(س) = ٣س^{٢} + ٢ب س + جـ$

$ن''(س) = ٦س + ٢ب$

بما أن الاحداثي السيني لنقطة الانعطاف هو ١

$\Leftarrow ن''(١) = ٠ \Leftarrow ٦ + ٢ب = ٠ \Leftarrow ب = -٣$

معادلة المماس هي $٢س + ص - ٥ = ٠ \Leftarrow ص = ٥ - ٢س$

ميل المماس عند $س = ١$ يساوي -٢

$\Leftarrow ن'(١) = -٢ \Leftarrow ٣ + ٢ب + جـ = -٢ \Leftarrow ٣ + -٦ + جـ = -٢ \Leftarrow جـ = ١$

$\Leftarrow ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + س + ٤$

السؤال الخامس:

أ $ف = ٤جا^{٢}٢ن + \frac{١}{٢}ن ، ن \in [٠ ، \frac{\pi}{٢}]$

$ع = ف' = ٨جا٢ن جتا٢ن \times ٢ + \frac{١}{٢} = ١٦ جا٢ن جتا٢ن + \frac{١}{٢} = ٨جا٤ن + \frac{١}{٢}$

$ت = ٣٢ جتا٤ن$

لكن عندما $ع = \frac{٩}{٢} \Leftarrow ٨جا٤ن + \frac{١}{٢} = \frac{٩}{٢} \Leftarrow ٨جا٤ن = ٤ \Leftarrow جا٤ن = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow$ اما $٤ن = \frac{\pi}{٦} \Leftarrow ن = \frac{\pi}{٢٤}$ أو $٤ن = \frac{\pi ٥}{٦} \Leftarrow ن = \frac{\pi ٥}{٢٤}$

$|ت|_{ن = \frac{\pi}{٢٤}} = ٣٢ جتا\frac{\pi}{٦} = ١٦\sqrt{٣}$ م/د^{٢}

كذلك $|ت|_{ن = \frac{\pi ٥}{٢٤}} = ٣٢ جتا\frac{\pi ٥}{٦} = -١٦\sqrt{٣}$ م/د^{٢}

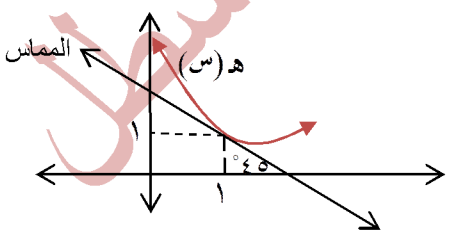
ب $ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ١} \Leftarrow ن(١) = \frac{١}{٢}$

$ن'(س) = \frac{١(س^{٢} + ١) - س \times ٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$

$ن'(١) = \frac{٢ - ٢}{٤} = ٠$

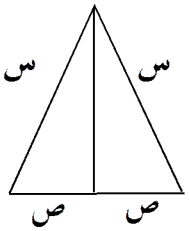
من الشكل $هـ(١) = ١ ، هـ'(١) = -ظا٤٥ = -١$

$(ن \times هـ)'(١) = ن(١) \times هـ'(١) + ن'(١) \times هـ(١) = ١- \times \frac{١}{٢} + ٠ = -\frac{١}{٢}$



أ/ جهاد عدوان ... أفاضه الإسلام

السؤال السادس:



أ نفرض طول احد ساقي المثلث س ، طول قاعدته ٢ ص

$\Leftarrow ٢س + ٢ص = ١٢ \Leftarrow س + ص = ٦ \Leftarrow س = ٦ - ص$

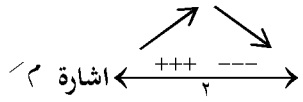
المساحة $م = \frac{١}{٢} \times ٢ص \times ع = ص \sqrt{س^{٢} - ص^{٢}}$

$م = ص \sqrt{(٦ - ص)^{٢} - ص^{٢}} = ص \sqrt{٣٦ - ١٢ص}$

$م' = \sqrt{٣٦ - ١٢ص} + ص(\frac{-١٢}{٢\sqrt{٣٦ - ١٢ص}})$

$م' = ٠ \Leftarrow \sqrt{٣٦ - ١٢ص} = \frac{٦ص}{\sqrt{٣٦ - ١٢ص}}$

$\Leftarrow ٣٦ - ١٢ص = ٦ص \Leftarrow ص = ٢$ (اكبر ما يمكن)



$ص = ٢ \Leftarrow س = ٤$

∴ اطوال اضلاع المثلث هي ٤،٤،٤

ب $٢أ + ٣ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٤- \\ ١٣ & ٦- \end{bmatrix}$ ، $أ + ب = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow -٢أ - ٢ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ١٠ & ٢- \end{bmatrix}$

بالجمع $\Leftarrow ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow أ = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} - ب = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

$أ.ب = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$

أجوبة عدول أ. فاطمة الأسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الإنجاز"
لعام ٢٠١٩

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: ٨ /٨ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان ك(س)،هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ق(س) ، وكان ق(٢) = ٩، ق`(٢) = ٤ فما قيمة (ك هـ − ٣هـ)`(٢) ؟

أ) −٨ ب) صفر ج) ٨ د) ١٨

٢) اذا كان ق(س) اقترانا متصلا على مجاله وكان $\int$ ق(س) ؤس = س^{٣} − لـو$_{هـ}$ س + جـ، فما قيمة ق`(١) ؟

أ) ٧ ب) ٥ ج) ٢ د) −٢

٣) اذا كان ق`(س) − هـ^{س} = ٢ وكان ق(١) = هـ ، فما قيمة ق(٠)؟

أ) صفر ب) −٢ ج) −١ د) ١

٤) ما ناتج $\int$ جاس قاس ؤس ؟

أ) لـو$_{هـ}$|جاس| + جـ ب) −لـو$_{هـ}$|جتاس| + جـ ج) لـو$_{هـ}$|جتاس| + جـ د) −لـو$_{هـ}$|جاس| + جـ

٥) ما قيمة $\int$ لـو$_{هـ}$ هـ^{٢} ؤس ؟

أ) ٢س + جـ ب) هـ^{٢}س + جـ ج) هـ^{٢} + جـ د) هـس + جـ

٦) اذا كانت σ$_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [١، ٦] وكان طول الفترة الجزئية = $\frac{١}{٤}$، فما قيمة العنصر الثامن في هذه التجزئة؟

أ) $\frac{٢٣}{٤}$ ب) $\frac{٢٢}{٤}$ ج) ٦ د) ٤

٧) بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٦ن + ٢، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٠ م ب) ١٢ م ج) ١٤ م د) ١٦ م

٨) إذا كان $\int \frac{أ}{(س+١)^{٢}}$ ؤس = $\frac{٢}{س+١}$ + جـ ، فما قيمة الثابت أ ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ١ د) ٢

٩) ما قيمة $\int_{٢}^{٠} (س-١)$ ؤس + $\int_{٧}^{٠} \frac{١-س^{٢}}{س+١}$ ؤس؟

أ) $\int_{٢}^{٠} (١-س)$ ؤس ب) $\int_{٧}^{٠} (س-١)$ ؤس ج) $\int_{٢}^{٧} (س-١)$ ؤس د) $\int_{٢}^{٧} (١-س)$ ؤس

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الأسطل

١٠) إذا كان $\int_{١}^{٨} ن(س)\,د س = ٨$، فما قيمة $\int_{٧}^{٣} ٤ن(س-٢)\,د س$؟

أ) ٣٢ ب) ١٤ ج) -٨ د) -٣٢

١١) ما قيمة $\int_{-٢}^{٣} |٢س|\,د س$؟

أ) ١٣ ب) ١٠ ج) ٩ د) ٥

١٢) اذا كان $\int_{١}^{س} ن(ص)\,د ص = |س^{٢} - ٣س + ٢|$، ن(س) متصل، فما قيمة ن(١)؟

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) ٢

١٣) اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند أي نقطة عليه يساوي $\frac{٢س}{س^{٢} + هـ}$، فما قاعدة ن(س) علماً أن منحناه يمر بالنقطة (٣،٠)؟

أ) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٣$ ب) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٤$ ج) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٢$ د) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) - ٢$

١٤) إذا كان $ن(س) = \int_{١}^{س} \frac{١}{١ + هـ^{ع}}\,د ع$، فما قيمة $ن'(٢)$؟

أ) -١ ب) صفر ج) $لـو_{هـ}٢$ د) ٢

١٥) إذا علمت أن $\int_{-١}^{٤} ٢ن(س)\,د س = ٢٤$، وكان $ن(\sigma_{ن}، ن) = \frac{(ن+١)(٢ن+١)}{٦ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١، ٤]$، فما قيمة الثابت $ن$؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

١٦) ما قيمة المقدار $١ + ت + ت^{٢} + ت^{٣}$؟(محذوف)

أ) $٢ - ت$ ب) $٢ت$ ج) صفر د) ٢

١٧) ما الصورة القطبية للعدد المركب $ع = -١ + ت$؟(محذوف)

أ) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{\pi}{٤} + ت جا\frac{\pi}{٤})$ ب) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{\pi ٧}{٤} + ت جا\frac{\pi ٧}{٤})$

ج) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{\pi ٥}{٤} + ت جا\frac{\pi ٥}{٤})$ د) $ع = \sqrt{٢}(جتا\frac{\pi ٣}{٤} + ت جا\frac{\pi ٣}{٤})$

١٨) ما قيمة المقدار $\frac{١٠٠}{(ت-١)(ت-٣)}$؟(محذوف)

أ) $١٠ + ٢٠ت$ ب) $١٠ - ٢٠ت$ ج) $-١٠ + ٢٠ت$ د) $-٢٠ + ١٠ت$

١٩) اذا كان $\frac{ت}{ت+١} = \frac{١+ت}{أ}$، فما قيم الثابت $أ$؟(محذوف)

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

٢٠) اذا كان $ع = أ + ب ت$، فما العبارة الصحيحة دائما فيما يلي؟(محذوف)

أ) $ع \times ع^{-١} = ت$ ب) $|ت ع| = \sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ ج) $ع^{٢} = (\overline{ع})^{٢}$ د) $|\overline{ع}| = \sqrt{أ^{٢} - ب^{٢}}$

اجتهاد عدوان... أفاظه الأنسطل

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) استخدام تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{0}^{3}(٥-٤س)\,د س$.

ب) إذا كان $ن(س)=\begin{cases}٦س^{٢}-١٢ ، ١\geq س\geq ٢\\ ٢س+٨ ، ٢<س\leq ٤\end{cases}$ فجد الاقتران المكامل ت(س) في الفترة $[٤،١]$

ج) أوجد الجذور التربيعية للعدد المركب ع = ٥ + ١٢ ت .(محذوف)

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) جد التكاملات التالية: ١) $\int\frac{س}{س^{٤}+س^{٢}}\,د س$ ٢) $\int_{١}^{٣}\frac{-٧+س}{س^{٢}+س-٢}\,د س$ (محذوف)

ب) جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى $ص^{٢}=س$ والمستقيم $ص=\frac{١}{٢}س$ دورة كاملة حول محور السينات(محذوف)

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) يسير جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت=٢ع^{\frac{٢}{٣}}$ ، حيث ت تسارع الجسم، ع سرعة الجسم، فإذا تحرك الجسم من السكون، فما سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني من بدء الحركة؟(المسافة المقطوعة بالأمتار)

ب) بدون حساب التكامل أثبت أن: $\int_{٢}^{٤}(س^{٢}+٣)\,د س\leq\int_{٢}^{٤}(٣س+١)\,د س$

ج) اذا كان $ع_{١}=\frac{٣٦-٢ت}{٣-ت}$ ، $ع_{٢}=١-٢ت$ ، جد $ع_{١}+ت ع_{٢}$ (محذوف)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) إذا كان $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}جتاس ن(س)\,د س=\frac{\pi}{٦}$ ، $ن(\frac{\pi}{٢})=\frac{\pi}{٣}$ فما قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}جاس ن'(س)\,د س$ ؟

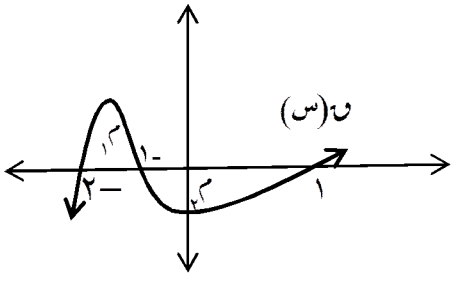
ب) حل المعادلة $ع^{٢}+ت ع+٢=٠$ ، حيث $ع\ni ك$.(محذوف)

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ص = ن(س) عند أي نقطة عليه (س ، ص) يساوي $٢س\sqrt{لـو_{هـ}\,س^{٢}+١٤}$ ، فما قاعدة الاقتران ص = ن(س) علما بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ ، ٢) .

ب) في الشكل المجاور، احسب $\int_{-١}^{٢}س ن(س^{٢}-٣)\,د س$

علما بأن $م_{١}=٤$ وحدات مربعة، $م_{٢}=١٢$ وحدة مربعة.



أ.جهاد عدوان .. إفاطمه الأسطل

دور ثاني	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠١٩م الورقة الثانية	الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	أ	ج	ب	أ	أ	د	أ	ج	د
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	أ	ب	ج	ب	ج	ج	د	أ	د	ب

السؤال الثاني:

أ $\int_{ب}^{٣} (٥ - ٤س) ؤس$

نفرض $ن(س) = ٥ - ٤س$ ، $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[٠، ٣]$ ، نفرض $س_ر^* = س_ر = \frac{٣ر}{ن}$

$$ن(\sigma_ن، ب) = \sum_{ر=١}^{ن} ن(س_ر^*) \frac{٣}{ن} = \sum_{ر=١}^{ن} (٥ - ٤ \times \frac{٣ر}{ن}) \frac{٣}{ن} = ٣ - \sum_{ر=١}^{ن} (٥ - \frac{١٢ر}{ن}) \frac{٣}{ن}$$

$$= ٣ - (٥ن - \frac{١٢}{ن} \cdot \frac{ن(ن+١)}{٢}) \frac{٣}{ن} = ٣ - (٥ن - ٦ن - ٦) = \frac{١٨}{ن} - ٣$$

$$\therefore \int_{ب}^{٣} ن(س_ر) ؤس = \lim_{ن \to \infty} ن(\sigma_ن، ب) = \lim_{ن \to \infty} (\frac{١٨}{ن} - ٣) = -٣$$

ب $ن(س) = \begin{cases} ٦س^٢ - ١٢ ، ١ \geq س \geq ٢ \\ ٢س + ٨ ، ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$

١) $١ \geq س \geq ٢ \Leftarrow ت(س) = \int_{١}^{س} (٦ص^٢ - ١٢) ؤص = ٢ص^٣ - ١٢ص |_{١}^{س}$

$$= ٢س^٣ - ١٢س + ١٠$$

٢) $٢ < س \geq ٤ \Leftarrow ت(س) = \int_{١}^{٢} (٦ص^٢ - ١٢) ؤص + \int_{٢}^{س} (٢ص + ٨) ؤص$

$$= (٢س^٣ - ١٢س |_{١}^{٢}) + (ص^٢ + ٨ص |_{٢}^{س}) = ((١٦ - ٢٤) - (٢ - ١٢)) + (س^٢ + ٨س - (٤ + ١٦))$$

$$= س^٢ + ٨س - ٢٠ = س^٢ + ٨س - ١٨$$

$ت(س) = \begin{cases} ٢س^٢ - ١٢س + ١٠ ، -٣ \geq س > -١ \\ س^٢ + ٨س - ١٨ ، -١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

إعداد: عدوان أبو فاطمة الأسطل

جـ ع = ٥ + ٢ ١ت نفرض ان س + صت هو أحد الجذرين التربيعين للعدد ٥ + ٢ ١ت ، س، ص∈ع

$(س + صت)^{٢} = ٥ + ٢ ١ت$

$س^{٢} - ص^{٢} + ٢س ص ت = ٥ + ٢ ١ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} = ٥ ، ٢س ص = ١٢ \Leftarrow س = \frac{٦}{ص}$

$\therefore س^{٢} - ص^{٢} = \frac{٣٦}{ص^{٢}} - ص^{٢} = ٥ \Leftarrow ص^{٤} + ٥ص^{٢} - ٣٦ = ٠$

$\Leftarrow (ص^{٢} + ٩)(ص^{٢} - ٤) = ٠$

اما $ص^{٢} = ٤ \Leftarrow ص = \pm ٤$ أو $ص^{٢} = -٩$ (مرفوض)

$\Leftarrow س = \frac{٦}{\pm ٤} = \pm \frac{٣}{٢}$

الجذران التربيعيان هما $\pm (\frac{٣}{٢} + ٤ت)$

السؤال الثالث:

أ ١) $\int \frac{س}{س^{٤} + س^{٢}} ؘس = \int \frac{س}{س^{٤}(١ + \frac{١}{س^{٢}})} ؘس = \int \frac{١}{س^{٣}(١ + \frac{١}{س^{٢}})} ؘس$

نفرض $ص = \frac{١}{س^{٢}} \Leftarrow ؘص = \frac{-٢س}{س^{٤}} = \frac{-٢}{س^{٣}} ؘس$

$\therefore \int \frac{١}{١ + ص} \times -\frac{١}{٢} ؘص = -\frac{١}{٢} لـو_{هـ} |١ + ص| + جـ = -\frac{١}{٢} لـو_{هـ} |١ + \frac{١}{س^{٢}}| + جـ$

٢) $\int_{٢}^{٣} \frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} ؘس$

$\frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} = \frac{أ}{س + ٢} + \frac{ب}{س - ١}$

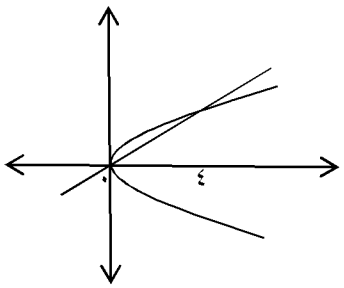
عندما $س = ١ \Leftarrow ٣ب = -٦ \Leftarrow ب = -٢$

عندما $س = -٢ \Leftarrow -٣أ = -٩ \Leftarrow أ = ٣$

$\therefore \int \frac{-٧ + س}{س^{٢} + س - ٢} ؘس = \int \frac{٣}{س + ٢} ؘس + \int \frac{-٢}{س - ١} ؘس = ٣ لـو_{هـ} |س + ٢| - ٢ لـو_{هـ} |س - ١|_{٢}^{٣}$

$= ٣ لـو_{هـ} ٥ - ٢ لـو_{هـ} ٢ - ٣ لـو_{هـ} ٢ + ٢ لـو_{هـ} ١ = ٣ لـو_{هـ} ٥ - ٤ لـو_{هـ} ٤$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمه الاسطل



ب $ص^{٢} = س \Leftarrow ص = \pm \sqrt{س}$ ، $ص = \frac{١}{٢}س$

نقاط تقاطع المنحنيين $\pm \sqrt{س} = \frac{١}{٢}س \Leftarrow س = \frac{١}{٤}س^{٢}$

$\Leftarrow \frac{١}{٤}س^{٢} - س = ٠ \Leftarrow س(\frac{١}{٤}س - ١) = ٠$

$\Leftarrow س = ٠ ، \frac{١}{٤}س = ١ \Leftarrow س = ٤$

$$\text{حجم} = \pi \int_{٠}^{٤} (س - (\frac{١}{٢}س)^{٢}) ؘس = \pi \left| \left(\frac{س^{٢}}{٢} - \frac{س^{٣}}{١٢} \right) \right|_{٠}^{٤}$$

$$= \pi \left[\frac{١٦}{٢} - \frac{٦٤}{١٢} \right] = \pi ٥ \text{ وحدة مكعبة}$$

السؤال الرابع:

أ $ت = ٢ع^{\frac{٢}{٣}} \Leftarrow \frac{ؘع}{ؘن} = ٢ع^{\frac{٢}{٣}} \Leftarrow \frac{ؘع}{ع^{\frac{٢}{٣}}} = ٢ؘن$

$$\int ع^{-\frac{٢}{٣}} ؘع = \int ٢ؘن \Leftarrow ٣ع^{\frac{١}{٣}} = ٢ن + جـ$$

لكن تحرك الجسم من السكون $\Leftarrow ع(٠) = ٠$

$\Leftarrow ٣ \times ٠ = ٢ \times ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ٠$

$\therefore \quad ٣ \sqrt[٣]{ع} = ٢ن$

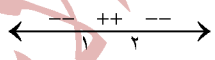
سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني $\quad ٣ \sqrt[٣]{ع} = ٣ \times ٢ \Leftarrow \sqrt[٣]{ع} = ٢ \Leftarrow ع = ٢^{٣} = ٨$ م/ث

ب $$\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) ؘس \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) ؘس$$

نفرض أن $ن(س) = ٣س + ١ - (س^{٢} + ٣) = -س^{٢} + ٣س - ٢$

نبحث في اشارة الاقتران $ن(س) = -س^{٢} + ٣س - ٢$

$\Leftarrow -س^{٢} + ٣س - ٢ = ٠ \Leftarrow (س - ١)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow س = ١ ، ٢$



بنلاحظ ان $ن(س) \geq ٠$ في الفترة $[١ ، ٢]$

$\Leftarrow ٣س + ١ \geq س^{٢} + ٣$ في الفترة $[١ ، ٢]$

أي أن $$\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) ؘس \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) ؘس$$

جـ $ع_{١} = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} ، ع_{٢} = ١ - ٢ت \Leftarrow ت ع_{٢} = ت + ٢$

$$ع_{١} + ت ع_{٢} = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} + (٢ + ت) = \frac{٣ + ت}{٣ + ت} \times \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت} + (٢ + ت)$$

$$= \frac{(٢ + ١٠٨) + (٦ - ٣٦)ت}{١٠} + (٢ + ت) = ١١ + ٣ت + ٢ + ت = ١١ + ٤ت$$

اجتهاد عدوان... أفاطمه الاسطل

السؤال الخامس:

أ) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس و(س) ى س$ ، $و(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{3}$ ، $و(\frac{\pi}{2}) = ؟$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جاس و'(س) ى س$ بالاجزاء

$و = جاس$ $\quad$ $ى ع = و'(س) ى س$

$ى و = جتاس ى س$ $\quad$ $ع = و(س)$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جاس و'(س) ى س = و(س) جاس \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس و(س) ى س = و(\frac{\pi}{2}) \times ١ - ٠ - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

ب) نفرض $ع = (س + ص ت)$

$ع^{٢} = (س + ص ت)^{٢} = س^{٢} - ص^{٢} + ٢ س ص ت$

$ت ع = -ص + س ت$

$\Leftarrow س^{٢} - ص^{٢} + ٢ س ص ت + س ت - ص + ٢ = ٠$

$\Leftarrow (س^{٢} - ص^{٢} - ص + ٢) + (٢ س ص + س) ت = ٠$

$س^{٢} - ص^{٢} - ص + ٢ = ٠$ ، $٢ س ص + س = ٠ \Leftarrow س(٢ ص + ١) = ٠$

أما $س = ٠ \Leftarrow - ص^{٢} - ص + ٢ = ٠ \Leftarrow ص^{٢} + ص - ٢ = ٠$

$\Leftarrow (ص + ٢)(ص - ١) = ٠ \Leftarrow ص = -٢$ ، $ص = ١$

أو $٢ ص + ١ = ٠ \Leftarrow ص = \frac{-١}{٢} \Leftarrow س^{٢} - \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} + ٢ = ٠ \Leftarrow س^{٢} + ٢\frac{١}{٤} = ٠$

$س^{٢} = -٢\frac{١}{٤}$ مرفوض

$\therefore ع = -٢ ت$ ،

أ. جهاد عدوان .. أ. فاطمه الاسطل

السؤال السادس:

أ) ميل العمودي = $٢س\sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}$ ، ميل المماس $= ن'(س) = \dfrac{-١}{٢س\sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}}$

$$\Leftarrow ن(س) = -\frac{١}{٢}\int \frac{١}{س\sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}}\,ءس$$

نفرض ص $= \sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}$ بالتربيع $\Leftarrow$ ص^{٢} $= لـو_{هـ} س^{٢}+١٤$

$$٢ص\,ءص = \frac{٢س}{س^{٢}}\,ءس = \frac{٢}{س}\,ءس \Leftarrow ءس = س\,ص\,ءص$$

$$\Leftarrow ن(س) = -\frac{١}{٢}\int \frac{١}{س \times ص}\times س\,ص\,ءص = -\frac{١}{٢}\int ءص = -\frac{١}{٢}ص + جـ$$

$$ن(س) = -\frac{١}{٢}\sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}+جـ$$

(هـ، ٢) تحقق الاقتران ٢ $= -\frac{١}{٢}\sqrt{لـو_{هـ} هـ^{٢}+١٤}+جـ \Leftarrow جـ = ٤$

$$\therefore ن(س) = -\frac{١}{٢}\sqrt{لـو_{هـ} س^{٢}+١٤}+٤$$

ب) $\int_{-١}^{٢} س\,ن(س^{٢}-٣)\,ءس$

نفرض ص $= س^{٢}-٣ \Leftarrow ءص = ٢س\,ءس \Leftarrow ءس = \dfrac{ءص}{٢س}$

عندما س $= -١ \Leftarrow$ ص $= -٢$ ، س $= ٢ \Leftarrow$ ص $= ١$

$$\int_{-٢}^{١} س\,ن(ص)\times\frac{ءص}{٢س} = \frac{١}{٢}\int_{-٢}^{١} ن(ص)\,ءص \leftarrow (*)$$

$$م_{١} = \int_{-٢}^{-١} ن(س)\,ءس = ٤ \text{ ، } م_{٢} = \int_{-١}^{١} ن(س)\,ءس = -١٢$$

$$\text{من } (*) = \frac{١}{٢}\left(\int_{-٢}^{-١} ن(س)\,ءس + \int_{-١}^{١} ن(س)\,ءس\right) = \frac{١}{٢}(٤+-١٢) = -٤$$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الدورة: الاستكمالية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠ م

مدة الامتحان : ثلاث ساعات
التاريخ: ٧ /١٢ /٢٠١٩م
مجموع العلامات (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول : (٦٠ علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) ما قيمة $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س - ٤}$ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٥ د) غير موجودة

٢) ما قيمة $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(س^{٢} + هـ) - ن(س^{٢})}{هـ}$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}ن'(س^{٢})$ ب) $ن'(س^{٢})$ ج) $س ن'(س^{٢})$ د) $٢س ن'(س^{٢})$

٣) اذا كان $ن(س) = ٣هـ(س) + ٥$ ، وكان متوسط تغير الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي ٤، ما قيمة متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في نفس الفترة؟

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٢ د) ١٧

٤) اذا كان $ن(س) = س^{٣} ك(س) + ٥$ ، وكان $ك(١) = -٢، ن'(١) = ١$ فما قيمة $ك'(١)$ ؟

أ) -٢ ب) صفر ج) ٢ د) ٧

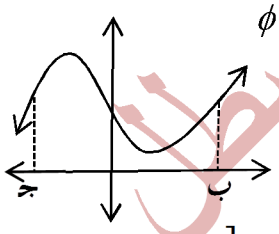
٥) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} - س ، ٠ \le س \le ١ \\ س - ١ ، ١ < س < ٣ \end{cases}$ ، فما قيم س التي يكون عندها نقط حرجة للاقتران $ن(س)$ في $[٠، ٣]$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}، ٠$ ب) $\frac{١}{٢}، ١، ٠$ ج) $\frac{١}{٢}، ١، ٣$ د) $٠، ١، ٣$

٦) اذا كان $ن'(س) = (٤ - س^{٢})^{٦}(س - ٣)^{٥}$ ، فما مجموعة قيم س التي عندها نقط انعطاف لمنحنى $ن(س)$؟

أ) $\{٣\}$ ب) $\{-٢، ٢\}$ ج) $\{-٢، ٢، ٣\}$ د) ϕ

٧) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$، معتمداً عليه،
ما الفترة التي تكون فيها $ن''(س) < ٠$



أ) $[جـ، ب]$ ب) $[٠، ب]$ ج) $[جـ، ٠]$ د) $]جـ، ب[$

٨) اذا كان $ن(س) = ٢س$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٢، ٣]$ ،فما قيم جـ التي تعينها النظرية ؟(محذوف)

أ) $جـ = ٢$ ب) $جـ = ٠$ ج) $جـ \in [٢، ٣]$ د) $جـ \in]٢، ٣[$

٩) ما قيمة/ قيم الثابت ك التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} ك & -٢ & ٣ \\ ١ & ٠ & ك \end{bmatrix}$ منفردة؟

أ) صفر ب) $-١، ٣$ ج) $١، -٣$ د) ٢

١٠) إذا كان $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} + س = ٣و$ ، فما المصفوفة التي تساوي س؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix}$

١١) ما قيمة $\int \frac{هـ^{س+٢}}{هـ^{س+١}}$ ءس

أ) $هـ^{س+١} + جـ$ ب) $س + جـ$ ج) $هـ س + جـ$ د) $هـ^{٢} س + جـ$

١٢) إذا كان $ن'(س) = ٢س + ٥$ ، فما قيمة $ن(٢) - ن(-٢)$؟

أ) صفر ب) ٨ ج) ٢٠ د) ٢٨

١٣) اذا علمت أن $\int_{٠}^{س} ن(ص)$ ءص $= س هـ^{س}$ ، وكان $ن(س)$ اقتراناً على الفترة $[٠ ، ٣]$، فما قيمة $ن(١)$؟

أ) هـ ب) ٢هـ ج) $هـ^{٢}$ د) ٣هـ

١٤) إذا كان $\int_{١+٣ب}^{٢-ب} ٧$ ءس $= ٣٥$ ما قيمة الثابت ب؟

أ) -٢ ب) -١ ج) ١ د) ٢

١٥) اذا كان $ن(س) = ٢س$ معرفاً على الفترة $[١ ، ٢]$، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١ ، ٢]$، فما قيمة $\lim_{ن \to \infty} مـ(\sigma_{ن} ، ن)$ ؟

أ) ٣ ب) ٢ ج) ١ د) غير موجودة

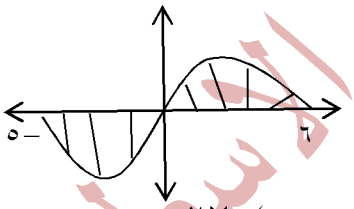
١٦) اذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ن(س)$ ءس $= ٨$، فما قيمة $\int_{١}^{٧} ن(س)$ ءس $- \int_{٣}^{٧} ن(س)$ ءس؟

أ) ٤ ب) ٨ ج) -٤ د) -٨

١٧) اذا كان $\int ن(س)$ ءس $= س^{٢} - اجتا \frac{١}{٢} س$، وكان $ن(\pi) = ٣\pi$ ، فما قيمة الثابت أ؟

أ) ٦π ب) -٢π ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) ٢π

١٨) اذا كانت مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور ٢٠ وحدة مربعة،



وكان $\int_{-٥}^{٠} ن(س)$ ءس $= ٧$، فما قيمة $\int_{٠}^{٦} ن(س)$ ءس؟

أ) ١١ ب) ١٣ ج) ١٤ د) ٢٧

١٩) ما قيمة المقدار $ت^{٥} - ت^{٤} + ت^{٣} - ت$ (محذوف)

أ) صفر ب) $-١ + ت$ ج) $-١ - ت$ د) $١ - ت$

٢٠) اذا كان $ع = ٢ + ٣ت$، فما قيمة $ع - \overline{ع}$؟(محذوف)

أ) ٦ت ب) ٤ ج) $-٦ت$ د) صفر

أجهاد عدوان .. أفاضله الأسطل

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) استخدم طريقة كريمر لحل النظام س + ٢ص = ٧ ، س − ٣ص = ٢

ب) اذا كان ق(س) = |٢س + ٢| معرفا على الفترة [− ٣ ، ٣] فجد الاقتران المكامل للاقتران ق(س) في تلك الفترة؟

ج) أوجد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي؟

١) ص = س لـو$_{هـ}$ س + $\sqrt{س}$ ٢) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ ٣) ص = $\frac{ع}{ع - ١}$ ، ع = ظاس + ٣

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = ٣ + ٦س^{٢} − ٢س^{٣} ، اوجد كل مما يلي:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) . ٢) القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) .

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ق(س) . ٤) نقطة الانعطاف للاقتران ق(س)

ب) احسب مساحة المنطقة المحدودة بمنحنيي الاقترانين ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ٢س + ٣

ج) اذا كان ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت ، فاكتب ع على الصورة ا + بت (محذوف)

السؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) إذا كان ب = $\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ع^{٢} \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ فجد ؟

١) قيم س ، ص ، ع ٢) $\left|\frac{١}{٢}ب\right|$

ب) جد التكاملات التالية:

١) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}$ جا^{٣} س ؤس ٢. $\int \frac{٢س - ٢}{س^{٢} - ٣س - ٤}$ ؤس (محذوف)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = اجاس ، هـ(س) = س^{٢} + ١ ، أوجد قيمة/ قيم الثابت ا علما بأن (هـ ∘ ق)$'$($\frac{\pi}{٦}$) = ٨$\sqrt{٣}$ ؟

ب) إذا كان ع = ا + ٢بت ، وكان ع.$\overline{ع}$ = ٢ب(ع + $\overline{ع}$) ، فبين أن ا = ٢ب (محذوف)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ا = $\begin{bmatrix} جاس & جتاس \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٠ & جا٢س \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix}$ ، بين أن ا^{٢} − ب = م$_{٢}$

ب) إذا كان $\int$ (ق$'$(س) + لـو$_{هـ}$ س) ؤس = اهـ$^{س^{٢}}$ − ٦ ، وكان ق$'$(١) = ٦هـ ، فما قيمة الثابت ا ؟

إعداد أ/ فاطمة الأسطل

الدورة الاستكمالية

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة

لعام ٢٠١٩م

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	ب	ج	د	أ	أ	ب	د	ب	د
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	ج	ب	ب	أ	أ	د	ب	ج	أ

السؤال الثاني:

أ) $س + ٢ص = ٧ ، س - ٣ص = ٢$

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٢ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & -٣ \end{vmatrix} = -٣ - ٢ = -٥$$

$$|أ_س| = \begin{vmatrix} ٧ & ٢ \\ ٢ & -٣ \end{vmatrix} = -٢١ - ٤ = -٢٥$$

$$|أ_ص| = \begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ - ٧ = -٥$$

$$س = \frac{|أ_س|}{|أ|} = \frac{-٢٥}{-٥} = ٥ ، ص = \frac{|أ_ص|}{|أ|} = \frac{-٥}{-٥} = ١$$

$س = ٥ ، ص = ١$

ب) $ق(س) = |٢س + ٢|$ نعيد التعريف $٢س + ٢ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$$ق(س) = \begin{cases} -٢س - ٢ ، -٣ \geq س > -١ \\ ٢س + ٢ ، -١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$$

١) $-٣ \geq س > -١ \Leftarrow ت(س) = \int_{-٣}^{س} (-٢ص - ٢) ؤص = -ص^٢ - ٢ص|_{-٣}^{س}$

$$= -س^٢ - ٢س - (-٩ + ٦) = -س^٢ - ٢س + ٣$$

هاد عدوان... أفاطمه الأسطل

٢) $-١ \geq س \geq ٣ \Leftarrow ت(س) = \int_{-٣}^{-١} (-٢س - ٢)ء س + \int_{-١}^{س} (٢ص + ٢)ء ص$

$= (-س^{٢} - ٢س\Big|_{-٣}^{-١}) + (ص^{٢} + ٢ص\Big|_{-١}^{س}) = ((-١ + ٢) - (-٩ + ٦)) + (س^{٢} + ٢س - (١ - ٢))$

$= ٤ + س^{٢} + ٢س + ١ = س^{٢} + ٢س + ٥$

$$ت(س) = \begin{cases} -س^{٢} - ٢س + ٣ ، & ٣ \geq س > -١ \\ س^{٢} + ٢س + ٥ ، & -١ \geq س \geq ٣ \end{cases}$$

جـ ١) $ص = س لـو_{هـ} س + \sqrt{س}$

$$\frac{ء ص}{ء س} = س \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س + \frac{١}{٢\sqrt{س}} = ١ + لـو_{هـ} س + \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

$$= \frac{٢\sqrt{س}(١ + لـو_{هـ} س) + ١}{٢\sqrt{س}} = \frac{٢\sqrt{س} + ٢\sqrt{س} لـو_{هـ} س + ١}{٢\sqrt{س}}$$

٢) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ نشتق $\frac{-١}{س^{٢}} - \frac{ص`}{ص^{٢}} = ٠ \Leftarrow -\frac{ص`}{ص^{٢}} = \frac{١}{س^{٢}} \Leftarrow ص` = -\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$

٣) $ص = \frac{ع}{ع - ١}$ ، $ع = ظاس + ٣$

$$ص = \frac{ع}{ع - ١} \Leftarrow \frac{ء ص}{ء ع} = \frac{-١ \times ء ع \times (ع - ١)}{(ع - ١)^{٢}} = \frac{١}{(ع - ١)^{٢}}$$

$ع = ظاس + ٣ \Leftarrow \frac{ء ع}{ء س} = قا^{٢} س$

$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{ء ص}{ء ع} \times \frac{ء ع}{ء س} = \frac{١}{(ع - ١)^{٢}} \times قا^{٢} س$ ، نعوض $ع = ظاس + ٣$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{١}{(ظاس + ٣) - ١)^{٢}} \times قا^{٢} س = \frac{قا^{٢} س}{(-ظاس - ٢)^{٢}} = \frac{قا^{٢} س}{(ظاس + ٢)^{٢}}$$

السؤال الثالث:

أ $ن(س) = ٣ + ٦س^{٢} - ٢س^{٣}$ متصل على ح لانه كثير حدود

١) $ن`(س) = ١٢س - ٦س^{٢}$

$\Leftarrow ن`(س) = ٦س(٢ - س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، س = ٢$

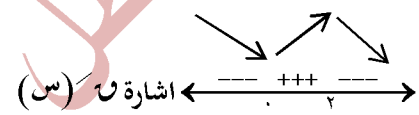
$ن(س)$ متزايد في $[٠ ، ٢]$، ومتناقص في $]-\infty ، ٠[،]٢ ، \infty[$

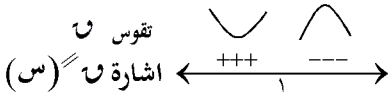
٢) $ن(٠) = ٣$ قيمة صغرى محلية ، $ن(٢) = ١١$ قيمة عظمى محلية

٣) $ن``(س) = ١٢ - ١٢س \Leftarrow ١٢(١ - س) = ٠ \Leftarrow س = ١$

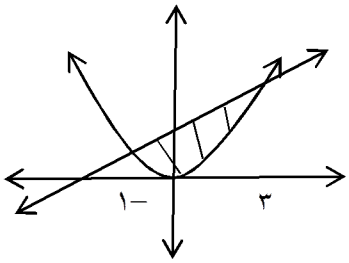
$ن(س)$ مقعر للاعلى في $]-\infty ، ١[$ ومقعر للأسفل في $]١ ، \infty[$

٤) النقطة $(١ ، ن(١))$ نقطة انعطاف لان $ن$ متصل وغير من طبيعة تقعره عند $س = ١$





أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الأسطل



ب | ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = ٢س + ٣

نجد التقاطع ق(س) = هـ(س) ⇐ س^{٢} = ٢س + ٣

⇐ س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠ ⇐ (س − ٣)(س + ١) = ٠ ⇐ س = ٣ ، س = −١

المساحة = $\int_{-١}^{٣}$ (هـ − ق) دس = $\int_{-١}^{٣}$ (٢س + ٣ − س^{٢}) دس = س^{٢} + ٣س − $\frac{س^{٣}}{٣}$ $\Big|_{-١}^{٣}$

= (٩ + ٩ − ٩) − (١ − ٣ + $\frac{١}{٣}$) = ١٠$\frac{٢}{٣}$ وحدة مربعة

جـ | ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت

(١ − ت)^{٦} = ((١ − ت)^{٢})^{٣} = (١ − ٢ت + ت^{٢})^{٣} = (−٢ت)^{٣} = −٨ت^{٣} = −٨(−ت) = ٨ت

ع = (١ − ت)^{٦} − ٤ت = ٨ت − ٤ت = ٤ت = ٠ + ٤ت

السؤال الرابع:

أ | ١) ب = $\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٢ & ع^{٢} \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٢س & ١٤ \\ ٦ & -٣ص \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} -٦ + ع^{٢} & ٦ + ٢ع^{٢} \\ ٦ & -١٨ \end{bmatrix}$

−٣ص = −١٨ ⇐ ص = ٦

٦ + ٢ع^{٢} = ١٤ ⇐ ٢ع^{٢} = ٨ ⇐ ع^{٢} = ٤ ⇐ ع = ±٢

٢س = −٦ + ع^{٢} = −٦ + ٢ × ٤ = ٢ ⇐ س = ١

٢) نعوض س = ١ ، ص = ٦

ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١٤ \\ ٦ & -١٨ \end{bmatrix}$ ⇐ $\frac{١}{٢}$ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٧ \\ ٣ & -٩ \end{bmatrix}$

$\left|\frac{١}{٢}ب\right|$ = ١ × −٩ − ٣ × ٧ = −٩ − ٢١ = −٣٠

أ/ جهاد عدوان .. أ/ فاطمه الاسطل

ب

١) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} جا^{3}س\,ds = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} جا^{2}س جاس\,ds = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (1-جتا^{2}س) جاس\,ds$

نفرض ص = جتاس $\Leftarrow$ ds ص = $-$جاس ds

س = ٠ $\leftarrow$ ص = ١ ، س = $\frac{\pi}{3}$ $\leftarrow$ ص = $\frac{1}{2}$

$$\int_{1}^{\frac{1}{2}} (1-ص^{2})(-ds) = \int_{1}^{\frac{1}{2}} (ص^{2}-1)\,ds = \left| \frac{ص^{3}}{3} - ص \right|_{1}^{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{24} - \frac{1}{2}) - (\frac{1}{3} - 1) = \frac{5}{24}$$

٢) $\int \frac{2س-2}{س^{2}-3س-4}\,ds$

$$\frac{2س-2}{(س-4)(س+1)} = \frac{أ}{س-4} + \frac{ب}{س+1} = \frac{أ(س+1)+ب(س-4)}{(س-4)(س+1)}$$

$\Leftarrow$ ب = $\frac{4}{5}$ ، أ = $\frac{6}{5}$

وبالتالي $\int \frac{2س-2}{س^{2}-3س-4}\,ds = \frac{6}{5}\int \frac{1}{س-4}\,ds + \frac{4}{5}\int \frac{1}{س+1}\,ds = \frac{6}{5}لـو_{هـ}|س-4| + \frac{4}{5}لـو_{هـ}|س+1| + جـ$

السؤال الخامس:

أ) ن(س) = اجاس $\Leftarrow$ ن´(س) = اجتاس ، هـ(س) = س^{2} + ١ $\Leftarrow$ هـ´(س) = ٢س

$$(هـ \circ ن)´(\frac{\pi}{6}) = هـ´(ن(\frac{\pi}{6})) \times ن´(\frac{\pi}{6}) \Leftarrow 8\sqrt{3} = هـ´(\frac{1}{2}) \times 1\frac{\sqrt{3}}{2} = 2(\frac{1}{2}) \times 1\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\Leftarrow \frac{أ^{2}}{2} = 8 \Leftarrow أ^{2} = 16 \Leftarrow أ = \pm 4$

ب

ع = أ + ٢ب ت ، ع.$\overline{ع}$ = ٢ب(ع+$\overline{ع}$)

$\overline{ع}$ = أ $-$ ٢ب ت ، ع + $\overline{ع}$ = ٢أ ، ع.$\overline{ع}$ = أ^{2} + ٤ب^{2}

ع.$\overline{ع}$ = ٢ب(ع+$\overline{ع}$) $\Leftarrow$ أ^{2} + ٤ب^{2} = ٢ب(٢أ) $\Leftarrow$ أ^{2} + ٤ب^{2} = ٤أب $\Leftarrow$ أ^{2} $-$ ٤أب + ٤ب^{2} = ٠

$\Leftarrow$ (أ $-$ ٢ب)(أ $-$ ٢ب) = ٠ $\Leftarrow$ أ = ٢ب

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمة الأسطل

السؤال السادس:

أ $أ = \begin{bmatrix} جاس & ٠ \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} جاس & جتاس \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٠ & جا٢س \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix}$

$$أ^{٢} = أ.أ = \begin{bmatrix} جاس & ٠ \\ جتاس & جاس \end{bmatrix}\begin{bmatrix} جاس & ٠ \\ جتاس & جاس \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} جا^{٢}س & ٠ \\ ٢جاس جتاس & جا^{٢}س \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow أ^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$أ^{٢} - ب = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & جا٢س \\ جا٢س & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = م_{٢}$$

ب $\int (ن'(س) + لـو_{هـ} س) ىس = اهـ^{س^{٢}} - ٦$

نشتق الطرفين $ن'(س) + لـو_{هـ} س = اهـ^{س^{٢}} \times ٢س$

نعوض $س = ١$

$ن'(١) + ٠ = اهـ \times ٢ \Leftarrow ٢اهـ = ٦هـ \Leftarrow ٢ = ٦ \Leftarrow ا = ٣$

أجمل حول... أفاطمه الأسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة الانجاز
لعام ٢٠٢٠ م

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان $ن(س)=\begin{cases} ٢س^{٢}+٤ ، س\neq ٢ \\ ٦س ، س=٢ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٢)$ ؟

أ) ٨ ب) ٦ ج) ١٢ د) غير موجودة

٢) ما قيمة $\lim_{س\to ٠} \frac{هـ^{س}-س-١}{س^{٢}}$ ؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) -١ د) ١

٣) اذا كان $ص=س^{٢}لو_{هـ}س$ ، حيث $س>٠$ ، فما قيمة $\left|\frac{دص}{دس}\right|_{س=هـ}$ ؟

أ) ٣هـ ب) $\frac{١}{٣}$هـ ج) $\frac{٣}{هـ}$ د) ٣

٤) اذا كان $ص=هـ^{أس}$ ، وكان $ص''+٣ص'=٠$ ، ١ص ، فما هي قيم أ ؟

أ) ٢، ٥ ب) −٢، ٥ ج) ٢، −٥ د) −٥، −٢

٥) إذا كان المستقيم $ص=\frac{٩}{٢}-\frac{١}{٢}س$ عموديا على منحنى $ن(س)=أس^{٢}-٤س+٥$ ، عند س=١ فما قيمة أ ؟

أ) −١ ب) $\frac{٧}{٤}$ ج) $\frac{-١}{٢}$ د) ٣

٦) قذف جسم رأسيا للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأقدام بعد ن ثانية معطى بالمعادلة : $ف(ن)=٩٦ن-١٦ن^{٢}$ ، فما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته $\frac{١}{٣}$ السرعة التي قذف بها ؟

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

٧) إذا كان $ن(س)=س^{٣}$ ، $هـ(س)=\frac{ب}{٢س-١}$ ، $س\neq\frac{١}{٢}$ ، $ب>٠$ ، وكان $(ن\circ هـ)'(١)=-٤٨$ ، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

٨) إذا كان $س^{٢}-سص+ص^{٢}=٣$ ، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (١، -١)؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ١ د) ٢

٩) إذا علمت أن الاقتران $ن(س)=\frac{(س^{٢}-٥س+٦)(س+ك)}{(س-٣)}$ ، $س\neq ٣$ ، يحقق شروط نظرية رول في الفترة المغلقة $[أ،ب]$، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ=٠ ، فما قيمة الثابت ك؟ (محذوف)

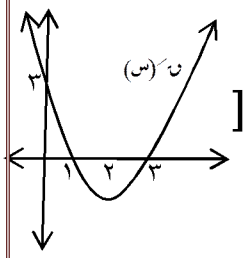
أ) ١ ب) −١ ج) ٢ د) −٢

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الأسطل

١٠) إذا كان ن(س) = س^{٢} − ٣٢ لـو$_{٢}$ س ، فما عدد القيم الحرجة للاقتران ن(س) على مجاله ؟

أ) صفر　　ب) ١　　ج) ٢　　د) ٣

** معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ن′(س) ، أجب عن الفقرتين (١١ ، ١٢) الآتيتين:



١١) ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ن(س) تحت جميع مماساته

أ)]١،٣[　　ب)]٢،∞[　　ج)]−∞،١[∪]٣،∞[　　د)]−∞،٢[

١٢) ما قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) قيمة صغرى محلية؟

أ) ١　　ب) ٢　　ج) ٣　　د) ١ ، ٣

١٣) اذا كان ن(س) = $\sqrt[٣]{٦-٢س}$ + ٢ فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ن′(س) إن وجدت؟ (محذوف)

أ) ٠　　ب) $\frac{\pi}{٢}$　　ج) π　　د) لا توجد زاوية انعطاف

١٤) إذا كان لمنحنى الاقتران ن(س) = جاس + ا س^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ ، فما قيمة ا؟

أ) ٤　　ب) −٤　　ج) $-\frac{١}{٤}$　　د) $\frac{١}{٤}$

١٥) اذا كان ن(س) = $\frac{س}{س+١}$ ، س ≠ −١ ، فما العبارة الصحيحة مما يأتي؟

أ) ن(س) متزايد على ح　　ب) ن(س) متزايد على]−∞ ، −١[وعلى]−١ ، ∞[

ج) ن(س) متناقص على ح　　د) ن(س) متناقص على]−∞ ، −١[وعلى]−١ ، ∞[

١٦) اذا كان متوسط التغير للاقتران ن(س) = س + لـو$_{هـ}$ س^{٢} حيث س > ٠ ، عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{٢-هـ}{١-هـ}$ ، فما قيمة هـ؟

أ) −١　　ب) ١　　ج) −٣　　د) ٢هـ −٣

١٧) اذا كان ص = جتا٢هـ ، س = جاهـ أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) −٤جاس　　ب) ٤جاس　　ج) −٤هـ　　د) −٤س

١٨) اذا كان ن^{٢}($\sqrt{س}$ + ١) = ٥س^{٢} − ١ فما قيمة ن′(٢) علما ان ن(س) > ٠؟

أ) ٥　　ب) $\sqrt{٢}$١٠　　ج) $\frac{٥}{٢}$　　د) ١٠

١٩) اذا كان ن(س) = [٢س + ١,٦](٥س − ١)^{٢} ، فما قيمة ن′(٠,٢)؟

أ) صفر　　ب) ٢　　ج) ١٠　　د) غير موجودة

٢٠) اذا كان ن′(س) = ١٨ − ٦س − جا٢س ، فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى ن(س)، ∀س ∈ ح ؟

أ) متزايد　　ب) متناقص　　ج) مقعر للأسفل　　د) مقعر للأعلى

أ. جهاد عدوان ... أفاطمه الأسطل

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) اذا كان ق(س) معرف على الفترة [٠،٢]، حيث ق(س) = $\begin{cases} \frac{٣-س}{٢} & ،س<١ \\ \frac{١}{س} & ،س\geq ١ \end{cases}$ ، ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) على الفترة [٠،٢]، ثم أوجد قيمة/ قيم جـ التي تحددها النظرية إن وجدت. (محذوف)

ب) اذا كان ق`(س) كثير حدود متزايد على ع ، هـ(س) = ٢س – س^{٢}، أثبت أن الاقتران:

ل(س) = ق`(س) + هـ(س) × هـ`(س) متزايد ∀س∈]٣،٥[.

ج) إذا كان (س +ص)^{٥} = س^{٢}ص^{٣}، أثبت أن ص` = $\frac{ص}{س}$

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) أوجد معادلة المماس لمنحنى ص = لـو$_{هـ}$ (٢ – $\sqrt{٢}$جتاس)،عند النقطة الواقعة عليه وإحداثيها السيني يساوي $\frac{\pi}{٤}$ ؟

ب) اذا كان ص = ٤ظا^{٢}ن ، ن × س = جـ، ن ≠ ٠، حيث جـ ثابت ، وكان $\frac{د ص}{د س} = \frac{-\pi^{٢}}{٦}$ عندما ن = $\frac{\pi}{٤}$، أوجد قيمة الثابت جـ

ج) اذا كان ق(س) = $\frac{-١}{٢}$جا^{٢}س + $\frac{١}{٤}$جتا٢س + $\frac{٥}{٤}$، س∈]٠، π[، أوجد:

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران ٢) نقطة / نقاط الانعطاف ٣) زاوية/ زوايا الانعطاف(محذوف)

السؤال الرابع:(٢٠علامة)

أ) اذا كان ق(س) = ٦ $\sqrt{س}$ – ٣س ، أوجد :

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) ٢) القيم القصوى المحلية، وحدد المطلقة منها إن وجدت

ب) أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الأول، بحيث يقع رأساه من رؤوسه على محور السينات، أما الرأسان الآخران: فإحدهما يقع على المستقيم ص = ٠٢س والآخر على المستقيم ص = ٤٢ – س ؟

ج) اذا رسم للاقتران ق(س) = ا س^{٢} + ب س + ٦ مماسا عند النقطة (٢،ق(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة وكان قياس زاوية ميل المماس تساوي $\frac{٣\pi}{٤}$ فما قيمة ا،ب ؟

اجتهاد عدول... إفاطمة الأسطل

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس :(١٠ علامة)

أ) إذا كان ل(س) = ١ + لـو$_{هـ}$ $\sqrt{س}$ ، س > ٠، أوجد $\lim_{س \to ١} \left(\frac{ل(س)}{س} - ١\right)\left(\frac{١}{س - ١}\right)$

ب) قذف جسم رأسيا للاعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن إزاحته من قمة البرج تعطى بالعلاقة : ف = ٥٠ن - ٥ن^{٢} ، حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية. فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان، فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض؟

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان ق(س) كثير حدود، وكان المستقيم ص = ٤س - ٣ يمس منحنى ق(س) عند (١، ق(١)) والمستقيم ٣ص - ٢ ا س = ٨ ا يمس منحنى ق(س) عند (٣، ق(٣)) . باستخدام نظرية رول، أثبت أنه يوجد جـ ∈]١، ٣[، بحيث ق$''$(جـ) = ٠ (محذوف)

ب) إذا كان ق(س) × هـ(س) = ١، وكان كل من الاقترانين ق(س)، هـ(س) > ٠ ، ∀ س > ٠ وكان ق(٥) = ٣٢ ، ق(أ + ب) = ق(أ) × ق(ب) ، أوجد متوسط التغير للاقتران هـ(س) على الفترة [١، ٤] علما أن متوسط التغير للاقتران ق(س) على الفترة [١، ٤] يساوي $\frac{١٤}{٣}$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمه الاسطل

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢٠م
الورقة الأولى

الانجاز

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ب	أ	ج	د	أ	أ	ج	ج	ب
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	د	ج	ب	د	ب	أ	د	أ	أ	ج

السؤال الثاني:

أ) $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{٢} ، ٠ \leq س < ١ \\ \frac{١}{س} ، ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$ نبحث في الاتصال وقابلية الاشتقاق

$ن(س)$ متصل على الفترة $[٠، ١[$ لأنه كثير حدود، $ن(س)$ متصل على الفترة $]١، ٢]$ لأنه اقتران نسبي

$ن(س)$ متصل عند $س = ١$ لأن $\lim_{س \to ١^-} ن(س) = \lim_{س \to ١^+} ن(س) = ن(١) = ١$

إذن $ن(س)$ متصل $\forall$ $س \in [٠، ٢]$

$ن'(س) = \begin{cases} -\frac{١}{٢} ، ٠ < س < ١ \\ -\frac{١}{س^٢} ، ١ < س < ٢ \end{cases}$

$ن'(١)$ غير موجودة لأن $ن'(١)^+ \neq ن'(١)^-$

إذن $ن(س)$ غير قابل للاشتقاق على الفترة $]٠، ٢[$

لم تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[٠، ٢]$

للبحث عن قيمة/ قيم جـ إن وُجدت

$ن'(جـ) = \frac{ن(٢) - ن(٠)}{٢} = \frac{\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٢}}{٢} = -\frac{١}{٢}$

عندما $٠ < س < ١$ بما أن $ن'(جـ) = -\frac{١}{٢} \Leftarrow \exists$ جـ $\in]٠، ١[$

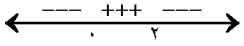
عندما $١ < س < ٢ \Leftarrow ن'(جـ) = -\frac{١}{٢} \Leftarrow -\frac{١}{جـ^٢} = -\frac{١}{٢} \leftarrow$ جـ $= \sqrt{٢}$ ، $-\sqrt{٢}$

ومنها جـ $= \sqrt{٢} \in]١، ٢[$ ، قيم جـ التي تحددها النظرية $\{\sqrt{٢}\} \cup]٠، ١[$

هاد عدوان... إفاظه الاسطل

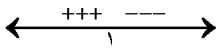
ب | من المعطيات: بما أن ن´(س) كثير حدود متزايد على ح ⇐ ن´´(س) > ٠ ∀س∈ع

هـ(س) = ٢س − س^{٢} = ٠ ⇐ س(٢ − س) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س = ٢



⇐ هـ(س) < ٠ ∀س∈[٣ ، ٥]

هـ´(س) = ٢ − ٢س = ٠ ⇐ س = ١



⇐ هـ´(س) < ٠ ∀س∈]٣ ، ٥[

هـ´´(س) = −٢ < ٠ ∀س∈]٣ ، ٥[

ل(س) = ن´(س) + هـ(س) × هـ´(س)

ل´(س) = ن´´(س) + هـ(س) × هـ´´(س) + هـ´(س) × هـ´(س)

= عدد موجب + سالب× سالب + سالب × سالب

= موجب + موجب + موجب = موجب

⇐ ل´(س) > ٠ ∀ س∈] ٣ ، ٥[

∴ ل(س) متزايد على الفترة [٣ ، ٥]

جـ | لـو(س + ص)^{٥} = لـو س^{٢} ص^{٣} ⇐ لـو(س + ص)^{٥} = ٢لـو س + ٣لـو ص

⇐ ٥لـو(س + ص) = ٢لـو س + ٣لـو ص نشتق الطرفين

$$\Leftarrow \frac{٥}{س+ص}(١ + ص') = \frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص}ص' \Leftarrow \frac{٥ص'}{س+ص} - \frac{٣}{ص}ص' = \frac{٢}{س} - \frac{٥}{س+ص}$$

$$\Leftarrow \left(\frac{٥ص - ٣(س+ص)}{(س+ص)ص}\right)ص' = \frac{٢س + ٢ص - ٥س}{س(س+ص)} \Leftarrow \frac{(٢ص - ٣س)ص'}{ص} = \frac{٢ص - ٣س}{س}$$

$$\frac{ص'}{ص} = \frac{١}{س} \Leftarrow ص' = \frac{ص}{س}$$

(يمكن حل السؤال دون استخدام اللوغاريتم)

السؤال الثالث:

أ | ⇐ ص$|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ = لـو$_{هـ}$(٢ − ٢√جتاس)$|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ = لـو$_{هـ}$(٢ − ٢√ × $\frac{١}{٢√}$) = لـو$_{هـ}$١ = ٠ ص = لـو$_{هـ}$(٢ − ٢√جتاس)

النقطة ($\frac{\pi}{٤}$ ، ٠) تقع على المنحنى ص

$$ص' = \frac{٢√جاس}{٢ - ٢√جتاس}$$

ميل المماس عند (س = $\frac{\pi}{٤}$) = ص´$|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ = $\frac{٢√جا\frac{\pi}{٤}}{٢ - ٢√جتا\frac{\pi}{٤}}$ = ١

معادلة المماس لمنحنى ص عند س = $\frac{\pi}{٤}$

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$) ⇐ ص − ٠ = ١(س − $\frac{\pi}{٤}$) ⇐ ص = س − $\frac{\pi}{٤}$ ⇐ ص − س + $\frac{\pi}{٤}$ = ٠

أ.جهاد عدوان .. أفاطمه الاسطل

ب $ص = ٤ظا^{٢}ن \Leftarrow \frac{د ص}{د ن} = ٨ظاقا^{٢}ن$

$$\Leftarrow \left|\frac{د ص}{د ن}\right|_{ن=\frac{\pi}{٤}} = ٨ظا\frac{\pi}{٤}قا^{٢}\frac{\pi}{٤} = ٨ \times ١ \times ٢ = ١٦$$

$$س = \frac{جـ}{ن} \Leftarrow \frac{د س}{د ن} = \frac{-جـ}{ن^{٢}}$$

$$\Leftarrow \left|\frac{د س}{د ن}\right|_{ن=\frac{\pi}{٤}} = \frac{-جـ}{\frac{\pi^{٢}}{١٦}} = \frac{-١٦جـ}{\pi^{٢}}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س} \Leftarrow \frac{-\pi^{٢}}{٦} = ١٦ \times \frac{-١٦جـ}{\pi^{٢}} \Leftarrow جـ = ٦$$

جـ

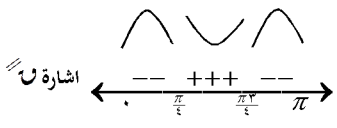
١) $ن(س) = \frac{-١}{٢}جا^{٢}س + \frac{١}{٤}جتا٢س + \frac{٥}{٤}$ متصل وقابل الاشتقاق ضمن المجال

$$ن'(س) = \frac{-١}{٢} \times ٢جاسجتاس + \frac{-١}{٤} \times ٢جا٢س = ١ \Leftarrow \frac{-١}{٢}جا٢س + \frac{-١}{٢}جا٢س = -جا٢س$$

$$\Leftarrow ن''(س) = -٢جتا٢س = ٠ \Leftarrow ن''(س) = -٢جتا٢س$$

$$\Leftarrow ٢س = \frac{\pi}{٢} \Leftarrow س = \frac{\pi}{٤} \in]٠، \pi[$$

أو $٢س = \frac{\pi ٣}{٢} \Leftarrow س = \frac{\pi ٣}{٤} \in]٠، \pi[$



ن(س) مقعر للأسفل في $]٠، \frac{\pi}{٤}[$ وكذلك $]\frac{\pi ٣}{٤}، \pi[$ ،

ن(س) مقعر للأعلى في $]\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٣}{٤}[$

٢) لإيجاد نقط الانعطاف :

$ن(\frac{\pi}{٤}) = \frac{١}{٢} \times (\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٢} + \frac{١}{٤} \times ٠ + \frac{٥}{٤} = ١$ أيضا $ن(\frac{\pi ٣}{٤}) = ١$

بما أن ن(س) متصل عند $س = \frac{\pi}{٤}$ ، $س = \frac{\pi ٣}{٤}$ وغير من اتجاه تقعره عندهما

فإن $(\frac{\pi}{٤}، ١)$ ، $(\frac{\pi ٣}{٤}، ١)$ نقاط انعطاف

٣) نفرض $هـ_{١}$ زاوية انعطاف عند $(\frac{\pi}{٤}، ١)$ $\Leftarrow ظاهـ_{١} = ن'(\frac{\pi}{٤}) = -١ \Leftarrow هـ_{١} = \frac{\pi ٣}{٤}$

نفرض $هـ_{٢}$ زاوية انعطاف عند $(\frac{\pi ٣}{٤}، ١)$ $\Leftarrow ظاهـ_{٢} = ن'(\frac{\pi ٣}{٤}) = ١ \Leftarrow هـ_{٢} = \frac{\pi}{٤}$

أ. جهاد عدوان ... أفاطمه الاسطل

السؤال الرابع:

أ $ن(س) = ٦\sqrt{س} - ٣س$

الاقتران معرف $\forall س \geq ٠$ مجال $ن(س) = [٠، \infty[$

$$ن'(س) = \frac{٦}{٢\sqrt{س}} - ٣$$

عندما $\frac{٦}{٢\sqrt{س}} = ٣ \Leftarrow \sqrt{س} = ١ \Leftarrow س = ١$ $ن'(س) = ٠$

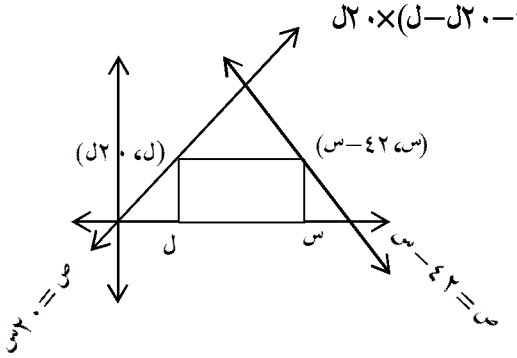
اشارة $ن'(س)$: $\overset{+++}{\nearrow}$ عند ٠، $\overset{---}{\searrow}$ عند ١، ∞

$\therefore ن(س)$ متزايد على الفترة $[٠، ١]$، $ن(س)$ متناقص على الفترة $[١، \infty[$

$ن(٠) = ٠$ قيمة صغرى محلية، $ن(١) = ٣$ قيمة عظمى محلية ومطلقة

ب عرض المستطيل $= ٤٢ - س = ٢٠ل$ ومنها $س = ٤٢ - ٢٠ل$

مساحة المستطيل $= ٨٤٠ل - ٢٠ل^٢ = م = (س - ل) \times ٢٠ل = (٤٢ - ٢٠ل - ل) \times ٢٠ل$



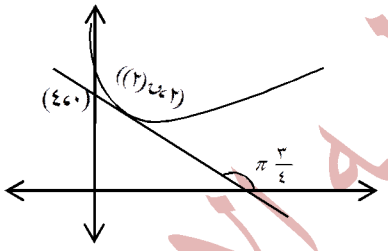
$م' = ٨٤٠ - ٤٠ل = ٠ \Leftarrow ل = ١$

$م'' = -٤٠ < ٠ \Leftarrow م''|_{ل=١} = -٨٤٠$

(عند $ل = ١$ مساحة المستطيل أكبر ما يمكن)

مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه $م|_{ل=١} = ٤٢٠ م^٢$

جـ $ن(س) = أس^٢ + بس + ٦$



$ن'(س) = ٢أس + ب \Leftarrow ن'(٢) = ٤أ + ب = ظا \frac{٣\pi}{٤}$

$\Leftarrow ٤أ + ب = -١ \leftarrow (١)$

أيضا ميل المماس $= -١ \Leftarrow ن'(٢) = \frac{٤أ + ٢ب + ٦ - ٤}{٢} = \frac{ن(٢) - ٤}{٠ - ٢}$

$\Leftarrow ٢أ + ب = -٢ \leftarrow (٢)$

بحل المعادلتين $٤أ + ب = -١$

$-١ \times (٢أ + ب = -٢)$

$\Leftarrow ٢أ = ١ \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}، ب = -٣$

أ. أحمد عدوان... أ. فاطمة الأسطل

السؤال الخامس:

أ) $ل(س) = ١ + لـو_{هـ} \sqrt{س}$

$$\text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{ل(س)}{س} - ١ \right) \left(\frac{١}{س - ١} \right) = \text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{ل(س) - س}{س} \right) \left(\frac{١}{س - ١} \right) = \frac{ل(١)}{١} - ١ \times \frac{١}{١ - ١} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{١ + لـو \sqrt{س} - س}{س^{٢} - س} \right)$$ وبما أن التعويض المباشر $= (\frac{٠}{٠})$ نستخدم قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـا}_{س \to ١} \left(\frac{١ - \frac{١}{\sqrt{س}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}}{٢س - ١} \right) = \frac{١ - \frac{١}{٢}}{٢ - ١} = -\frac{١}{٢}$$

ب) ف $= -٤٥$ عند $ن = ٩$

$\therefore$ ف$(٩) = ٩ك - ٥ \times ٩^{٢} = -٤٥ \Leftarrow ك = ٤٠$

ف $= ٤٠ن - ٥ن^{٢} \Leftarrow ع = ٤٠ - ١٠ن$

عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم $\Leftarrow ن = ٤$ ع $= ٤٠ - ١٠ن = ٠$ ث

أقصى ارتفاع عن قمة البرج $= ٤٠ \times ٤ - ٥ \times ١٦ = ٨٠$ م

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض $= ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠$ م

السؤال السادس:

أ) المستقيم ص يمس ن$(س)$ عند $(١، ن(١)) \Leftarrow ن'(١) = ٤$

ص $= ٤س + ٦$ يمس منحنى ن$(س)$ عند $(٣، ن(٣)) \Leftarrow ن'(٣) = ٤$

نبحث في شروط رول على ن$'(س)$، $س \in [١، ٣]$

ن$'(س)$ متصل على $[١، ٣]$، ن$'(س)$ قابل للاشتقاق على $]١، ٣[$

ن$'(١) = ن'(٣) = ٤$

$\therefore$ تنطبق شروط رول على ن$'(س)$ في $[١، ٣]$

$\therefore$ E على الاقل جـ $\in]١، ٣[$: ن$''(جـ) = ٠$

ب) متوسط التغير للاقتران ن$(س)$ على $[١، ٤] = \frac{ن(٤) - ن(١)}{٤ - ١} = \frac{١٤}{٣}$

ومنها ن$(٤) - ن(١) = ١٤$

من المعطيات ن$(أ + ب) =$ ن$(أ) \times$ ن$(ب)$

ن$(٥) =$ ن$(٤) \times$ ن$(١) = ٣٢$

متوسط التغير للاقتران هـ$(س)$ على $[١، ٤] = \frac{\frac{١}{ن(٤)} - \frac{١}{ن(١)}}{٤ - ١} = \frac{ن(١) - ن(٤)}{٣ن(١)ن(٤)} = \frac{-١٤}{٩٦}$

اجتهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠م

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كانت $ق(\sigma_{ن}، ن) = ٦ + \frac{٢ن^{٢} + ٢ن}{ن}$ ، $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١، ٤]$، فما قيمة $\int_{١}^{٤} ن(س) ؤس$ ؟

أ) ٦ ب) ٨ ج) ١٠ د) ١٢

٢) لتكن $\sigma_{٥٠}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١، ٣١]$، فما قيمة $\sum_{ر=١}^{٥٠} (س_{ر} - س_{ر-١})$ ؟

أ) ٣٠ ب) ٥٠ ج) ٣٢ د) $\frac{٣}{٥}$

٣) ما ناتج $\int س^{٦} \left(\frac{١ - س}{س}\right)^{٦} ؤس$ ؟

أ) $\left(\frac{س + ١}{٧ -}\right)^{٧} + جـ$ ب) $٦(-س+١)^{٥} + جـ$ ج) $\frac{١}{٧} س^{٧} \left(-لـو_{هـ} س + \frac{١}{س}\right) + جـ$ د) $\frac{-١}{٧}(١-س)^{٧} + جـ$

٤) اذا كان $\int \left(\frac{١}{س} \times ل(س)\right) ؤس = س + جـ$ ، $س \neq ٠$ ، فما قاعدة الاقتران ل(س)؟

أ) س ب) $س^{٢}$ ج) ١ د) صفر

٥) ما ناتج $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س-١}} ؤس$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) $هـ^{س} + جـ$ ب) $لـو_{هـ} هـ^{س-١} + جـ$ ج) $\frac{هـ^{٢}}{٢} + جـ$ د) $هـس + جـ$

٦) اذا كان $\int ٢س لـو_{هـ} س ؤس = س^{٢} لـو_{هـ} س - \int ع ؤن$ ، فما قيمة $ع ؤن$ ؟

أ) $لـو_{هـ} س ؤس$ ب) $س^{٢} ؤس$ ج) $س ؤس$ د) $س لـو_{هـ} س ؤس$

٧) ما ناتج $\int قا^{٩} س ظاس ؤس$ ؟

أ) $\frac{١}{٩} قا^{٩} س + جـ$ ب) $\frac{١}{١٠} قا^{١٠} س + جـ$ ج) $\frac{١}{٨} قا^{٨} س + جـ$ د) $\frac{١}{٩} قا^{٩} س ظاس + جـ$

٨) إذا كان $ن(س) = \frac{ع}{ؤس}(١ - \sqrt{س})$ ، فأي من الآتية تمثل $\int ن(س) ؤس$

أ) $-\frac{١}{٢} \sqrt{س} + جـ$ ب) $س - \sqrt{س} + جـ$ ج) $- \sqrt{س} + جـ$ د) $س - \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + جـ$

٩) إذا كان $ن(س) ن'(س) = ٣س^{٢}$ ، $ن(س) > ٠$ ، فما قيمة $ن(\sqrt{٧})$ علما بأن $ن(١) = ٢$ ؟

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

جهاد عدوان... أفاطمة الأسطل

١٠) رُسِمَ مماس لمنحنى الاقتران ص = ن(س) عند النقطة (س، ص) فكان ميل العمودي على المماس عند نقطة التماس يساوي $\sqrt{١٧ - س}$
فما قيمة ن(−٣) علما أن ن(٠) = ١ ؟

أ) ٣ ب) ٧ ج) ٥ د) −١

١١) أي المقادير الاتية تساوي $\int ٤ \text{ظتا}٢س \, ص س$ ؟

أ) $٢ لـو_{هـ} |\text{قتا}٢س| + جـ$ ب) $لـو_{هـ} |\text{جتا}٢س| + جـ$ ج) $٢ لـو_{هـ} |\text{قا}٢س| + جـ$ د) $٢ لـو_{هـ} |\text{جا}٢س| + جـ$

١٢) ما قيمة س التي تجعل من المصفوفة $\begin{bmatrix} \text{جاس} & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة ، علما أن $س \in \left[٠ ، \frac{\pi ٣}{٢}\right]$ ؟

أ) $\frac{\pi ٧}{٦}$ ب) $\frac{\pi ٧}{٣}$ ج) $\frac{\pi}{٦}$ د) $\frac{\pi ٥}{٦}$

١٣) اذا كانت $\sigma_{٣} = \{-٣ ، -١ ، ٠ ، ١\}$ تجزئة للفترة $[-٣ ، ١]$ وكان ن(س) = ٢س حيث $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ، فما قيمة $م(\sigma_{٣} ، ن)$ ؟

أ) −١٤ ب) −١٦ ج) −٧ د) ٨

١٤) إذا كان $ن'(س) = ٤ ن(س)$ حيث ن(س) > ٠ فما قيمة $ن(\frac{١}{٢})$ علما أن $ن'(١) = ٤$ ؟

أ) $هـ^{٢}$ ب) $هـ^{-٢}$ ج) −٤ د) ١

١٥) اذا كانت $ص = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & جـ \end{bmatrix}$ ، $ص^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة الثابت جـ ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ٢ د) ١

١٦) اذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية، وكانت تحقق المعادلة: $س^{٢} - س = و_{٢}$ ، فأي من التالية تمثل س ؟

أ) $و_{٢}$ أو $م_{٢}$ ب) $م_{٢}$ ج) $و_{٢}$ د) $س^{-١}$

١٧) اذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣×٣، وكان $|أ| = -٢$ فما قيمة $|(\frac{١}{٢}أ)^{-١}|$ ؟

أ) −١ ب) −٤ ج) −٨ د) $\frac{-١}{٨}$

١٨) اذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٢٠$ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ب & أ + ٢ب \\ ٥ & ١٢ \end{vmatrix}$ ؟

أ) −٤٠ ب) −٢٠ ج) ٢٠ د) ٤٠

١٩) اذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاث مصفوفات مربعة غير منفردة، وكان أ × ب = جـ ، فأي المصفوفات التالية تمثل $ب^{-١}$ ؟

أ) $جـ^{-١} \times أ$ ب) $أ \times جـ^{-١}$ ج) $جـ \times أ^{-١}$ د) $أ^{-١} \times جـ^{-١}$

٢٠) ليكن م(س) اقترانا أصليا للاقتران ن(س) المتصل على ح ، فإذا كان $\int س^{٢} ن(س) ص س = ٣ م(س) + ٢س^{٢} + جـ$ فما قيمة ن(١) ؟

أ) −٢ ب) ٥ ج) ٧ د) $\frac{٧}{٢}$

أجهاد عدوان... إفاطمه الاسطل

السؤال الثاني:(٢٠ علامة)

أ) اذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٩ \end{bmatrix}$ ، أوجد المصفوفة جـ بحيث أن $أ.جـ = ب - جـ$.

ب) لتكن $\sigma_{٥}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١، ١٤]$ وكان العنصر الخامس والسابع : ٦، ١٠ على الترتيب .

أوجد : ١) طول الفترة الكلية . ٢) قيمة $ن$.

ج) إذا كان $ن(س) = ٥س - ٢$ معرفا على الفترة $[١، ب]$ ،وكانت $\sigma_{٥}$ تجزئة خماسية منتظمة لهذه الفترة بحيث

$ك(\sigma_{٥}، ن) = ٣٦$ أوجد قيمة ب حيث $س_{ر}^{*} = س_{ر}$

السؤال الثالث:(٢٠ علامة)

أ) تحرك جسم في خط مستقيم من النقطة (و) مبتعدا عنها، بسرعة ابتدائية مقدارها ٣م/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (ن م/ث^{٢})، فما سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة، وما المسافة التي قطعها خلال هذه الثواني؟

ب) جد قيم س التي تجعل $\begin{vmatrix} ١ & س & ٢ \\ س & ٣ & س \\ ٤ & س & ٥ \end{vmatrix} = -٩$

ج) اذا كان $هـ^{س} ن(س) + هـ^{س} ن'(س) = جاس$ ، فما قاعدة الاقتران $ن(س)$ المار بنقطة الأصل؟

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) حل المعادلة المصفوفية التالية: $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} \times ٢س - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix} \times س = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \end{bmatrix}$

ب) أوجد التكاملين الآتيين:

١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} + هـ^{س} - ٢} ؤس$ (محذوف) ٢) $\int \frac{١}{ظاس قاس} لـو_{هـ}(١ + جاس) ؤس$

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس :(١٠ علامة)

أ) إذا علمت أن $\int (ن'(س) + ظتاس) ؤس = لـو_{هـ}(ظاس قاس)$ ،حيث $س \in [٠، \frac{\pi}{٢}[$ أثبت أن $ن'(س) = ٢ظاس$

ب) إذا كانت $س + ٢ص = ١٢$ إحدى المعادلتين الخطيتين بمتغيرين، وعند استخدام كريمر للحل، وُجِدَ أن $|أ_{س}| = ٨ - |٢أ_{ص}|$ ، فما قيمة $|أ|$ ، حيث $|أ| \neq ٠$

أجتهد على حلول... أنظمة الأسطل

السؤال السادس :(١٠ علامة)

أ) باستخدام خواص المحددات، اثبت أن: $\begin{vmatrix} ١ & أ^{٢} & ب \\ ١ & ب^{٢} & أ \\ ١ & أ^{٢} & -أ \end{vmatrix} = (أ-ب)(أ+ب)^{٢}$ (محذوف)

ب) أوجد $\int \frac{١}{س^{٥} \sqrt[٣]{(س^{٥}+١)^{٢}}} \, د س$

إجهاد عدوان... إفاطمه الاسطل

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢٠م
الورقة الثانية

الانجاز

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	أ	د	أ	د	ج	أ	ج	ب	أ
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	د	أ	أ	ب	ج	أ+ ب	ب	ب	أ	أ

السؤال الثاني:

أ $\overrightarrow{أجـ} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٩ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٤س + ص \\ ٢ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ - س \\ ٩ - ص \end{bmatrix}$$

$\Leftarrow ٢ص = ٩ - ص \Leftarrow ص = ٣ ، ٤س + ص = ٨ - س \Leftarrow س = ١$

$\therefore \overrightarrow{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

ب ١) العنصر الخامس $= س_٤ = أ + ٤ \Delta س_ر = ٦ \leftarrow (١)$

العنصر السابع $= س_٦ = أ + ٦ \Delta س_ر = ١٠ \leftarrow (٢)$

بطرح المعادلتين $٢ \Delta س_ر = ٤ \Leftarrow \Delta س_ر = ٢$

لإيجاد قيمة أ : $أ + ٦ \times ٢ = ١٠ \Leftarrow أ = -٢$

طول الفترة الكلية $= ب - أ = ١٤ + ٢ = ١٦$

٢) $\Delta س_ر = \frac{ب - أ}{ن} \Leftarrow ٢ = \frac{١٦}{ن} \Leftarrow ن = ٨$

حل آخر: $س_٦ - س_٤ = ١٠ - ٦ = ٢ل \Leftarrow ل = ٢$

$ل = \frac{ب - أ}{ن} \Leftarrow ٢ = \frac{١٤ - أ}{ن} \Leftarrow ١٤ - أ = ٢ن$

$س_٤ = أ + ٢ \times ٤ = ٦ \Leftarrow أ = -٢$

$\therefore ٢ن = ١٤ - -٢ = ١٦ \Leftarrow ن = ٨$

اجتهاد عدول... إفاطمه الاسطل

جـ $\quad ر(\sigma_{ن}، ن) = \frac{ب-١}{ن}\sum_{ر=١}^{ن} ن(س_ر^*)$

$س_ر^* = س_ر = ١ + \frac{ب-١}{٥}ر$

$ر(\sigma_{٥}، ن) = \frac{ب-١}{٥}\sum_{ر=١}^{٥} ن(١ + \frac{ب-١}{٥}ر) = \frac{ب-١}{٥}\sum_{ر=١}^{٥}(٣ + (ب-١)ر)$

$= \frac{ب-١}{٥}(٣ \times ٥ + (ب-١)\frac{٦ \times ٥}{٢})$

$\Leftarrow ٣٦ = (ب-١)(٣ + ٣ب - ٣) \Leftarrow ب^{٢} - ب - ١٢ = ٠$

$\Leftarrow (ب-٤)(ب+٣) = ٠ \Leftarrow ب = ٤، ب = -٣$ (مرفوضة)

السؤال الثالث:

أ $\quad ت(ن) = ن \Leftarrow$ ت(ن) ع ن $= \frac{ن^{٢}}{٢} + جـ_{١} \Leftarrow ع(ن) = \frac{ن^{٢}}{٢} + جـ_{١}$

$ع_{٠} = ٣ \Leftarrow ع(٠) = \frac{(٠)^{٢}}{٢} + جـ_{١} = ٣ \Leftarrow جـ_{١} = ٣$

$ع(ن) = \frac{ن^{٢}}{٢} + ٣ \Leftarrow ع(٥) = \frac{٥^{٢}}{٢} + ٣ = ١٥\frac{١}{٢}$ م/ث

ع(ن) ع ن $= \frac{ن^{٣}}{٦} + ٣ن + جـ_{٢}$

ف$_{ن=٠}$ $= جـ_{٢} = ٠$

$\therefore ف(ن) = \frac{ن^{٣}}{٦} + ٣ن \Leftarrow ف(٥) = \frac{١٢٥}{٦} + ١٥ = \frac{٢١٥}{٦}$

ب $\quad \begin{vmatrix} ١ & س & ٢ \\ س & ٣ & س \\ ٤ & س & ٥ \end{vmatrix} = -٩$

$١\begin{vmatrix} ٣ & س \\ س & ٥ \end{vmatrix} - س\begin{vmatrix} س & س \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} + ٢\begin{vmatrix} س & ٣ \\ ٤ & س \end{vmatrix} = -٩$

$١٥ - س^{٢} - س(٥س - ٤س) + ٢(س^{٢} - ١٢) = -٩$

$١٥ - س^{٢} - ٥س^{٢} + ٤س^{٢} + ٢س^{٢} - ٢٤ = -٩$

$-٩ = -٩$

$\Leftarrow$ س $\in$ ع

جـ $\quad هـ_{س} ن(س) + هـ_{س} ن'(س) = جاس \Leftarrow (هـ_{س} ن(س))' = جاس$

(هـ$_{س}$ ن(س))' س ع س $= \int$ جاس ع س $\Leftarrow هـ_{س} ن(س) = -جتاس + جـ$

ن(س) يمر بنقطة الاصل $\Leftarrow ٠ = -جتا٠ + جـ \Leftarrow جـ = ١ \quad \therefore ن(س) = \frac{١ - جتاس}{هـ_{س}}$

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمه الاسطل

السؤال الرابع:

أ $\begin{bmatrix}٣ & ٢\\ ٤ & ٣\end{bmatrix}\times ٢س-\begin{bmatrix}١ & ١\\ ٢ & ٢\end{bmatrix}\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$

$$\left(\begin{bmatrix}٦ & ٤\\ ٨ & ٦\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}١ & ١\\ ٢ & ٢\end{bmatrix}\right)\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}\Leftarrow \begin{bmatrix}٥ & ٣\\ ٦ & ٤\end{bmatrix}\times س=\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$$

بضرب الطرفين بالنظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix}٥ & ٣\\ ٦ & ٤\end{bmatrix}$ ، $|أ|=٢$ ، $أ^{-١}=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٤ & ٣-\\ ٦- & ٥\end{bmatrix}$

$$م\times س=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٤ & ٣-\\ ٦- & ٥\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٢\\ ١\end{bmatrix}$$

$$س=\begin{bmatrix}٢ & ٣-\\ ٣- & ٥\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{٣}{٢}-\\ \frac{٥}{٢}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{٥}{٢}\\ \frac{٧}{٢}-\end{bmatrix}$$

ب ١) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}\,ﺩس$

نفرض $ص=هـ^{س}\Leftarrow ﺩص=هـ^{س}\,ﺩس$

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}\,ﺩس=\int \frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}\,ﺩص$$

$$\frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}=\frac{١}{(ص+٢)(ص-١)}=\frac{أ}{ص-١}+\frac{ب}{ص+٢}=\frac{ب\,(ص-١)+أ(ص+٢)}{(ص+٢)(ص-١)}$$

$$\Leftarrow أ=\frac{١}{٣}\ ،\ ب=-\frac{١}{٣}$$

$$\int \frac{١}{ص^{٢}+ص-٢}\,ﺩص=\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|ص-١|-\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|ص+٢|+جـ$$

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+هـ^{س}-٢}\,ﺩس=\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|هـ^{س}-١|-\frac{١}{٣}لـو_{هـ}|هـ^{س}+٢|+جـ$$

٢) $\int \frac{١}{قتاس}لـو_{هـ}(١+جاس)\,ﺩس=\int جاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)\,ﺩس$

نفرض

$ن=لـو_{هـ}(١+جاس)$ $\quad ﺩع=جاس$

$ﺩن=\frac{جتاس}{١+جاس}$ $\quad ع=-جتاس$

$$\int جاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)\,ﺩس=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int \frac{جتا^{٢}س}{١+جاس}\,ﺩس$$

$$=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int \frac{١-جا^{٢}س}{١+جاس}\,ﺩس=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+\int (١-جاس)\,ﺩس$$

$$=-جتاس\,لـو_{هـ}(١+جاس)+س+جتاس+جـ$$

إجهاد عدوان... إفاطمه الأسطل

السؤال الخامس:

[أ] $\int$ (ن´(س)+ظتاس)ءس = لـو$_{هـ}$ (ظاس قاس) باشتقاق الطرفين

$$\frac{\text{ظا}^2\text{س قاس}+\text{قا}^3\text{س}}{\text{ظاس قاس}} = \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} \Leftarrow \frac{\text{ظا}^2\text{س}+\text{قا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} = \text{ن´(س)}+\text{ظتاس}$$

$$\Leftarrow \frac{\text{ظا}^2\text{س}+1+\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} = \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} \Leftarrow \frac{2\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}} + \frac{1}{\text{ظاس}}$$

$$\Leftarrow \text{ن´(س)}+\text{ظتاس} = \frac{2\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}}+\text{ظتاس} \Leftarrow \text{ن´(س)} = 2\text{ظاس}$$

[ب] $4|\overrightarrow{أس}| + 8|\overrightarrow{أص}| = 8 \Leftarrow 4\frac{|\overrightarrow{أس}|}{|أ|} + 8\frac{|\overrightarrow{أص}|}{|أ|} = \frac{8}{|أ|}$

$4\text{س} + 8\text{ص} = \frac{8}{|أ|} \Leftarrow \text{س} + 2\text{ص} = \frac{2}{|أ|}$ ، ومن المعطيات $\text{س} + 2\text{ص} = 12$

$$\Leftarrow \frac{2}{|أ|} = 12 \Leftarrow |أ| = \frac{1}{6}$$

السؤال السادس:

[أ]
$$\begin{vmatrix} 1 & أ^2 & ب \\ 1 & ب^2 & أ \\ 1 & أ^2 & -أ \end{vmatrix} \xrightarrow{-ص_1+ص_3} \begin{vmatrix} 1 & أ^2 & ب \\ 1 & ب^2 & أ \\ 0 & 0 & -ب-أ \end{vmatrix} \xrightarrow{-ص_2+ص_3} \begin{vmatrix} 1 & أ^2 & ب \\ 0 & -أ^2+ب^2 & -ب+أ \\ 0 & 0 & -ب-أ \end{vmatrix}$$

$$= (ب^2-أ^2)(-ب-أ) = -1(ب-أ)(ب+أ)(ب+أ) = (أ-ب)(أ+ب)^2$$

[ب] $\int \frac{1}{س^5 \sqrt{(1+س^5)}}$ ءس $= \int \frac{1}{س^5 \sqrt{س^5(1+\frac{1}{س^5})}}$ ءس $= \int \frac{1}{س^6 \sqrt{(1+\frac{1}{س^5})}}$ ءس

نفرض أن $ص = 1+\frac{1}{س^5} \Leftarrow \frac{ءص}{ءس} = -5س^{-6}$

$$\therefore \int \frac{1}{س^5 \sqrt{(1+س^5)}} ءس = \int \frac{1}{س^6 \sqrt{ص}} \cdot \frac{ءص}{-5س^{-6}} = \frac{-1}{5} \int ص^{-\frac{1}{2}} ءص$$

$$= \frac{-2}{5} ص^{\frac{1}{2}} + جـ = \frac{-2}{5} \sqrt{1+\frac{1}{س^5}} + جـ$$

إجهاد عدوان ... إفاطمة الأسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠

الزمن : ساعتان ونصف
اليوم والتاريخ: / ٨ /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول :(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان متوسط التغير للاقتران ن(س) = ٣س^{٢} − ٢س في الفترة [أ، ٢أ] يساوي ١٦، أ > ٠، فما قيمة أ ؟

أ) ٢ ب) $\frac{١٤}{٩}$ ج) ١ د) $\frac{٢٢}{٩}$

٢) اذا كان ص = $\frac{\text{جتاس}}{١-\text{جاس}}$ ، فإن $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ =

أ) $\frac{١}{١-\text{جاس}}$ ب) $\frac{\text{جاس}-١}{(١-\text{جاس})^{٢}}$ ج) $\frac{١+\text{جاس}}{١-\text{جاس}}$ د) $\frac{-(١+\text{جاس})}{(١-\text{جاس})^{٢}}$

٣) اذا كان ن(س) اقترانا يمر بالنقطة (−١، ٣)،وكان ن ′(−١) = −٦، فما قيمة $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{ن(س^{٢}+٢س-١)-ن(-١)}{س^{٢}-٤}$ ؟

أ) ٣ ب) −٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) غير موجودة

٤) اذا كان ن(س) اقتران متصل على ح، وكان ن ′(س) = (٢س − ١)$^{\frac{١}{٢}}$ − ١ ،
فما قياس زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران ن(س) ؟(محذوف)

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi ٣}{٤}$ د) π

٥) إذا كان ن(س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ ، -١ \leq س < ٣ \\ ٨ ، س = ٣ \end{cases}$ ، فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن(س) إن وجدت ؟

أ) ٢ ب) ٨ ج) ١٠ د) لايوجد للاقتران قيمة عظمى مطلقة

٦) إذا كان ن(س) = هـ$^{\text{جا}٢س}$ + لـو$_{هـ}$ (٢ + ظاس) + جاπ ، فما قيمة ن ′(٠) ؟

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) $-\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٧) إذا كان ن(س) = س^{٣} − س ، فما قيمة (ن ∘ ن ′)′(١) ؟

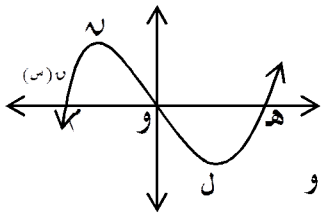
أ) ١١ ب) ٦٦ ج) ٦ د) ١٢

٨) إذا كان س^{٢} ص^{٣} = ٤س^{٢} + ٤، فما قيمة $\left|\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\right|_{س=١}$ ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) صفر

٩) ليكن ن(س)، هـ(س) اقترانين سالبين وقابلين للاشتقاق ومتناقصين على ح، وكان ل(س) = (ن ∘ هـ(س))^{٢} ، فأي العبارات الآتية صحيحة على الاقتران ل(س)؟

أ) ل(س) متناقص على ح ب) ل(س) متزايد على ح ج) ل ′(س) ≤ ٠ د) ل(س) اقتران ثابت



١٠) بالاعتماد على الشكل المجاور، الذي يمثل منحنى ن(س)

فما النقطة/ النقاط التي يكون عندها ن´(س) = ٠ ، ن´´(س) سالب ؟

أ) هـ ، م ب) ن ج) ل د) و

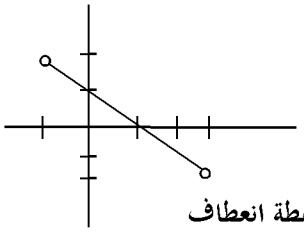
١١) ما قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران ن(س) = س^{٢} + س − ٦ في الفترة [−١ ، ٢] ؟(محذوف)

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

١٢) اذا كان ن´(س) = ٦(س + ١)(س − ٢)^{٢} ، فإن لمنحنى الاقتران ن(س) قيمة:

أ) عظمى محلية عند س = −١ ب) صغرى محلية عند س = −١

ج) عظمى محلية عند س = ٢ د) صغرى محلية عند س = ٢



١٣) يمثل الشكل المجاور منحنى ن´´(س) ، إذا كان ن´(٢) = ٠ ، فماذا تمثل النقطة (٢ ، ن(٢)) ؟

أ) عظمى محلية أ) صغرى محلية ج) ليست حرجة لمنحنى ن(س) د) نقطة انعطاف

١٤) إذا كان ن(س) = $\frac{ل(س)}{س^{٢}-٢}$ حيث س^{٢} ≠ ٢ وكان لمنحنى ل(س) مماسا أفقيا عند النقطة (١ ، ٢) ، فما قيمة ن´(٢) ؟

أ) −٢ ب) ١ ج) −٤ د) −١

١٥) اذا كان المستقيم ص + ٣س = ١ عموديا على منحنى ن(س) عند س = ١ فما قيمة (ن^{٢})´(١) ؟

أ) −٣٦ ب) ٣٦ ج) ٤ د) −٤

١٦) اذا كان ن(س) = جا٤س × ظا٢س فما قيمة ن´(س) ؟

أ) ٤جتا٤س ب) ٨جتا٤س قا^{٢}٢س ج) −٤جا٤س د) ٤جا٤س

١٧) اذا كان ص = ٣ $\sqrt{ع}$ ، ع = ٢س − ١ ، فما قيمة $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٥}$ ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ د) $\frac{١}{٣}$

١٨) اذا كان هـ$^{جا ٣ص}$ = ٢ص + س + ١ فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة (٠ ، ٠) ؟

أ) −١ ب) ١ ج) صفر د) ٢

١٩) ما قيمة الثابت جـ الذي يجعل لمنحنى ن(س) = س^{٣} + جـس^{٢} − ٩س نقطة انعطاف عند س = −١ ؟

أ) −٤ ب) −٣ ج) ٣ د) ٦

٢٠) اذا كان ن(س) = س × هـ^{س} ، فما قيمة / قيم س الحرجة لمنحنى ن´(س) ؟

أ) −٢ ب) −١ ج) ٠ ، −١ د) ٠ ، −٢

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) اذا كان جا^{٢}(ن(٢س)) = $\frac{٣}{س}$ + $\frac{١}{٢}$ حيث س ≠ ٠ ، وكان ن(٦) = $\frac{\pi}{٣}$ ، أوجد ن´(٦) .

ب) اذا كان ن(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ٢س & ، ٠ \geq س \geq ٢ \\ س^{٣} - بس + ١٢ & ، ٢ < س \geq ٣ \end{cases}$ ، يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [٠ ، ٣] ، أوجد قيمة الثابتين أ ، ب . (محذوف)

أحلام عدوان ... إفاطمه الاسطل

ج) قذف جسم رأسيا للأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٢٠ متر بحيث تتحدد إزاحته عن قمة البرج بالعلاقة : ف = ٢٠ن – ٥ن^{٢} ،
حيث ف :إزاحة الجسم بالأمتار، ن :الزمن بالثواني، أوجد

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم عن قمة البرج. ٢) سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥م من سطح الأرض

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{س}$ + ٢ ، أوجد:

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران. ٢) نقطة / نقاط الانعطاف (إن وُجِدت).

٣) قياس زاوية/ زوايا الانعطاف (إن وُجِدت) (محذوف)

ب) اذا كان ق(س) = $\frac{١}{٣}$س^{٣} – س^{٢} – ٣س + ٤ ، حيث س عدد حقيقي أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران. ٢) القيم القصوى المحلية إن وجدت.

ج) اذا كان ص = $\frac{\text{جا}س}{س}$ ، س ≠ ٠ أثبت أن ص$''$ + $\frac{٢}{س}$ ص$'$ + ص = ٠

السؤال الرابع:(٢٠علامة)

أ) اوجد معادلة العمودي لمنحنى الاقتران الذي معادلته ص = $\frac{٢\sqrt{٩ - س^{٢}}}{٣}$ والموازي للمستقيم الذي معادلته

٣س – ٢ص – ١٢ = ٠

ب) اذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = أس^{٣} + بس في الفترة [١، ٣] يساوي ٢٢، وكان لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة حرجة عند س = ٢ ، أوجد قيمة كل من: أ، ب

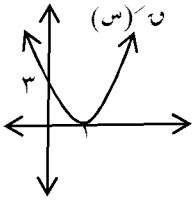
أجهاد عدول... أ/ فاطمه الاسطل

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس:(١٠ علامة)

أ) أوجد مساحة أكبر شبه منحرف متساوي الساقين يمكن رسمه داخل الاقتران ن(س) = $\sqrt{١٦ - س^{٢}}$ ، بحيث أن رأسين من رؤوسه أصفار الاقتران، والرأسين الآخرين يقعان على منحنى الاقتران ن(س) فوق محور السينات

ب) يمثل الشكل المجاور منحنى ن ′(س) لكثير حدود ن(س) من الدرجة الثالثة،



أوجد قاعدة الاقتران ن(س) إذا علمت أن منحناه يمر بنقطة الأصل

السؤال السادس:(١٠ علامة)

أ) اذا كان المستقيم الذي معادلته ٤ص = ٣س − ١ يمس منحنى هـ(س) = $\frac{ب س}{س + ج}$ عند النقطة $(١، \frac{-١}{٢})$ ،

فما قيم الثوابت ٢، ب، ج؟

ب) ليكن ن، هـ اقترانين يحققان المعادلتين: ن ′(س) + هـ(س) = ٠ ، هـ ′(س) − ن(س) = ٠ ، وكان كل ن(س)، هـ(س) > ٠

أثبت أن ل ′(س) = ١ + ل^{٢}(س)، علما أن ل(س) = $\frac{هـ(س)}{ن(س)}$

أ/ جهاد عدوان.. أ/ فاطمه الاسطل

دور ثاني	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠٢٠م الورقة الأولى	الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	أ	ب	ج	د	أ	ب	أ	أ	ب
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	ب	أ	د	ج	د	أ	ب	ج	أ

السؤال الثاني:

أ $\text{جا}^{٢}(\text{ن}(\text{س}٢)) = \frac{٣}{\text{س}} + \frac{١}{٢}$

$٢\,\text{جا}(\text{ن}(\text{س}٢))\,\text{جتا}(\text{ن}(\text{س}٢))(\text{ن}'(\text{س}٢)) \times ٢ = \frac{-٣}{\text{س}^{٢}}$ حيث $٢\text{س} = ٦ \Leftarrow \text{س} = ٣$

$٢\,\text{جا}\frac{\pi}{٣} \times \text{جتا}\frac{\pi}{٣} \times (\text{ن}'(٦)) \times ٢ = \frac{-٣}{٩} \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٢} \times \text{ن}'(٦) \times ٢ = \frac{-١}{٣}$

$\Leftarrow \frac{٤ \sqrt{٣}\,\text{ن}'(٦)}{٤} = \frac{-١}{٣} \Leftarrow \text{ن}'(٦) = \frac{-١}{٣\sqrt{٣}}$

ب بما أن $\text{ن}(\text{س})$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة فهو متصل على $[٠، ٣]$ ، إذن $\text{ن}(\text{س})$ متصل عند $\text{س} = ٢$

$\text{نهـــا}_{\text{س} \to ٢^{-}} \text{ن}(\text{س}) = \text{نهـــا}_{\text{س} \to ٢^{+}} \text{ن}(\text{س}) \Leftarrow \sqrt{١٤} + ٤ = ٨ - ٢\text{ب} + ١٢ \Leftarrow \sqrt{١٤} + ٢\text{ب} = ١٦ \leftarrow (١)$

كذلك $\text{ن}(\text{س})$ قابل للاشتقاق على $]٠، ٣[$ فهو قابل للاشتقاق عند $\text{س} = ٢$

$\text{ن}'(٢)^{-} = \text{ن}'(٢)^{+} \Leftarrow \sqrt{١٤} + ٢ = ١٢ - \text{ب} \Leftarrow \sqrt{١٤} + \text{ب} = ١٠ \leftarrow (٢)$

بطرح (٢) من (١) : $\text{ب} = ٦$ وبالتعويض في (٢) $\text{ا} = ١$

جـ ١) $\text{ف}(\text{ن}) = ٢٠\text{ن} - ٥\text{ن}^{٢}$ ، $\text{ع}(\text{ن}) = ٢٠ - ١٠\text{ن}$ عند أقصى ارتفاع السرعة = صفر

$\Leftarrow ٠ = ٢٠ - ١٠\text{ن} \Leftarrow \text{ن} = ٢$ ثانية

$\text{ف}(٢) = ٤٠ - ٢٠ = ٢٠$م

أقصى ارتفاع عن قمة البرج = ٢٠م

٢) $\text{ف}(\text{ن}) = ٢٠\text{ن} - \text{ن}^{٢} = -١٢٠ + ١٥ \Leftarrow ٥\text{ن}^{٢} - ٢٠\text{ن} - ١٠٥ = ٠$

$\Leftarrow \text{ن}^{٢} - ٤\text{ن} - ٢١ = ٠ \Leftarrow (\text{ن} - ٧)(\text{ن} + ٣) = ٠ \Leftarrow \text{ن} = ٧، -٣$ (محذوف)

$\text{ع}(٧) = ٢٠ - ١٠ \times ٧ = -٥٠$ م/ث

هادي عدوان .. إفاضة الأسطل

السؤال الثالث:

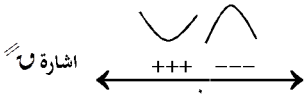
أ

١) $ن(س) = \sqrt[3]{س} + ٢$ ن متصل على ح

$ن'(س) = \frac{١}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}}$ ، $ن''(س) = \frac{-٢}{٩} س^{-\frac{٥}{٣}}$

$ن''(س) = \frac{-٢}{٩} س^{-\frac{٥}{٣}} \neq ٠$

$ن''(س) = \frac{-٢}{٩ \sqrt[3]{س^{٥}}}$



$ن''(س)$ غير موجودة عند $س = ٠$

منحنى $ن(س)$ مقعر للأعلى في الفترة $]-\infty، ٠[$ ، منحنى $ن(س)$ مقعر للأسفل في الفترة $]٠، \infty[$

٢) (٠، ٢) نقطة انعطاف لأن $ن(س)$ متصل وغير من اتجاه تقعره عندها

٣) نفرض هـ زاوية انعطاف عند النقطة (٠، ٢)

ظا هـ $= ن'(٠) = \frac{١}{٠}$ قيمة غير معرفة ومنها هـ $= \frac{\pi}{٢}$

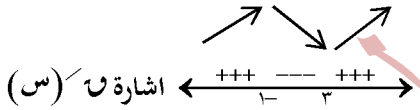
ب $ن(س) = \frac{١}{٣} س^{٣} - س^{٢} - ٣س + ٤$، $س \in ع$

ن متصل لانه كثير حدود

$ن'(س) = س^{٢} - ٢س - ٣$

$ن'(س) = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٣)(س + ١) = ٠ \Leftarrow س = ٣، س = -١$



$ن(س)$ متزايد $]-\infty، -١] \cup [٣، \infty[$

$ن(س)$ متناقص $[-١، ٣]$

٢) $ن(-١) = \frac{١}{٣}(-١)^{٣} - (-١)^{٢} - ٣(-١) + ٤ = ٥\frac{٢}{٣}$ قيمة عظمى محلية

$ن(٣) = \frac{١}{٣}(٣)^{٣} - (٣)^{٢} - ٣(٣) + ٤ = -٥$ قيمة صغرى محلية

ج $ص = \frac{جاس}{س}$، $س \neq ٠$

$\Leftarrow س ص = جاس$

$س ص' + ص = جتاس$ الاشتقاق مرة اخرى $\Leftarrow س ص'' + ص' + ص' = -جاس$

$س ص'' + ٢ ص' = -جاس$ نقسم على س $\Leftarrow ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} = -\frac{جاس}{س}$

$ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} = -ص \Leftarrow ص'' + ٢ \frac{ص'}{س} + ص = ٠$

أ. جهاد عدوان ... إفاطمة الأسطل

السؤال الرابع:

أ) بما أن المستقيم العمودي على المماس لمنحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-س^2}}{3}$ ويوازي المستقيم ٣س − ٢ص − ١٢ = ٠

اذن ميله= $م_ع = \frac{3}{2}$ ، ومعادلته ٣س − ٢ص+جـ = ٠

لاحظ $م_ع = \frac{-1}{\text{ميل المماس}} = \frac{-1}{\frac{ص}{س}} = \frac{-1}{\frac{-2س}{2\sqrt{9-س^2}} \times 2} = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{9-س^2}}{س}$

$\therefore \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{9-س^2}}{س} \Leftarrow س = \sqrt{9-س^2} \Leftarrow س^2 = 9-س^2 \Leftarrow س = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{-3}{\sqrt{2}}$ (ترفض)

لإيجاد ص عندما س $= \frac{3}{\sqrt{2}}$ نعوض في معادلة المنحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-\frac{9}{2}}}{3} = \sqrt{2}$

نعوض س $= \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ، ص $= \sqrt{2}$ في المعادلة ٣س − ٢ص+جـ = ٠ من أجل ايجاد جـ

$\Leftarrow$ جـ $= \frac{5}{2}\sqrt{2}$ $\Leftarrow$ ٠ = جـ+$\sqrt{2}$ ٢ − $\frac{3(\sqrt{2}\ 3)}{2}$

$\therefore$ معادلة العمودي على منحنى ص $= \frac{2\sqrt{9-س^2}}{3}$ هي : ٣س − ٢ص + $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ = ٠

(نقطة التماس هي $\left(\sqrt{2}\ ، \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) \Leftarrow$ ص − $\sqrt{2} = \frac{3}{2}$(س − $\frac{3\sqrt{2}}{2}$))

ب) متوسط التغير للاقتران ن(س) $= \frac{ن(3)-ن(1)}{3-1} = ٢٢$

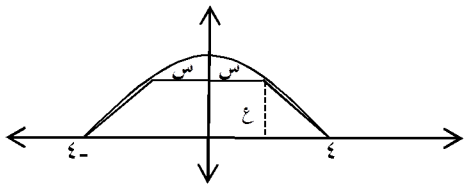
$\Leftarrow ٢٧ا + ٣ب − (ا + ب) = ٤٤ \Leftarrow ٢٦ا + ٢ب = ٤٤ \Leftarrow ١٣ا + ب = ٢٢ \leftarrow (١)$

وبما أن ن(س) كثير حدود له قيمة حرجة عن س=٢ فإن ن´(٢) = ٠

ن´(س) $= ٣ا س^2 + ب \Leftarrow$ ن´(٢) $= ١٢ا + ب = ٠ \leftarrow (٢)$

حل المعادلتين (١) ، (٢) $\Leftarrow$ ا = ٢٢ ، ب = −٢٦٤

السؤال الخامس:

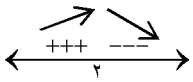


أ) مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين × الارتفاع

$م = \frac{1}{2}(٢س + ٨) \times ع = (س + ٤)\sqrt{١٦ - س^{٢}}$

$م' = (س + ٤)\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦ - س^{٢}}} + \sqrt{١٦ - س^{٢}} = \frac{-س^{٢} - ٤س + ١٦ - س^{٢}}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}} = \frac{-٢س^{٢} - ٤س + ١٦}{\sqrt{١٦ - س^{٢}}}$

$م' = ٠ \Leftarrow -٢س^{٢} - ٤س + ١٦ = ٠ \Leftarrow س^{٢} + ٢س - ٨ = ٠$



$\Leftarrow (س + ٤)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow$ س = ٢ ، س = -٤ (ترفض)

عندما س = ٢ قيمة عظمى مطلقة لانها وحيدة

$م = (٢ + ٤)\sqrt{١٦ - ٤} = ٦\sqrt{١٢}$ وحدة مربعة

ب) $ن(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جس + ء$ يمر بنقطة الاصل $\Leftarrow ء = ٠$

$ن'(س) = ٣أ س^{٢} + ٢ب س + ج$ ، $ن''(س) = ٦أ س + ٢ب$

بما أن $ن'(س)$ يمر بالنقطة $(١، ٠) \Leftarrow ن'(١) = ٣أ + ٢ب + ج = ٠$

$ن'(س)$ يمر بالنقطة $(٠، ٣) \Leftarrow ن'(٠) = ج = ٣$ ومنها $٣أ + ٢ب = -٣ \leftarrow (١)$

$ن''(١) = ٠$ لأن $ن'(س)$ غير من سلوكه من تناقص إلى تزايد عند س=١

$ن''(١) = ٦أ + ٢ب = ٠ \leftarrow (٢)$

بحل المعادلتين $أ = ١ ، ب = -٣$

$\therefore ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س$

السؤال السادس:

أ) بما أن النقطة $(١، -\frac{1}{2})$ تقع على المستقيم ٤ص = أس - ١ فإن $-٢ = أ - ١ \Leftarrow أ = -١$

وبما أن النقطة $(١، -\frac{1}{2})$ تقع على المنحنى $هـ(س) = \frac{ب س}{س + ج}$

$هـ(١) = \frac{ب}{١ + ج} = \frac{-١}{٢} \Leftarrow -٢ب = ١ + ج$

وبما أن المستقيم يمس المنحنى هـ(س) عند س = ١

فإن $ص'|_{س=١} = هـ'(١) \Leftarrow \frac{(١ + ج) \times ب - ب}{(١ + ج)^{٢}} = \frac{-١}{٤}$

$\Leftarrow \frac{-٢ب^{٢} - ب}{(-٢ب)^{٢}} = \frac{-١}{٤} \Leftarrow ب^{٢} = ٢ب^{٢} + ب$ ومنها ب = -١، صـــفر

ولإيجاد ج: $-٢ب = ١ + ج$ ومنها ج = ١

اجتهاد على... إفاطمه الاسطل

ب $\boxed{\text{}}$ $\quad ل(س) = \frac{هـ(س)}{ن(س)}$

$$ل`(س) = \frac{ن(س) \times هـ`(س) - هـ(س) \times ن`(س)}{(ن(س))^{٢}} = \frac{ن(س) \times هـ`(س)}{(ن(س))^{٢}} - \frac{هـ(س) \times ن`(س)}{(ن(س))^{٢}}$$

حيث $ن`(س) = -هـ(س)$ ، $هـ`(س) = ن(س)$

$$= \frac{(ن(س))^{٢}}{(ن(س))^{٢}} + \frac{(هـ(س))^{٢}}{(ن(س))^{٢}} = \frac{هـ(س) \times هـ(س)}{(ن(س))^{٢}} = ١ + \frac{(هـ(س))^{٢}}{(ن(س))^{٢}} = ١ + (ل(س))^{٢}$$

أ/ جهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة/الانجاز
لعام ٢٠٢٠

الزمن : ساعتان ونصف
التاريخ: / ٨/ ٢٠٢٠م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان $م(س)$ اقترانا أصليا للاقتران $ن(س)$ ، فما العبارة الصحيحة مما يلي؟

أ) $ن(س)=م(س)$ ب) $ن'(س)=م(س)$ ج) $ن'(س)=م'(س)$ د) $ن(س)=م'(س)$

٢) ما ناتج $\int \frac{س-\sqrt{س}}{\sqrt{س}-١}$ دس ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+ج$ ب) $\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}+ج$ ج) $-\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}}+ج$ د) $\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}}+ج$

٣) أي من الآتية تساوي $\int \frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٥}}{س^{١٠}}$ دس؟

أ) $\frac{(١+س)^{٦}}{٦}+ج$ ب) $\frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٦}}{٦}+ج$ ج) $٥\times\frac{(س^{٢}+س^{٣})^{٤}}{س^{٢}}+ج$ د) $لـو_{هـ}|س^{١٠}|+ج$

٤) اذا كان $ن'(س)=٢ن(س)$، $ن(س)>٠$ ، فما الاقتران الذي يمثل $ن(س)$ ؟

أ) $جـ هـ^{٢س}$ ب) $هـ^{٢س}+ج$ ج) $لـو_{هـ}ن(س)+ج$ د) $لـو_{هـ}ن(س)-٢س$

٥) تحرك جسم في خط مستقيم بتسارع يعطي بالعلاقة $ت=٢ن-٣$ م/ث^{٢} ، فاذا كانت سرعته الابتدائية ٣م/ث، فما سرعة الجسم بعد مرور ٤ ثوان؟

أ) ٢م/ث ب) ٤م/ث ج) ٧م/ث د) ٥ م/ث

٦) ماذا يساوي $\int \frac{هـ^{ظاس}}{٢جتا^{٢}س}$ دس ؟

أ) $٢قا^{٢}س هـ^{ظاس}+ج$ ب) $\frac{١}{٢}هـ^{ظاس}+ج$ ج) $\frac{١}{٢}قاس هـ^{ظاس}+ج$ د) $٢هـ^{ظاس}+ج$

٧) اذا كان $σ_{٣}=\{-٢، ٠، ١، ٣\}$ تجزئة للفترة $[-٢، ٣]$ وكان $ن(س)=|س^{٣}-٢|$ ، $م(σ_{٣}، ن)=٣٠$ حيث $س^{*}_{ر}=س_{ر-١}$ ، فما قيمة $|$؟

أ) ٤ ب) $\frac{٨}{٣}$ ج) $\frac{٢١}{٥}$ د) ٢

٨) إذا كان $σ_{١٠٠}$ تجزئة منتظمة للفترة $[|، ١٦]$ ، وكانت الفترة الجزئية الإحدى والعشرون هي $[٨، ٨\frac{٤}{٥}]$ ، فما قيمة الثابت $|$

أ) ٦ ب) -٦ ج) ١٢ د) -١٢

٩) إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س)$ دس $=-٢٤$ ، وكانت $σ_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٣]$ ، $م(σ_{ن}، ن)=\frac{٤ن-١٢ن^{٢}}{ن^{٢}}$ للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[١، ٣]$ ، فما قيمة الثابت $|$ ؟

أ) -١٢ ب) ١٠ ج) ١٢ د) ١٤

إعداد: عدوان.. إشراف: فاطمة الأسطل

١٠) إذا كانت أ، ب، جـ ثلاث مصفوفات من الرتب: ٢×٣ ، ٣×٢، ٢×٢ على الترتيب، فأي العمليات الآتية صحيحة؟

أ) أ×جـ + ب ب) ب×أ − ٢جـ ج) ٣أ×ب + ٢جـ د) ب×جـ + ٥أ

١١) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ١ \\ س+٤ & ٤ \end{bmatrix}$، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٢ & -\frac{١}{٢} \\ س-٥ & ١ \end{bmatrix}$، فما هي قيمة س؟

أ) −٢ ب) ٢ ج) ١ د) −٤

١٢) اذا كانت س، ص مصفوفتان غير منفردتان من الرتبة ن × ن حيث $|ص| = ١٢$، $|٢س ص^{-١}| = ٨، |س| = ٣$، فما قيمة ن؟

أ) ٣ ب) ١٦ ج) ٥ د) ٣٢

١٣) ما مجموعة حل المعادلة التالية: $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٦ \\ س^{٢} & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س+٢ & ٦ \\ -٢س+٨ & ٧ \end{bmatrix}$ ؟

أ) {−٢} ب) {٢} ج) {٢، −١، −٤} د) {٢، −١}

١٤) إذا كان $س = \begin{bmatrix} -٤ & ٥ \end{bmatrix}$، $ص = \begin{bmatrix} ١ \\ -١ \end{bmatrix}$، فما قيمة |س.ص| ؟

أ) ٩ ب) −٩ ج) ١ د) −١

١٥) أي من الآتية تساوي $\begin{vmatrix} ١ & جا س \\ جتا س & ٠ \end{vmatrix}$ ؟

أ) جا٢س ب) −جا٢س ج) $\frac{١}{٢}$جا٢س د) $-\frac{١}{٢}$جا٢س

١٦) ما ناتج $\int (قا^{٤}س - ظا^{٤}س) ؤس$؟

أ) −٢ظاس + س + جـ ب) ٢ظاس + قاس + جـ ج) ظا^٢س − قاس + جـ د) ٢ظاس − س + جـ

١٧) ما ناتج $\int \left(\frac{٤}{س} - هـ^{-س}\right) ؤس$ ؟

أ) ٤لو_هـ|س| − هـ^−س + جـ ب) ٤لو_هـ|س| + هـ^−س + جـ ج) ٤لو_هـ|س| − هـ^س + جـ د) ٤لو_هـ|س| + هـ^س + جـ

١٨) اذا كان $\int ق(س) ؤس = جا^{٢}س - ١جتا س + ١$ ، وكان $ق\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ٠$، فما قيمة الثابت ١ ؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $-\sqrt{٢}$ ج) $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

١٩) ليكن عدد عناصر التجزئة المنتظمة σ للفترة [أ، ب] يساوي ٩ عناصر، وكانت الفترة الجزئية الرابعة منها $\left[٥، \frac{٢١}{٤}\right]$ فما قيمة ب − أ؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) $\frac{٩}{٤}$ د) $\frac{٩}{٢}$

٢٠) اذا علمت أن $\int \frac{هـ(س)}{ق(س) + هـ(س)} ؤس = ٢س + جـ$، فما ناتج $\int \frac{هـ(س)}{ق(س) + هـ(س)} ؤس$؟

أ) ٣س + جـ ب) ٢س + جـ ج) −س + جـ د) س^٢ + جـ

أجمل عنوان... أفاطمة الأسطل

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ن(س) = (٢ − ٣س)، حيث س∈[١،٣]، معتبرا س$_ر^*$ = س$_ر$ ، احسب $\int_{١}^{٣}$ ن(س)ﺩس باستخدام تعريف التكامل المحدود.

ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) يعطى بالعلاقة ن′(س) = ٢ظا^{٢}س + ٨جتا^{٢}س ، أوجد قاعدة الاقتران ن(س)، علما أن منحناه يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٤}\ ،\ ٥+\frac{\pi}{٢}\right)$

ج) إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$، ب$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix}$، أوجد (أ.ب)$^{-١}$ + ٢أ

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) إذا كان ن(س)،هـ(س) اقترانين معرفين في الفترة [١ ،٢]، وكان هـ(س) = ٣ن(س) + س ، بحيث م($\sigma$$_ع$ ،ن) = ٦ .

أوجد م($\sigma$$_ع$ ،هـ) معتبرا س$_ر^*$ = س$_ر$ ، علماً أن $\sigma$$_ع$ تجزئة منتظمة للفترة [١ ،٢] .

ب) تحرك جسم في خط مستقيم ابتداءا من نقطة الأصل(و) وبسرعة ابتدائية مقدارها ٢٤سم/ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (−٦ن سم/ث^٢)، أوجد إزاحته عن نقطة الأصل (و) بعد مرور ٤ ثواني؟

ج) استخدم طريقة جاوس لحل نظام المعادلات الخطية التالية: (محذوف)

$$\begin{aligned} -٢س + ٣ص - ع &= ١ \\ س + ٢ص - ع &= ٤ \\ -٢س - ص + ع &= -٣ \end{aligned}$$

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) عند حل نظام يتكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س ،ص بطريقة كريمر وُجد أن أ$_س$ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$، أ$_ص$ = $\begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$، أوجد قيمتي س ،ص

ب) أوجد التكاملات الآتية:

١) $\int \frac{\text{جا}^٣س}{٢+\text{جتا}س}$ﺩس

٢) $\int (لـ_{هـ}\ س)^٢$ﺩس

أ.جهاد عدوان... أ.فاطمة الأسطل

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامة)

أ) إذا كان $م(س)$ اقترانا أصلياً موجباً للاقتران $ن(س)$، فإذا كان $م(س)$ يمر بالنقطة $(٣، هـ)$، وكان $ن(س) = ٢س م(س)$.

أثبت أن $م(\sqrt{٨}) = ١$

ب) أوجد $\int هـ^{س} \left(لـو_{هـ} س + \frac{١}{س}\right) دس$

السؤال السادس: (١٠ علامة)

أ) أثبت أن $\int \frac{(اس + ب)^{ن}}{س^{ن+٢}} دس = \frac{-(اس + ب)^{ن+١}}{ب(ن+١)س^{ن+١}} + جـ$، حيث ب عدد ثابت.

ب) إذا كان $\begin{vmatrix} س & -٣ & ١ \\ ٢س & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & ٧ \end{vmatrix} = ١٣$، أوجد قيمة س.

أ. إيمان عدوان... أفاطمه الاسطل

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢٠م
الورقة الثانية

دور ثاني

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	ب	أ	أ	ج	ب	أ	أ	ج	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ب	ج	ب	ب	د	د	ب	ب	أ	ج

السؤال الثاني:

أ) $\int_{1}^{3}(2-3س)ds$ ، $ن(س)=(2-3س)$ ، $س\in[1،3]$ ، $س_ر=س_ر^*$

$ل=\frac{3-1}{ن}=\frac{2}{ن}$ ، $س_ر^*=س_ر=1+\frac{2}{ن}ر$

$\Leftarrow ن(س_ر^*)=ن(1+\frac{2}{ن}ر)=3(1+\frac{2}{ن}ر)-2=3-2-\frac{6}{ن}ر=-1-\frac{6}{ن}ر$

$ق(ن،σ)=\sum_{ر=1}^{ن}\frac{ب-أ}{ن}ن(س_ر^*)=\sum_{ر=1}^{ن}\frac{2}{ن}(-1-\frac{6}{ن}ر)=\frac{2}{ن}\left(\sum_{ر=1}^{ن}-1-\sum_{ر=1}^{ن}\frac{6}{ن}ر\right)$

$=\frac{2}{ن}\left(-ن-\frac{6}{ن}\times\frac{(1+ن)ن}{2}\right)=\frac{2}{ن}(-ن-3ن-3)=\frac{2}{ن}(-4ن-3)=-8-\frac{6}{ن}$

$\therefore\int_{1}^{3}ن(س)ds=نهـــا_{ن\to\infty}ق(ن،σ)=نهـــا_{ن\to\infty}(-8-\frac{6}{ن})=-8-0=-8$

ب) $ن(س)=\int ن'(س)ds=\int(2ظا^2س+8جتا^2س)ds=\int2(قا^2س-1)+8(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}جتا2س)ds$

$=\int(2قا^2س-2+4+4جتا2س)ds=2س+2ظاس+2جا2س+جـ$

$ن(\frac{\pi}{4})=2\times\frac{\pi}{4}+2ظا\frac{\pi}{4}+2جا\frac{\pi}{2}+جـ\Leftarrow\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+5\Leftarrow2+2+جـ=1\Leftarrow جـ=1$

$\therefore ن(س)=2س+2ظاس+2جا2س+1$

جـ $(أ.ب)^{-1} + أ^{2} = ب^{-1} \times أ^{-1} + أ^{2}$

نجد $أ^{-1}$: $|أ| = ٦ - ٤ = ٢ \Leftarrow أ^{-1} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$

$$\text{المطلوب} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix} \times \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} + ٢\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣ & ٤- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٤ \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٨ & ١٠- \\ ١٦- & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٨ & ٤ \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٢- \\ ١٢ & ١٠- \end{bmatrix}$$

السؤال الثالث:

أ $هـ(س) = ٣ن(س) + س$ ، $\forall س \in [٠، ٢]$ ، $\sigma_{٤}(ن، ٢) = ٦$ ، $\sigma_{٤}(هـ، ٢) = ؟؟$

$$\sigma_{٤}(هـ، ٢) = ٣\sigma_{٤}(ن، ٢) + \sigma_{٤}(س، ٢) = ٣ \times ٦ + \frac{١٠ - ٢}{٤}(ن(س_{*}) \sum_{ر=١}^{٤}$$

$$= ١٨ + ٢(ن(س_{١}) + ن(س_{٢}) + ن(س_{٣}) + ن(س_{٤})) = ١٨ + ٢(٤ + ٦ + ٨ + ١٠)$$

$$= ١٨ + ٢(٢٨) = ٥٦ + ١٨ = ٧٤$$

ب $ع(٠) = ٢٤$ ، $ت = -٦ن$ ، $ف(٠) = ٠$

$$ع = \int -٦ن \, د ن = -٣ن^{٢} + جـ$$

$$ع(٠) = ٢٤ \Leftarrow جـ = ٢٤ \Leftarrow ع = -٣ن^{٢} + ٢٤$$

$$ف = \int ع(ن) \, د ن = -ن^{٣} + ٢٤ن + ء$$

$$ف(٠) = ٠ \Leftarrow ء = ٠$$

$$\therefore ف(ن) = -ن^{٣} + ٢٤ن \Leftarrow ف(٤) = -٦٤ + ٩٦ = ٣٢ م$$

جـ $\overline{أ}$ =

$$\begin{bmatrix} ١ & | & ١- & ٣ & ٢- \\ ٩ & | & ٣- & ٧ & ٠ \\ ٤- & | & ٢ & ٤- & ٠ \end{bmatrix} \xleftarrow[ص_{٣} = ص_{٣} - ص_{١}]{ص_{٢} = ٢ص_{٢} + ص_{١}} \begin{bmatrix} ١ & | & ١- & ٣ & ٢- \\ ٤ & | & ١- & ٢ & ١ \\ ٣- & | & ١ & ١- & ٢- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ١ & | & ١- & ٣ & ٢- \\ ٣٦ & | & ١٢- & ٢٨ & ٠ \\ ٨ & | & ٢ & ٠ & ٠ \end{bmatrix} \xleftarrow{ص_{٣} = ص_{٣} + ص_{٢}} \begin{bmatrix} ١ & | & ١- & ٣ & ٢- \\ ٣٦ & | & ١٢- & ٢٨ & ٠ \\ ٢٨- & | & ١٤ & ٢٨- & ٠ \end{bmatrix} \xleftarrow[ص_{٣} \times ٧]{ص_{٢} \times ٤}$$

$$٢ع = ٨ \Leftarrow ع = ٤ ، ٢٨ص - ١٢ع = ١ \Leftarrow ٢٨ص = ٣٦ + ٤٨ \Leftarrow ص = \frac{٨٤}{٢٨} = ٣$$

$$-٢س + ٣ص - ع = ١ \Leftarrow -٢س + ٩ - ٤ = ١ \Leftarrow س = ٢$$

$$م.ح = (٢، ٣، ٤)$$

إجهاد عدوان... أفاطمه الأسطل

السؤال الرابع:

أ) $ا_س = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$، $ا_ص = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ⇐ $ا = \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

$|ا| = ٩ - ١٠ = -١$، $|ا_س| = ٣ - ٠ = ٣$، $|ا_ص| = ٠ - ٢ = -٢$

$س = \frac{٣}{-١} = -٣$، $ص = \frac{-٢}{-١} = ٢$

ب) ١) $\int \frac{جا^{٣}س}{٢ + جتاس} ؤس$

نفرض $ص = جتاس$ ⇐ $ؤس = \frac{-ؤص}{جاس}$

$= \int \frac{جا^{٣}س}{٢ + ص} \times \frac{-ؤص}{جاس} = \int \frac{-جا^{٢}س}{٢ + ص} ؤص = \int \frac{-١ + ص^{٢}}{٢ + ص} ؤص$ نطرح ونضيف ٣ للبسط

$= \int \frac{ص^{٢} - ٤}{ص + ٢} ؤص + \int \frac{٣}{ص + ٢} ؤص = \int (ص - ٢) ؤص + ٣ لـو_{هـ} |ص + ٢|$

$= \frac{ص^{٢}}{٢} - ٢ص + ٣ لـو_{هـ} |ص + ٢| + جـ = \frac{جتا^{٢}س}{٢} - ٢جتاس + ٣ لـو_{هـ} |جتاس + ٢| + جـ$

٢) $\int (لـو_{هـ} س)^{٢} ؤس$

نفرض

$ن = (لـو_{هـ} س)^{٢}$ $ؤع = ؤس$

$ؤن = ٢ لـو_{هـ} س \times \frac{١}{س}$ $ع = س$

$= س (لـو_{هـ} س)^{٢} - ٢ \int لـو_{هـ} س ؤس = س (لـو_{هـ} س)^{٢} - ٢(-س + س لـو_{هـ} س) + جـ$

$= س (لـو_{هـ} س)^{٢} + ٢س - ٢س لـو_{هـ} س + جـ$

$\left(\begin{matrix} ن = لـو_{هـ} س & ؤع = ؤس \\ ؤن = \frac{١}{س} & ع = س \end{matrix} \right) \Leftarrow \int لـو_{هـ} س = س لـو_{هـ} س - س$

السؤال الخامس:

أ) $م > ٠$، $م(٣) = هـ$، $ن(س) = ٢س م(س)$

$ن(س) = ٢س م(س) \Leftarrow م`(س) = ٢س م(س) \Leftarrow \frac{م`(س)}{م(س)} = ٢س$ بالتكامل

$لـو_{هـ} م(س) = \frac{٢س^{٢}}{٢} + جـ \Leftarrow م(س) = هـ^{س^{٢} + جـ} \Leftarrow م(٣) = هـ^{٩} \times ا = هـ^{-٨} \Leftarrow ا = هـ$

$م(س) = هـ^{س^{٢} - ٨} \Leftarrow م(\sqrt{٨}) = هـ^{٨ - ٨} = هـ^{٠} = ١$

أ. جهاد عدوان... أ. فاطمه الاسطل

ب $\int هـ^{س}\left(لـو_{هـ} س+\frac{١}{س}\right)دس=\int هـ^{س} لـو_{هـ} س+\frac{هـ^{س}}{س}دس$

$ن=لـو_{هـ} س \quad دع=هـ^{س}$

$دن=\frac{١}{س} \quad ع=هـ^{س}$

$\therefore \int هـ^{س}\left(لـو_{هـ} س+\frac{١}{س}\right)دس=هـ^{س} لـو_{هـ} س-\int \frac{هـ^{س}}{س}دس+\int \frac{هـ^{س}}{س}دس=هـ^{س} لـو_{هـ} س$

السؤال السادس:

١ $\int \frac{(ا س+ب)^{ن}}{س^{ن+٢}}دس=\frac{-(ا س+ب)^{ن+١}}{ب(ن+١)س^{ن+١}}+جـ$

$\int \frac{(ا س+ب)^{ن}}{س^{ن}}\times\frac{١}{س^{٢}}دس=\int\left(\frac{ا س+ب}{س}\right)^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}دس=\int\left(ا+\frac{ب}{س}\right)^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}دس$

نفرض $ص=ا+\frac{ب}{س} \Leftarrow دص=\frac{-ب}{س^{٢}}دس \Leftarrow دس=\frac{-س^{٢}دص}{ب}$

$\therefore \int \frac{(ا س+ب)^{ن}}{س^{ن+٢}}دس=\int ص^{ن}\times\frac{١}{س^{٢}}\times\frac{-س^{٢}دص}{ب}=\frac{-١}{ب}\frac{ص^{ن+١}}{ن+١}+جـ=\frac{-١}{ب(ن+١)}\left(\frac{ا س+ب}{س}\right)^{ن+١}+جـ$

$=\frac{-(ا س+ب)^{ن+١}}{ب(ن+١)س^{ن+١}}+جـ$

ب $\begin{vmatrix} س & -٣ & ١ \\ ٢س & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & ٧ \end{vmatrix}=١٣$

$س\begin{vmatrix} -٥ & ٢ \\ ٦ & ٧ \end{vmatrix}+٣\begin{vmatrix} ٢س & ٢ \\ ١ & ٧ \end{vmatrix}+١\begin{vmatrix} ٢س & -٥ \\ ١ & ٦ \end{vmatrix}=١٣$

$س(-٣٥-١٢)+٣(١٤س-٢)+١(١٢س+٥)=١٣$

$-٤٧س+٤٢س-٦+١٢س+٥=١٣$

$-٧س-١=١٣ \Leftarrow ٧س=١٤ \Leftarrow س=٢$

أ/ جهاد عدوان... أ/ فاطمه الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
الدورة: الاستكمالية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "الانجاز"
لعام ٢٠٢٠ م

مدة الامتحان : ثلاث ساعات
اليوم والتاريخ: / ١٢ /٢٠٢٠م
مجموع العلامات (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الأول : (٦٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(٢٠) فقرة من نوع اختيار من متعدد،من أربعة بدائل،اختر رمز الإجابة الصحيحة،ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة $[١،١٦]$ يساوي ٩ ، فما متوسط التغير للاقتران ق(س^{٢}) في الفترة $[١،٤]$ ؟

أ) ٩ ب) ٣ ج) ٤٥ د) ١٥

٢) إذا كانت ص = ق(لـو$_{هـ}$ س)، فما ناتج $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $\frac{١}{س}$ ق$'$(س) ب) $\frac{١}{س}$ ق$'$(لـو$_{هـ}$ س) ج) ق$'$($\frac{١}{س}$) د) $\frac{١}{س}$ ق(لـو$_{هـ}$ س)

٣) اذا كان ق(س) = $[٢س + ٠,٥]$ فما قيمة ق$'$(٤)؟

أ) صفر ب) ٢ ج) ٨ د) غير موجودة

٤) اذا كانت ص =لـو$_{هـ}$ (قاس+ظاس) ، فما ناتج $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) ظاس ب) قاس ج) ظا^{٢}س د) قتاس

٥) اذا كان المماس المرسوم لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢،−١) يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فما قيمة $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{ق(س)-ق(٢)}{٢س-٤}$ ؟

أ) −١ ب) $\frac{-١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ١

٦) اذا كانت معادلة العمودي على منحنى ق(س) عند النقطة (٣،٠) هي ٢س − ٣ص = ٦ ، فما قيمة ق$'$(٣)؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $-\frac{٣}{٢}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

٧) تحرك جسيم وفق العلاقة ع = ٦ $\sqrt{ف}$ ، حيث ف،ع هما الإزاحة والسرعة على الترتيب، فما تسارع هذا الجسيم؟

أ) ٦ ب) ١٢ ج) ١٨ د) ٣٦

٨) ما قيمة /قيم جـ التي تحددها نظرية رول للاقتران ق(س) =لـو$_{هـ}$ (س + $\frac{١}{س}$) على الفترة $\left[\frac{١}{٢}، ٢\right]$؟(محذوف)

أ) ±١ ب) ١ ج) −١ د) هـ

٩) ليكن ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+٢س+١ ، س \geq ١ \\ [س]+٣س ، س < ١ \end{cases}$ فما قيمة ق$'$(١)$^{+}$؟

أ) صفر ب) ٣ ج) ٤ د) غير معرّف

١٠) إذا كان لمنحنى ق(س) = ٢س^{٣} − ١س^{٢} قيمة قصوى محلية عندما س = ١، فما قيمة أ ؟

أ) −٣ ب) −٢ ج) ٣ د) ٢

أ. جهاد عوض أغاظمه الاسطل

١١) ليكن ن(س) = جاس − √٣ جتاس ، س ∈ [٠ ، π] ، فما الاحداث السيني لنقطة الانعطاف للاقتران ن(س)

أ) $\frac{\pi}{٦}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

١٢) إذا كان أ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية، وكان |أ| = ٥، ٤ = |أ ب| = −٢ ١ فما قيمة |٢ب| ؟

أ) −٨ ب) −٢ ج) ٦ د) ٨

١٣) اذا كانت $م_{٣}$ المصفوفة المحايد في عملية ضرب المصفوفات من الرتبة الثالثة، فما قيمة $|٥ م_{٣}|$ ؟

أ) ٥ ب) ١٥ ج) ٢٥ د) ١٢٥

١٤) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٤ & −١ & ٥ \\ ٦ & −٣ & ٩ \\ ٢ & ٧ & −١ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $أ_{١٢} − أ_{٣١}$ ؟

أ) −٥ ب) −٣ ج) ١ د) ٢

١٥) اذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فما المصفوفة التي تساوي $أ^{-١} + أ$ ، حيث $أ^{-١}$ هي النظير الضربي للمصفوفة أ ؟

أ) و ب) $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ د) $٧ م_{٢}$

١٦) ما ناتج $\int (جتا^{٤} س − جا^{٤} س) ؛ س$ ؟

أ) جتا٢س+جـ ب) $\frac{١}{٢}$جا٢س+جـ ج) $−\frac{١}{٢}$جا٢س+جـ د) $\frac{١}{٢}$جتا٢س+جـ

١٧) ما ناتج $قا^{٢} \frac{\pi}{٤} ؛ س$ ؟

أ) $\frac{١}{٤} ظا \frac{\pi}{٤} + جـ$ ب) ٢س+جـ ج) $\frac{٤}{\pi} ظا \frac{\pi}{٤} س + جـ$ د) ٢

١٨) اذا كان $\int (٢س − ١) ن(س) ؛ س = س^{٣} + س^{٢} − ٣س + جـ$ وكان الاقتران ن(س) متصلا، فما قيمة ن´(٣) ؟

أ) ١,٦ ب) ٠,٨ ج) ٥ د) ٦

١٩) اذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠ ، ٢] ، وكان العنصر الرابع فيها يساوي (٦)، فما عدد الفترات الجزئية الناتجة من تلك التجزئة ؟

أ) ٢٠ ب) ١١ ج) ١٠ د) ٩

٢٠) اذا كان $\int ٢س لـو_{هـ} س ؛ س = س^{٢} لـو_{هـ} س − \int ع ؛ س$ ، فما المقدار ع ؛ س ؟

أ) $لـو_{هـ} س ؛ س$ ب) $س^{٢} ؛ س$ ج) س ؛ س د) $س لـو_{هـ} س ؛ س$

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٦ − س ، & س < ٢ \\ س^{٢} + ا س ، & س \geq ٢ \end{cases}$ ، وكان متوسط التغير للاقتران ن(س) عندما تتغير س من ١ إلى أ

حيث أ > ٢ يساوي ٩، فما قيمة أ ؟

أ. جهاد عدوان ... إعداد: فاطمة الأسطل

ب) اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي ازاء النقطة المحددة لكل منها:

١) $ص = ع^{٢} - ٢ع$ ، $ع = ٤ + ظا٢س$ عندما $س = ٠$

٢) $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ عند $(١،٤)$

ج) أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى الاقتران $ق(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_{هـ}(١+جاس)$ عند $س = ٠$

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) اذا كان للاقتران $ق(س) = س^{٣} + أس^{٢} + بس + جـ$ نقطة انعطاف عند $(-١،٨)$ وكان قياس زاوية الانعطاف عند نقطة الانعطاف تلك يساوي $\frac{٣\pi}{٤}$ ، اوجد قيم الثوابت $أ، ب، جـ$؟(محذوف)

ب) اذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤$ أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص. ٢) القيم القصوى. ٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل.

ج) اذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٢س$ ، وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة للفترة $[-٣، ٥]$ ، فاحسب $ر(\sigma_{٤}، ق)$ حيث $س^{*}_{ر} = س_{ر-١}$

السؤال الرابع:(٤٠ علامة)

أ) حل المعادلتين $٣س = ٢ص - ١$ ، $\frac{س + ص}{٢} = ٤$ بطريقة كريمر

ب) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ص \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة / قيم كل من : س ، ص ؟

ج) اوجد التكاملين الآتيين:

١) $\int قا^{٢} \sqrt{س}\, د س$ ٢. $\int \frac{٢س}{س^{٢} + ٢س - ٨}\, د س$ (محذوف)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس:(٢٠ علامة)

أ) إذا كان المستقيم $ص = س + ٤$ يمس منحنى الاقتران $ق(س)$ عندما $س = ١$ وكان $ق''(س) = ٦س + ٢$ ، فأوجد قاعدة الاقتران $ق(س)$.

ب) قذف جسم رأسيا للأعلى من سطح الأرض وكانت إزاحته عن سطح الأرض تعطى بالعلاقة $ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$ ، حيث $ف(ن)$ الازاحة بالأمتار ، $ن$ الزمن بالثواني، أوجد سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ٦٥ م.

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) يريد رجل عمل حديقة مستطيلة الشكل في أرضه، وذلك بإحاطتها بسياج، فإذا كان لديه ٨٠ مترا من الأسلاك، فما مساحة أكبر حديقة يمكن للرجل إحاطتها بهذا السياج؟

ب) إذا كان $س = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٢- \\ ٤ & \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ، أوجد $(س \times ص)^{-١}$ ؟

أ. جهاد عدوان .. إفاضة الأسطر

الدورة الاستكمالية

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة

لعام ٢٠٢٠م

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
الإجابة	ج	ب	أ	ب	ب	ج	ج	ب	ب	ج
الرقم	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	ج	أ	د	ج	د	ج	ب	أ	ج	ج

السؤال الثاني:

أ متوسط تغير $ن(س) = \frac{ن(أ)-ن(١)}{أ-١} \Leftarrow ٩ = \frac{٥-أ^٢+أ^٢}{أ-١} \Leftarrow ٩ = ٩-١٩ \Leftarrow ٥-أ^٢٢ = ٤+١٩-أ^٢٢ \Leftarrow ٠ =$

$\Leftarrow (أ٢-١)(أ-٤) = ٠ \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}$ محذوفة لأن $أ > ٠$، $أ = ٤$

ب

١) $ص = ع^{-٢}ع٢ \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ع٢-٢ ، ع = ٤+ظا٢س \Leftarrow \frac{د ع}{د س} = ٢قا^٢٢س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س} = (ع٢-٢)\times(٢قا^٢٢س)$:س = ٠، ع = ٤

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = ٦ \times ٢ = ١٢$

٢) $\overline{أس}\,أ + \overline{أص}\,أ = ٣ \Leftarrow \frac{١}{\overline{أس}\,أ٢} + \frac{١}{\overline{أص}\,أ٢}\frac{د ص}{د س} = ٠ \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-\overline{أص}\,أ}{\overline{أس}\,أ}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٤، ص=١} = \frac{-\sqrt{أ}}{٤أ} = \frac{-١}{٢}$

جـ $ن(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_{هـ}(١+جاس) \Leftarrow ن'(س) = ٢جتاس هـ^{جا٢س} + \frac{جتاس}{١+جاس}$

ميل المماس عند (س = ٠) = $ن'(٠) = ٢+١ = ٣$ ، عندما س = ٠ $\Leftarrow ن(٠) = ١$

معادلة المماس للاقتران ن(س) عند س = ٠

$ص - ١ = ٣(س - ٠) \Leftarrow ص = ٣س + ١$

هاد عدوان... أفاطمه الأسطل

السؤال الثالث:

أ $ن(س) = س^3 + أس^2 + بس + جـ \Leftarrow ن'(س) = 3س^2 + 2أس + ب \Leftarrow ن''(س) = 6س + 2أ$

$ن(-1) = 8 \Leftarrow -1 + أ - ب + جـ = 8 \leftarrow (1)$

وبما أن قياس زاوية الانعطاف عند نقطة الانعطاف تساوي $\frac{3\pi}{4}$

فإن $ن'(-1) = ظا\frac{3\pi}{4} \Leftarrow 3 - 2أ + ب = -1 \leftarrow (2)$

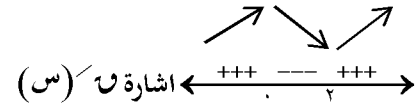
$ن''(-1) = 0 \Leftarrow -6 + 2أ = 0 \Leftarrow \boxed{أ = 3}$ وبحل معادلة (2) فإن $-3 + ب = -1 \Leftarrow \boxed{ب = 2}$

وبالتعويض في معادلة (1) فإن $-1 + 3 - 2 + جـ = 8 \Leftarrow \boxed{جـ = 8}$

ب $ن(س) = س^3 - 3س^2 + 4$

1) $ن'(س) = 3س^2 - 6س$

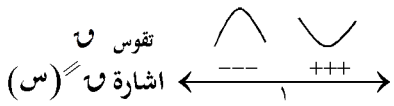
$\Leftarrow ن'(س) = 3س(س - 2) = 0 \Leftarrow س = 0 ، س = 2$



$ن(س)$ متناقص في $[0، 2]$، ومتزايد في $]-\infty، 0[،]2، \infty[$

2) $ن(0) = 4$ قيمة عظمى محلية ، $ن(2) = 0$ قيمة صغرى محلية

3) $ن''(س) = 6س - 6 \Leftarrow 6(س - 1) = 0 \Leftarrow س = 1$



$ن(س)$ مقعر للاسفل في $]-\infty، 1[$ ومقعر للأعلى في $]1، \infty[$

جـ بما أن التجزئة منتظمة فإن طول الفترة الجزئية $= \frac{8}{4} = 2$

وتصبح $\sigma_4 = \{-3، -1، 1، 3، 5\}$

الفترات الجزئية الناتجة عن σ_4 هي $[-3، -1]، [-1، 1]، [1، 3]، [3، 5]$

$س_ر^*$ المناظرة $= = -3، -1، 1، 3$

$م(\sigma_ن، ن) = \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_ر^*)(س_ر - س_{ر-1}) = \frac{ب - أ}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ن(س_ر^*)$

$م(\sigma_4، ن) = 2 \sum_{ر=1}^{3} ن(س_ر^*) = 2(ن(-3) + ن(-1) + ن(1) + ن(3)) = 2(15 + 3 + 1 - 3) = 40$

السؤال الرابع:

أ $3س - 2ص = -1 ، س + ص = 8$

نكون المصفوفات : $أ = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $أ_س = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$ ، $أ_ص = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

$|أ| = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 5$ ، $|أ_س| = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 15$ ، $|أ_ص| = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 25$

$س = \frac{|أ_س|}{|أ|} = \frac{15}{5} = 3$ ، $ص = \frac{|أ_ص|}{|أ|} = \frac{25}{5} = 5$

أ/ جهاد عدوان .. أ/ فاطمه الاسطل

ب $\begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ص & ٤ \\ ٤ & ٥- \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ⇐ م = أ$^{-١}$

قيمة المدخلة ⇐ ٤س − ١٥ = ١ ⇐ س = ٤ ، م$_{١١}$ = ١

قيمة المدخلة ⇐ ٥ص + ١٦ = ١ ⇐ ص = −٣ ، م$_{٢٢}$ = ١

جـ

١) $\int$ قا^{٢} أ س د س

تكامل بالتعويض بفرض ص = ظا أ س ⇐ د ص = $\frac{١}{٢\ ظا أ س}$ د س ⇐ ٢ ظا أ س د ص

$\int$ قا^{٢} أ س د س = ٢ $\int$ قا^{٢} ص ص د ص نكمل التكامل بالاجزاء

نفرض ن = ص ، د ع = قا^{٢} ص د ص

د ن = د ص ، ع = ظا ص

٢ $\int$ ص قا^{٢} ص د ص = ص ظا ص − $\int$ ظا ص د ص = ص ظا ص + لـو$_{هـ}$ |جتا ص| + جـ

$\int$ قا^{٢} أ س د س = ظا أ س + لـو$_{هـ}$ |جتا أ س| + جـ

٢) $\int \frac{٢س}{س^{٢}+٢س-٨}$ د س

$\frac{٢س}{(س+٤)(س-٢)}=\frac{أ}{س+٤}+\frac{ب}{س-٢}=\frac{أ(س-٢)+ب(س+٤)}{(س-٢)(س+٤)}$

⇐ ب = $\frac{٢}{٣}$ ، أ = $\frac{٤}{٣}$

وبالتالي $\int \frac{٢س}{س^{٢}+٢س-٨}$ د س = $\frac{٤}{٣}\int \frac{١}{س+٤}$ د س + $\frac{٢}{٣}\int \frac{١}{س-٢}$ د س = $\frac{٤}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س + ٤| + $\frac{٢}{٣}$ لـو$_{هـ}$ |س − ٢| + جـ

السؤال الخامس:

أ بما أن المستقيم ص يمس منحنى الاقتران ن(س) عند س = ١ فإن ن ′(١) = ١ ، أيضا ن(١) = ص$_{|س=١}$ = ٥

ن ′(س) = ٦س + ٢ ⇐ ن ″(س) د س = $\int$ ٦س + ٢ د س ⇐ ن ′(س) = ٣س^{٢} + ٢س + جـ

ن ′(١) = ٣ + ٢ + جـ = ١ ⇐ ٥ + جـ = ١ ⇐ جـ = −٤

ن ′(س) = ٣س^{٢} + ٢س − ٤ ⇐ ن ″(س) د س = $\int$ ٣س^{٢} + ٢س − ٤ د س

⇐ ن(س) = س^{٣} + س^{٢} − ٤س + جـ$_{١}$

ن(١) = −٢ + جـ$_{١}$ ⇐ ٥ = −٢ + جـ$_{١}$ ⇐ جـ$_{١}$ = ٧ ∴ قاعدة الاقتران ن(س) = س^{٣} + س^{٢} − ٤س + ٧

أ. جهاد عدوان .. أ. فاطمة الاسطل

ب | ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} ، ع(ن) = ٣٠ − ١٠ن

السرعة عند أقصى ارتفاع للجسم ع(ن) = ٠

⇐ ٣٠ − ١٠ن = ٠ ⇐ ن = ٣ ثواني

أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض ف(٣) = ٩٠ − ٤٥ = ٤٥م

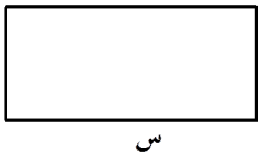
حينما يقطع الجسم ٦٥ م يصبح على بعد ٢٥م عن سطح الأرض ولايجاد الزمن آن ذاك

ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} ⇐ ٢٥ = ٣٠ن − ٥ن^{٢} ⇐ ن^{٢} − ٦ن + ٥ = ٠

⇐ (ن − ٥)(ن − ١) = ٠ ⇐ ن = ٥ ثواني ، ن = ١ ثانية محذوفة (صاعد)

سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ٦٥ م ع(٥) = ٣٠ − ١٠ × ٥ = −٢٠ م | ث

السؤال السادس:



أ | نفرض عرض الحديقة ص ، طول الحديقة س ، مساحة الحديقة م

٢س + ٢ص = ٨٠ ⇐ س = ٤٠ − ص

م = س ص = (٤٠ − ص)ص = ٤٠ص − ص^{٢}

م$'$ = ٤٠ − ٢ص بوضع م$'$ = ٠ ⇐ ص = ٢٠ ، م$''$ = −٢ ⇐ م$''$ |$_{ص=٢٠}$ < ٠ (عظمى محلية ومطلقة)

مساحة أكبر حديقة يمكن للرجل احاطتها بهذا السياج م = س × ص = ٢٠ × ٢٠ = ٤٠٠ م^{٢}

ب | $س = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$ ، |س| = ١ × $\frac{١}{٢}$ + ٤ = ٢ + ٤ = ٤

$س^{-١} = \frac{١}{٤}\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٤} & ١ \\ \frac{١}{٨} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$

$ص = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ ، |ص| = ٣٢ − ٣٠ = ٢

$ص^{-١} = \frac{١}{٢}\begin{bmatrix} ٨ & -٥ \\ -٦ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -\frac{٥}{٢} \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$

$(س \times ص)^{-١} = ص^{-١} \times س^{-١} = \begin{bmatrix} -\frac{٥}{٢} & ٤ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{١}{٤} & ١ \\ \frac{١}{٨} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{١١}{٤} & \frac{٢١}{١٦} \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

أ/ جهاد عدوان .. أ/ فاطمه الاسطل

مسابقات و اختبارات
الرياضيات
الالكترونية
للثانوية العامة
فلسطين

https://www.facebook.com/groups/jehad.m.adwan

أجهاد عدوان . أفاضله لاسطن

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الأولى

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الأولى

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الاثنين
التاريخ:٢٨ / ٦/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت $\lim_{س\to٠} \frac{ظ٢س}{س(١-ب)} = ٤$ ، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٢) إذا كان $ن(س) = \frac{[\frac{١}{٢}س+١]}{|س-٢|}$ ، فما قيمة $ن'(٣)$ ؟

أ) ٣ ب) ٢ ج) -٢ د) -٣

٣) إذا كان $ن^{٢}(٢س-١) = ٢س^{٢}-٢$ ، وكان $ن(٥) = ٤$ ، فما قيمة $ن'(٥)$ ؟

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) ٥ د) $\frac{٢}{٣}$

٤) إذا كان $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^{٢}+٢}$ ، وكان المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (−١ ، ٢) أفقياً، فما قيمة $ن'(-١)$ ؟

أ) $-\frac{٤}{٩}$ ب) $-\frac{١}{٩}$ ج) $\frac{٤}{٩}$ د) $\frac{٧}{٩}$

٥) إذا كان $لـو_{هـ} ص = ٢ + لـو_{هـ} س$ ، حيث س ، ص > ٠ ، فما قيمة $\frac{ى ص^{٢}}{ى س^{٢}}$ ؟

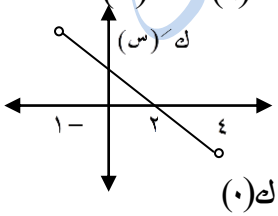
أ) $هـ^{٢}$ ب) ٢هـ ج) هـ د) صفر

٦) إذا كان ن(س) اقترانا متصلا على الفترة $[١،٦]$ وكانت $ن''(س) > ٠$ لجميع قيم $س \in]١،٦[$ ، وكان للاقتران ن(س) ثلاث نقط حرجة في $[١،٦]$ فإذا علمت أن $ن'(٤) = ٠$ ، فما العبارة الصحيحة فيما يلي؟

أ) $ن(٤) < ٠$ ب) $ن(٤) > ن(٣)$ ج) $ن(٤) < ن(٣)$ د) $ن(٤) = ن(٣)$

٧) إذا كان ك(س) معرفاً وموجباً في الفترة $[-١،٤]$ ، حيث $ك(٢) = ٢ك(٤) = ٣ك(-١)$

والشكل المجاور يبين منحنى $ك'(س)$ ، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ك(س)؟



أ) ك(−١) ب) ك(٢) ج) ك(٤) د) ك(٠)

٨) إذا كان $ن(س) = هـ^{س} - هـ^{-س}$ ، ما العبارة الصحيحة بالنسبة للاقتران ن(س)؟

أ) متزايد في ح ب) متناقص في ح

ج) متزايد في $[٠،\infty[$ ومتناقص في $]-\infty،٠]$ د) متناقص في $[٠،\infty[$ ومتزايد في $]-\infty،٠]$

٩) إذا كان ن(س) = س^{٣} − ا س^{٢} وكانت النقطة (−١، ب) نقطة انعطاف لمنحنى ن(س)، فما قيمة الثابت ب؟

أ) −٣ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

١٠) إذا كان ن(٤) = هـ ن(١) حيث هـ العدد النيبيري، فما متوسط التغير في الاقتران ع(س) = لـو$_{هـ}$ ن(س) في الفترة [١، ٤]؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{هـ}{٣}$ ج) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{-هـ}{٣}$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) ١. إذا كان ن(س) = س^{٢} قا $\frac{\pi}{س}$، س ≠ ٠، فاحسب ن$'$(١).

٢. إذا كان ن(س) = هـ^{س} − هـ س، فما أصغر قيمة للاقتران ن(س) في الفترة [٠، ٣].

ب) قذف جسم رأسيا إلى اعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٢٠ ن − ٥ ن^{٢}، حيث ف : ارتفاع الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد:

١. أقصى ارتفاع يصله الجسم. ٢. سرعة الجسم عندما يكون قد قطع مسافة ٢٥ متراً

السؤال الثالث:(٢٠ علامة)

أ) ١. اذا كانت ن$'$(س) = س ن(س) + ن(٣) وكان ن$'$(٣) = −٤ فما قيمة ن$''$(٣).

٢. إذا كان ص = ($\sqrt{ع}$ + هـ)^{٣}، ع = هـ$^{-٢س}$ حيث هـ العدد النيبيري، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = −١

ب) إذا كان ن(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} − ١٥ س، س ∈ [−٢، ٦]. جد:

١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ن(س). ٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ن(س) (إن وجدت).

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س^{٢} − ٤س + ص^{٢} = ١، ص > ٠ عند نقط تقاطعها مع منحنى ص = س^{٢} − ٤س + ٥.

ب) إذا كان ن(س) = ٢ ا + س^{٢} + ٢ لـو$_{هـ}$ (س − ١)، س > ١، فأوجد:

١. مجالات التقعر للأعلى وللأسفل ن(س). ٢. نقط الانعطاف(إن وجدت) للاقتران ن(س).

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ن(س) = −٢ ا س^{٣} + ٦ س^{٢} + ك، حيث ا، ك ∈ ع، وكان لمنحنى ن(س) قيمة صغرى محلية واخرى عظمى محلية أحداهما تكون عند (س = −٢)، فأوجد:

١. قيم الثابت ا. ٢. قيمة الثابت ك علما بأن مجموع القيمتين العظمى والصغرى يساوي −١٢.

ب) ١. احسب نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{١ - جتا س}{س جا س}$ باستخدام قاعدة لوبيتال.

٢. إذا كان ن(س) = (س + ٢)$^{٢+ن}$، ن$''$(س) = ٤٢ (س + ٢)^{ن}، ن ∈ ط، ن > ٠، فجد ن$'$(−١).

السؤال السادس :(٢٠ علامة)

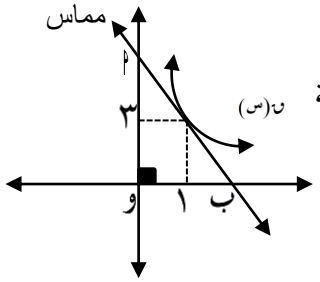
أ) إذا علمت أن $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + بس + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٢١س - ١٠ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، وكانت $ن'(٢)$ موجودة، فما قيم أ، ب؟

ب) ١. إذا كان $ن(س) = س^{٢} + \frac{ب}{س}$، $س \neq ٠$، $ب \ni ع$ باستخدام اختبار المشتقة الثانية بيّن أن منحنى الاقتران $ن(س)$ لا يأخذ أي قيمة عظمى محلية في مجاله.

٢. إذا كان $ن(س)$ كثير حدود معرف في الفترة $[١، ٣]$ بحيث يقع منحناه في الربع الرابع ومتزايد على مجاله، وكان $هـ(س) = ١٠ - س^{٢}$، بين أن $(ن \times هـ)(س)$ اقتران متزايد في الفترة $[١، ٣]$.

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)



أ) الشكل المجاور يمثل منحنى $ن(س)$ والمماس له عند $(س = ١)$، فإذا كان المثلث أ و ب قائم الزاوية في (و) ومتساوي الساقين، وكان $ل(س) = ن'(س) - ن(س^{٢})$ فجد $ل'(١)$

ب) إذا كان $ن(س) = ٢س^{٣} + بس^{٢} + ٢أس$ ، وكان له نقطة حرجة واحدة فقط عند $(س = ١)$ فما قيم الثابتين أ، ب؟

ج) إذا كان $هـ(س) = (ن(س) + س)^{٢}$ وكان متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ يساوي ٣، ومتوسط تغير $هـ(س)$ في نفس الفترة يساوي ٤٠، فما قيمة المقدار $ن(٥) + ن(٢)$؟

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) إذا كان $ص^{٢} = \frac{٥}{س^{٢} + ١}$ ، اثبت ان $س ص^{٣} + ٥ص' = ٠$

ب) إذا كان $ن(س)$ كثير حدود بحيث $ن(٢س) = ٩س + س^{٢} - ن(س)$، فما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س - ن(س)}{س^{٢}}$ ؟

ج) جد مساحة أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ١٠ سم بحيث ينطبق أحد أضلاعه على قاعدة المثلث ويقع الرأسان الآخران على ساقي المثلث.

أ. فاطمة الأسطل

الإنجاز

الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١م
الورقة الأولى

الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ج	ج	ب	ج	د	ج	أ	أ	ب	أ

الحل التفصيلي:

١) $\lim_{س\to 0} \frac{ظا٢س}{س(١-ب)} = \frac{0}{0}$ لوبيتال

$\lim_{س\to 0} \frac{ظا٢س}{س(١-ب)} = \lim_{س\to 0} \frac{٢قا^{٢}٢س}{(١-ب)} = ٤$

$\Leftarrow \frac{٢}{(١-ب)} = ٤ \Leftarrow ١-ب = \frac{١}{٢} \Leftarrow ب = \frac{١}{٢}$

جواب: ج

٢) $ن(س) = \frac{\left[\frac{١}{٢}س + ١\right]}{|س-٢|}$

عندما س = ٣ فإن $\left[\frac{١}{٢}س + ١\right] = \left[\frac{١}{٢}\times ١ + ١\right] = ٢$

عندما س = ٣ فإن $|س-٢| = س-٢$ ← س−٢ ، −(س−٢)

٢ ، ٣

$\therefore ن(س) = \frac{٢}{س-٢} \Leftarrow ن'(س) = \frac{-٢}{(س-٢)^{٢}}$

$\therefore ن'(٣) = \frac{-٢}{١} = -٢$

جواب: ج

٣) $ن^{٢}(٢س-١) = ٢س^{٢}-٢ \Leftarrow ٢ن(٢س-١)\times ن'(٢س-١)\times ٢ = ٤س$

$٢س-١ = ٥ \Leftarrow س = ٣$

$\Leftarrow ٤ن(٥)\times ن'(٥) = ٤\times ٣ \Leftarrow ٤\times ٤\times ن'(٥) = ١٢$

$\therefore ن'(٥) = \frac{٣}{٤}$

جواب: ب

٤) $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^{٢}+٢}$

المماس لمنحنى ل(س) عند النقطة (−١ ، ٢) أفقياً ← ل'(−١) = ٠ ، ل(−١) = ٢

$ن'(س) = \frac{(س^{٢}+٢)\times ل'(س) - ل(س)\times ٢س}{(س^{٢}+٢)^{٢}}$

$ن'(-١) = \frac{(٣)\times ل'(-١) - ل(-١)\times ٢\times (-١)}{(٣)^{٢}} = \frac{٠\times ٢ - ٢\times (٣)}{(٣)^{٢}} = \frac{٤}{٩}$

جواب: ج

جهاد الأخوان: أ/ فاطمة الاسطل

٥) $\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ص} = ٢ + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س} \Leftarrow \frac{١}{\text{ص}} \times \text{ص}' = \frac{١}{\text{س}}$

$$\Leftarrow \text{ص}' = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftarrow \text{ص}'' = \frac{\text{س ص}' - \text{ص}}{\text{س}^{٢}} = \frac{\text{س} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} - \text{ص}}{\text{س}^{٢}} = ٠$$

(يوجد حلول أخرى)

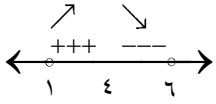
جابة : د

٦) $\because$ ن$'(٤) = ٠$ $\therefore$ يوجد نقطة حرجة عند س $= ٤$

$\because$ ن$''(\text{س}) > ٠$ لجميع قيم س$\in]١، ٦[$

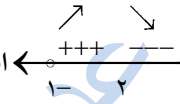
$\therefore$ ن$''(٤) > ٠$

من اختبار المشتقة الثانية $\therefore$ يوجد عند س $= ٤$ قيمة عظمى محلية



$\therefore$ ن$(٤) >$ ن(٣)

جابة : ج

٧) من الرسمة  اشارة ك$'(\text{س})$

عند س $= -١$ بداية تزايد $\therefore$ يوجد قيمة صغرى محلية

عند س $= ٤$ نهاية تناقص $\therefore$ يوجد قيمة صغرى محلية

ك$(٢) = ٣$ ك$(-١) \Leftarrow$ ك$(-١) = \frac{١}{٣}$ ك(٢)

ك$(٢) = ٢$ ك$(٤) \Leftarrow$ ك$(٤) = \frac{١}{٢}$ ك(٢)

$\therefore$ ك(-١) قيمة صغرى محلية و مطلقة

جابة : أ

٨) ن$(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}} - \text{هـ}^{-\text{س}}$

ن$'(\text{س}) = \text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{-\text{س}} \Leftarrow \text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{-\text{س}} = ٠ \Leftarrow \text{هـ}^{\text{س}} + \frac{١}{\text{هـ}^{\text{س}}} = ٠$

$\Leftarrow \frac{\text{هـ}^{٢\text{س}} + ١}{\text{هـ}^{\text{س}}} = ٠ \Leftarrow \text{هـ}^{٢\text{س}} + ١ = ٠ \Leftarrow \text{هـ}^{٢\text{س}} = -١$ مستحيل

اشارة ن$'(\text{س})$

$\therefore$ ن(س) متزايد على ح

جابة : أ

٩) ن$(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ١٢\text{س}^{٢} \Leftarrow$ ن$'(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢} - ٢٤\text{س} \Leftarrow$ ن$''(\text{س}) = ٦\text{س} - ٢٤$

$\Leftarrow$ ن$''(-١) = ٦ \times -١ - ٢٤ = ٠ \Leftarrow ١ = -٣$

ن$(\text{س}) = \text{س}^{٣} + ٣\text{س}^{٢}$

ن$(-١) = \text{ب} \Leftarrow (-١)^{٣} + ٣ \times (-١)^{٢} = \text{ب} \Leftarrow \text{ب} = ٢$

جابة : ب

١٠) متوسط التغير $= \frac{\text{ع}(٤) - \text{ع}(١)}{٤ - ١} = \frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ن}(٤) - \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ن}(١)}{٣} = \frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ}\text{ن}(١) - \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ن}(١)}{٣}$

$$= \frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ} + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ن}(١) - \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{ن}(١)}{٣} = \frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ}}{٣} = \frac{١}{٣}$$

(يوجد حلول أخرى)

جابة : أ

أ. فاطمة الأسطل

السؤال الثاني:

[أ] ١. $ن(س) = س^{٢}قا\frac{\pi}{س}$ ، $س \neq ٠$

$ن'(س) = ٢س قا\frac{\pi}{س} + س^{٢} \times قا\frac{\pi}{س} ظا\frac{\pi}{س} \times \frac{-\pi}{س^{٢}}$

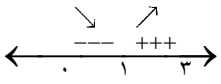
$ن'(١) = ٢قا\pi + ١^{٢} \times قا\pi ظا\pi \times -\pi$

$= -٢ + ١ \times ٠ \times -\pi = -٢$

٢. $ن(س) = هـ^{س} - هـ س$ متصل على $[٠، ٣]$ لانه فرق اقترانين متصلين

$ن'(س) = هـ^{س} - هـ \Leftarrow هـ^{س} - هـ = ٠ \Leftarrow هـ^{س} = هـ^{١}$

$\Leftarrow س = ١ \in]٠، ٣[$



$ن'(س)$ غير موجودة عند س= ٠، ٣

$ن(١)$ قيمة صغرى مطلقة $\Leftarrow$ اصغر قيمة هي $ن(١) = هـ - هـ = ٠$

[ب] $ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن^{٢}$

$ع(ن) = ٢٠ - ١٠ن$ $\Leftarrow$ عندما $ع = ٠$

١. $٢٠ - ١٠ن = ٠ \Leftarrow ن = ٢$ ثانية

$\Leftarrow$ اقصى ارتفاع = $ف(٢) = ٤٠ - ٢٠ = ٢٠$م

٢. عندما يقطع الجسم ٢٥م يكون على ارتفاع ١٥م من سطح الارض

$\Leftarrow ف = ١٥ \Leftarrow ٢٠ن - ن^{٢} = ١٥$

$\Leftarrow ٥ن^{٢} - ٢٠ن + ١٥ = ٠ \Leftarrow ن^{٢} - ٤ن + ٣ = ٠$

$\Leftarrow (ن - ٣)(ن - ١) = ٠ \Leftarrow$ نأخذ $ن = ٣$ $ن = ١$ (مرفوض)

$\Leftarrow ن = ٣ \leftarrow$ تكون $ع(٣) = ٢٠ - ٣٠ = -١٠$م/ث

حل آخر/ المسافة المقطوعة =٢×أقصى ارتفاع – ف(ن)

٢٥ = ٢×٢٠ – ف(ن)

$\Leftarrow ف(ن) = ١٥ \Leftarrow ٢٠ن - ن^{٢} = ١٥$

$\Leftarrow ٥ن^{٢} - ٢٠ن + ١٥ = ٠ \Leftarrow ن^{٢} - ٤ن + ٣ = ٠$

$\Leftarrow (ن - ٣)(ن - ١) = ٠ \Leftarrow$ نأخذ $ن = ٣$ $ن = ١$ مرفوض

$\Leftarrow ن = ٣ \leftarrow$ تكون $ع(٣) = ٢٠ - ٣٠ = -١٠$م/ث

السؤال الثالث:

[أ] ١. $ن'(س) = س ن(س) + ن(٣)$ ، $ن'(٣) = -٤$

نشتق $ن''(س) = ن(س) + س ن'(س)$

$ن''(٣) = ن(٣) + ٣ن'(٣)$

لكن $ن'(٣) = ٣ن(٣) + ن(٣) = ٤ن(٣) \Leftarrow ٤ن(٣) = -٤$

$\Leftarrow ن(٣) = -١$

وتصبح $ن''(٣) = -١ + ٣ \times -٤ = -١٣$

أ. أحمد عدوان ... أ. فاطمه الاسطل

٢. ص $= (\sqrt{ع} + هـ)^{٣}$ ، ع $= هـ^{-٢س}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س} = ٣(\sqrt{ع} + هـ)^{٢} \times -٢هـ^{-٢س} \left(\frac{١}{٢\sqrt{ع}}\right)$$

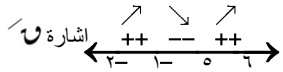
وعندما س $= -١ \Leftarrow$ ع $= هـ^{٢}$

$$\therefore \frac{ص}{س} = ٣(\sqrt{هـ^{٢}} + هـ)^{٢} \times -٢هـ^{٢} \left(\frac{١}{٢\sqrt{هـ^{٢}}}\right) = ٢ اهـ^{٢} \times -هـ = -٢ اهـ^{٣}$$

ب | ن(س) $= س^{٣} - ٦س^{٢} - ١٥س$، $س \in [-٢، ٦]$ متصل لانه كثير حدود

ن´(س) $= ٣س^{٢} - ١٢س - ١٥ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٥)(س + ١) = ٠$ اما س $= ٥$ ، س $= -١$



١) من اشارة ن´ يكون ن(س) متناقصاً في $[-١، ٥]$ ،

ومتزايداً في $[-٢، -١]$، $[٥، ٦]$

٢) عند س $= -٢$ يوجد قيمة صغرى محلية قيمتها ن$(-٢) = -٢$

عند س $= ٥$ يوجد قيمة صغرى محلية ومطلقة هي ن$(٥) = -١٠٠$

عند س $= -١$ يوجد قيمة عظمى محلية ومطلقة هي ن$(-١) = ٨$

عند س $= ٦$ يوجد قيمة عظمى محلية قيمتها ن$(٦) = -٩٠$

السؤال الرابع:

أ | $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} = ١$، المنحنى ص $= س^{٢} - ٤س + ٥$ ، ص > ٠

نجد أولا نقط التقاطع بوضع $س^{٢} - ٤س = ص - ٥$

$\Leftarrow (ص - ٥) + ص^{٢} = ١ \Leftarrow ص^{٢} + ص - ٦ = ٠$

$\Leftarrow (ص - ٢)(ص + ٣) = ٠ \Leftarrow ص = ٢$، ص $= -٣$ مرفوض

عندما ص $= ٢ \Leftarrow س^{٢} - ٤س = ٥ - ٢ = -٣$

$\Leftarrow س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠ \Leftarrow (س - ٣)(س - ١) = ٠$

$\Leftarrow س = ١، ٣$

نقط التقاطع هي (٢، ٣)، (٢، ١)

نشتق العلاقة $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} = ١$ ضمنيا

$٢س - ٤ + ٢ص ص´ = ٠$

ميل المماس عند (٢، ٣) $\Leftarrow ٦ - ٤ + ٤ص´ = ٠ \Leftarrow$ م$_{\text{مماس}}$ $= \frac{-١}{٢} \Leftarrow$ م$_{\text{عمودي}}$ $= ٢$

ميل المماس عند (٢، ١) $\Leftarrow ٢ - ٤ + ٤ص´ = ٠ \Leftarrow$ م$_{\text{مماس}}$ $= \frac{١}{٢} \Leftarrow$ م$_{\text{عمودي}}$ $= -٢$

معادلة العمودي عند (٢، ٣) هي ص $- ٢ = ٢(س - ٣) \Leftarrow$ ص $= ٢س - ٤$

معادلة العمودي عند (٢، ١) هي ص $- ٢ = -٢(س - ١) \Leftarrow$ ص $= -٢س + ٤$

أ. فاطمه الاسطل ... عدول

ب | $ن(س) = ١ + ٢س + ٢لو_{هـ}(س-١)، س > ١$

$ن'(س) = ٢ + \frac{٢}{س-١}$

$ن''(س) = -\frac{٢}{(س-١)^{٢}}$ نضع $ن''(س) = ٠ \Leftarrow ٢ = \frac{٢}{(س-١)^{٢}} \Leftarrow (س-١)^{٢} = ١$

اما $س - ١ = ١ \Leftarrow س = ٢$ أو $س - ١ = -١ \Leftarrow س = ٠$ مرفوض

من اشارة $ن''$ يكون $ن$

مقعراً للاسفل في $]١،٢[$ ، ومقعراً للأعلى في $]٢،\infty[$

اشارة $ن''$ ++ عند ١ و -- عند ٢ و ++

بما أن $ن$ متصل عند $س=٢$ ويغير اتجاه تقعره

عند $س=٢$ يوجد نقطة انعطاف وهي $(٢، ن(٢)) = (٢، ١٦)$

السؤال الخامس:

أ | $ن(س) = -٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ك$ كثير حدود فهو متصل

$ن'(س) = -٦س^{٢} + ١٢س$

١. $ن(س)$ له قيمة قصوى عند $س = -٢ \Leftarrow ن'(-٢) = ٠$

$\Leftarrow -٢٤ + ٢٤ = ٠ \Leftarrow ا = -١$

$\Leftarrow$ يصبح $ن(س) = -٢س^{٣} + ٦س^{٢} + ك$

٢. $ن'(س) = -٦س^{٢} + ١٢س = ٠ \Leftarrow -٦س(س+٢) = ٠$

$\Leftarrow س = ٠، س = -٢$

↗ ++ ↘ -- ↗ ++ عند -٢ و ٠

قيمة الصغرى المحلية $= ن(٠)$ ، قيمة العظمى المحلية $= ن(-٢)$

لكن $ن(٠) + ن(-٢) = -١٢ \Leftarrow ك + -١٦ + ٢٤ = -١٢$

$\Leftarrow ٢ك = -٢٠ \Leftarrow ك = -١٠$

ب | ١. $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \frac{١-١}{٠} = \frac{٠}{٠}$

باستخدام لوبيتال $\Leftarrow \lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \lim_{س \to ٠} \frac{جاس}{جاس + س جتاس} = \frac{٠}{٠}$

مرة أخرى $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس} = \lim_{س \to ٠} \frac{جتاس}{جتاس + جتاس - س جاس} = \frac{١}{٢}$

٢. $ن(س) = (س+٢)^{ن+٢}$ ، $ن''(س) = ٤٢(س+٢)^{ن}$ ، $ن > ٠$

$ن(س) = (س+٢)^{ن+٢} \Leftarrow ن'(س) = (ن+٢)(س+٢)^{ن+١}$

$\Leftarrow ن''(س) = (ن+٢)(ن+١)(س+٢)^{ن} = ٤٢(س+٢)^{ن}$

$\Leftarrow (ن+٢)(ن+١) = ٤٢ \Leftarrow ن^{٢} + ٣ن + ٢ = ٤٢$

$\Leftarrow ن^{٢} + ٣ن - ٤٠ = ٠ \Leftarrow (ن-٥)(ن+٨) = ٠ \Leftarrow ن = ٥$

$ن(س) = (س+٢)^{٧} \Leftarrow ن'(س) = ٧(س+٢)^{٦} \Leftarrow ن'(-١) = ٧$

اجتهاد... أفاطمه الأسطل

السؤال السادس:

أ) $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ب س + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + ١٢ أس - ١٠ & ، س > ٢ \end{cases}$

بما أن $ن'(٢)$ موجودة فإن

١) $ن$ يكون متصلا عند $س = ٢$

أي $\lim_{س \to ٢^{+}} ن(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ن(س) \Leftarrow ٤أ + ٢ب + ٢ = ٤ + ٢٤ - ١٠$

أي $٤أ + ٢ب = ١٦ \leftarrow (١)$

٢) وتكون $ن'(٢)^{+} = ن'(٢)^{-}$

لكن $ن'(س) = \begin{cases} ٢أس + ب & ، س < ٢ \\ ٢س + ١٢ & ، س > ٢ \end{cases}$

أي $٤أ + ب = ٤ + ١٢ \Leftarrow ٤أ + ب = ١٦ \leftarrow (٢)$

وبحل المعادلتين (١)، (٢)

$٤أ + ب = ١٦$ ، $٤أ + ٢ب = ١٦$ بالطرح ينتج أن $ب = ٠$

$\Leftarrow ٤أ = ١٦ \Leftarrow أ = ٤$

ب ١. $ن(س) = س^{٢} + \frac{ب}{س} \Leftarrow ن'(س) = ٢س - \frac{ب}{س^{٢}} = ٠$

ومنها $٢س = \frac{ب}{س^{٢}} \Leftarrow ٢س^{٣} = ب \Leftarrow س = \sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}$ أي للاقتران $ن(س)$ نقطة حرجة وحيدة

نجد $ن''(س) = ٢ + \frac{٢ب}{س^{٣}}$

$ن''(\sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}) = ٢ + ٢ب(\frac{٢}{ب}) = ٢ + ٤ = ٦ > ٠$

بما أن $ن''(\sqrt[٣]{\frac{ب}{٢}}) > ٠ \Leftarrow$ يوجد للاقتران $ن(س)$ قيمة صغرى محلية

$\Leftarrow$ لا يأخذ $ن(س)$ أي قيمة عظمى محلية

٢. $ن(س)$ يقع في الربع الرابع $\Leftarrow ن(س) < ٠$ في $[١، ٣]$

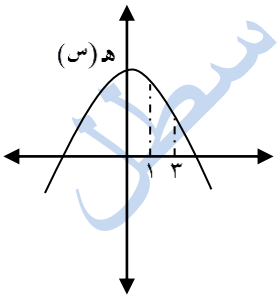
$ن(س)$ متزايد في $[١، ٣] \Leftarrow ن'(س) > ٠$ في $]١، ٣[$

$هـ(س)$ في $[١، ٣]$ يكون متناقصا $\Leftarrow هـ'(س) < ٠$

$هـ(س) > ٠$ لأنه يقع في الربع الأول

$ك'(س) = ن \times هـ' + ن' \times هـ$ = سالب× سالب + موجب ×موجب= موجب

$\Leftarrow ك(س)$ يكون متزايداً في $[١، ٣]$



أحمد عدوان .. أ. فاطمه الاسطل

السؤال السابع:

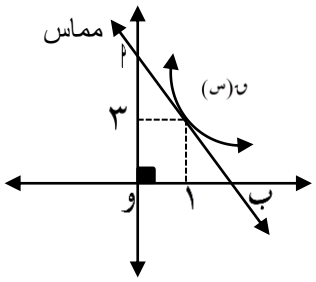
أ $ل(س) = ن^{٢}(س) - ن(س^{٢})$

$\Leftarrow ل'(س) = ٢ن(س)ن'(س) - ٢س ن'(س^{٢})$

من الشكل عند $س = ١$ يكون $ن(١) = ٣،٥$ $ن'(١) = ظا١٣٥ = -١$

لان المثلث أ و ب قائم الزاوية ومتساوي الساقين

$\Leftarrow ل'(١) = ٢ن(١)ن'(١) - ٢ن'(١) = ٢(٣)(-١) - ٢(-١) = -٤$



ب $ن(س) = ٢س^{٣} + ب س^{٢} + ١٢س$

$ن'(س) = ٦س^{٢} + ٢ب س + ١٢$

له نقطة حرجة عند $س = ١ \Leftarrow ٦ + ٢ب + ١٢ = ٠ \Leftarrow ب + أ = -٣ \Leftarrow \boxed{أ = -٣ - ب} \leftarrow (١)$

ن كثير حدود وله نقطة حرجة وحيدة

$ن'(س)$ مربع كامل مميزه صفر

$\Leftarrow$ مميز $ن'(س)$ هو $(٢ب)^{٢} - ٤(٦)(١٢) = ٠$

$\Leftarrow ٤ب^{٢} - ٤(١٢ أ) = ٠ \Leftarrow ب^{٢} = ١٢ أ$ بالتعويض عن قيمة أ من (١)

$\Leftarrow ب^{٢} = ١٢(-٣ - ب) \Leftarrow ب^{٢} + ١٢ب + ٣٦ = ٠$

$\Leftarrow (ب + ٦)^{٢} = ٠ \Leftarrow ب = -٦ ، أ = ٣$

جـ $هـ(س) = (ن(س) + س)^{٢}$

من المعطيات $\frac{ن(٥) - ن(٢)}{٣} = ٣ \Leftarrow ن(٥) - ن(٢) = ٩$

كذلك $\frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٣} = ٤٠ \Leftarrow هـ(٥) - هـ(٢) = ١٢٠$

لكن $هـ(٥) - هـ(٢) = ١٢٠ \Leftarrow (ن(٥) + ٥)^{٢} - (ن(٢) + ٢)^{٢} = ١٢٠$

وبتحليل فرق بين مربعين $\Leftarrow$

$(ن(٥) + ٥ + ن(٢) + ٢)(ن(٥) + ٥ - ن(٢) - ٢) = ١٢٠$

$(ن(٥) + ن(٢) + ٧)(١٢) = ١٢٠$

$\Leftarrow ن(٥) + ن(٢) + ٧ = ١٠ \Leftarrow ن(٥) + ن(٢) = ٣$

السؤال الثامن:

أ $ص^{٢} = \frac{٥}{س^{٢} + ١} \Leftarrow (س^{٢} + ١)ص^{٢} = ٥ ، ص > ٠$

نشتق ضمنيا $٢س ص^{٢} + ٢(س^{٢} + ١)ص ص' = ٠$

بالقسمة على ٢ص $\Leftarrow س ص + (س^{٢} + ١)ص' = ٠$

لكن $س^{٢} + ١ = \frac{٥}{ص^{٢}}$

$\Leftarrow س ص + \frac{٥}{ص^{٢}} ص' = ٠$

$\Leftarrow س ص^{٣} + ٥ص' = ٠$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الاسطل

حل آخر/ بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\text{لـو}_{هـ} ص^{٢} = \text{لـو}_{هـ} ٥ - \text{لـو}_{هـ} (س^{٢}+١)$$

$$\frac{٢ص'}{ص} = \frac{-٢س}{س^{٢}+١} \Leftarrow ص' = \frac{-س ص}{س^{٢}+١}$$

$$\text{لكن } س^{٢}+١ = \frac{٥}{ص^{٢}}$$

$$ص' = -س ص \times \frac{ص^{٢}}{٥} = \frac{-س ص^{٣}}{٥}$$

$$\Leftarrow س ص^{٣} + ٥ ص' = ٠$$

ب $ن(٢س) = ٩س + س^{٢} - ن(س) \Leftarrow ن(٠) = ٠ + ٠ - ن(٠) \Leftarrow ن(٠) = ٠$

$$ن'(٢س) = ٩ + ٢س - ن'(س) \Leftarrow ن'(٠) = ٩ - ن'(٠) \Leftarrow ن'(٠) = ٣$$

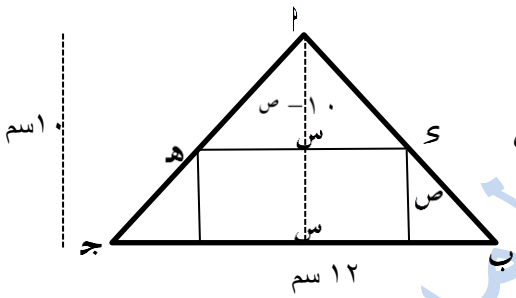
$$٤ن''(٢س) = ٢ - ن''(س) \Leftarrow ٥ن''(٠) = ٢ \Leftarrow ن''(٠) = \frac{٢}{٥}$$

$$\text{لكن } \lim_{س \to ٠} \frac{٣س - ن(س)}{س^{٢}} = \frac{٠ - ٠}{٠} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٣ - ن'(س)}{٢س} = \frac{٣ - ن'(٠)}{٢ \times ٠} = \frac{٣ - ٣}{٠} = \frac{٠}{٠}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{-ن''(س)}{٢} = \frac{-ن''(٠)}{٢} = \frac{-٢}{٥} \div ٢ = \frac{-١}{٥}$$

جـ نفرض أن طول المستطيل س وعرضه ص



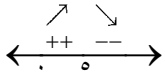
مساحة المستطيل= الطول ×العرض $\Leftarrow م = س ص$

كل ضلعين متقابلين في المستطيل متوازيين $\Leftarrow$ المثلثان أ ب جـ ، أ د هـ متشابهان

$$\frac{١٠ - ص}{١٠} = \frac{س}{١٢} \Leftarrow ١٢٠ - ١٢ ص = ١٠ س \Leftarrow \boxed{س = ١٢ - \frac{٦}{٥} ص}$$

$$م = (١٢ - \frac{٦}{٥} ص) ص = ١٢ ص - \frac{٦}{٥} ص^{٢}$$

$$\frac{دم}{دص} = ١٢ - \frac{١٢}{٥} ص \Leftarrow \frac{دم}{دص} = ٠ \Leftarrow ص = ٥$$



∴ المساحة اكبر ما يمكن عندما ص = ٥

مساحة اكبر مستطيل = $= ١٢ \times ٥ - \frac{٦}{٥} \times ٥^{٢} = ٣٠$ سم^{٢}

أ. أحمد عدوان ... أفضله الاسطل

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
الفرع : العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة الثانية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
لعام ٢٠٢١-الدورة الأولى

مدة الامتحان : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
اليوم : الأربعاء
التاريخ: ٣٠ / ٦/ ٢٠٢١م
مجموع العلامات (١٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة(ثمانية) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (ستة) أسئلة،وعلى المشترك أن يجيب(أربعة)منها، على أن يكون السؤال الأول (الموضوعي)منها إجبارياً

السؤال الأول:(٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من(١٠) فقرات من نوع اختيار من متعدد ، من أربعة بدائل، اختر رمز الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) إذا كانت أ،ب،جـ ثلاث مصفوفات بحيث ان أ.ب+جـ مصفوفة من الرتبة ٣×٢، وكانت أ مصفوفة عمود، فما رتبة المصفوفة ب؟

أ) ٣×٢ ب) ١×٢ ج) ٣×١ د) ٢×٢

٢) إذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية، بحيث $س^{٢}-٢س=و_{٢}$ ، فما المصفوفة س من الآتية؟

أ) $\begin{bmatrix}٢ & ٢\\ ٢ & ٢\end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix}٠ & ٢\\ ٠ & ٢\end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix}٢ & ٠\\ ٢ & ٠\end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix}٠ & ٠\\ ٠ & ٠\end{bmatrix}$

٣) إذا كانت $ب=\begin{bmatrix}٤ & ١\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}$ فما المصفوفة التي تساوي $ب+ب^{-١}$؟

أ) $و_{٢}$ ب) $\begin{bmatrix}٨ & ٢\\ ١٤ & ٤\end{bmatrix}$ ج) $٢ك_{٢}$ د) $٦ك_{٢}$

٤) ما العبارة الصحيحة من العبارات الآتية حيث أ،ب،جـ مصفوفات؟

أ) إذا كان $|أ|=|أ^{-١}|$ فإن $|أ|=١$ فقط ب) $|ك أ|=ك^{٢}|أ|$ ، ك∋ع

ج) إذا كان أ.ب = أ.جـ فإن ب=جـ د) $(٢ك_{٢})^{٢}=٤ك_{٢}$ حيث $ك_{٢}$ مصفوفة الوحدة

٥) إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ١٩]$، فما ترتيب الحد الذي قيمته $\frac{٣٢}{٣}$ فيها؟

أ) الثامن ب) السابع ج) السادس د) التاسع

٦) إذا كان $\int_{أ}^{ب} هـ^{٣س^{٢}}ى س=\frac{٣}{٢}$ ، فما قيمة الثابت ب؟

أ) ٢ ب) -٢، ٢ ج) ١ د) هـ

٧) ما قيمة $\int(٢س-٤)^{٥}ى س$

أ) $\frac{(٢س-٤)^{٦}}{٦}+جـ$ ب) $\frac{(٢س-٤)^{٦}}{١٢}+جـ$ ج) $١٠(٢س-٤)^{٤}+جـ$ د) $\frac{(٢س-٤)^{٥}}{١٠}+جـ$

٨) إذا كان ك(س) هو اقتران أصلي للاقتران ن(س) المتصل في مجاله بحيث :

$\int(ن(س)+\frac{(ك^{٣}-١١)}{(س-١)^{٢}})ى س=ك(س)+\frac{٣}{س-١}$ ، ما قيمة الثابت ك؟

أ) -٨ ب) -٢ ج) ٢ د) ٨

٩) إذا كان $ن(س) = س لـو_هـ س$، فما قيمة $\int_{\frac{1}{2}}^{هـ} ن''(س) ؤس$؟

أ) -١ ب) صفر ج) ١ د) هـ

١٠) إذا كان $ن(س)$ اقترانا قابلا للتكامل على الفترة $[٢،٣]$، وكانت $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢،٣]$، بحيث كانت

$\sigma_ن(ن،ن) = \frac{١}{ن}(٧ن + ٢)$ فما قيمة $\int_{٢}^{٣} (\frac{س ن(س) + ٢ن(س)}{س + ٢} - ٣) ؤس$؟

أ) ٤ ب) ٧ ج) ٩ د) ١٠

السؤال الثاني: (٢٠علامة)

أ) ١. استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{-١}^{٤} (٢س - ٥) ؤس$.

٢. جد قيمة $\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س| ؤس$

ب) حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة النظير الضربي:

$٢ص - ٣س + ١٩ = ٠،٢س - ص = ١٢$

السؤال الثالث:(٢٠علامة)

أ) ١. جد $\int_{هـ}^{} \frac{٤س}{٢س - ١} ؤس$.

٢. اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عند أي نقطة عليه يساوي $\sqrt{٨س} + \frac{١}{\sqrt{٨س}}$ فجد قاعدة الاقتران $ن(س)$ علماً بأن منحناه يمر بالنقطة $(١، \frac{٢}{٣})$.

ب) إذا كانت $أ$ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان $أ_{ي هـ} = \begin{cases} ٢ ، ي \neq هـ \\ ٣ ، ي = هـ \end{cases}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$.

فجد المصفوفة $س$ بحيث $س = ٢أ(ب - ٢م)$.

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الاسطل

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٠ \\ ٤ & س & ٢- \\ ٠ & ١- & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٣ & س \end{vmatrix}$ ، فما قيمة / قيم س؟

ب) ١. إذا كان $ح(\sigma_{ن}، ن) = ٦ + \frac{٤ + ٨ + ١٢ + ... + ٤ن}{ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة

للفترة $[١، ٤]$، فما قيمة $\int_{١}^{٤} (٢ن(س)) ى س$.

٢. جد $\int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^{٢}} ى س$

السؤال الخامس: (٢٠علامة)

أ) إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ |٥س - ٢| ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ اقتراناً متصلاً في الفترة $[٠، ٤]$، جد ما يأتي:

١. الاقتران المكامل $ن(س)$ في الفترة $[٠، ٤]$

٢. $\int_{١}^{٣} (٢ن(س)) ى س$

ب) إذا كانت $(أ^{-١} . ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فجد المصفوفة أ٢.

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) قذف جسم رأسياً الى أعلى من حافة سطح بناية بسرعة ابتدائية قدرها ٣٠ م/ث، فإذا كان تسارعه -١٠ م/ث^{٢}، وكان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي ٦٠م،فما أقصى ارتفاع وصله الجسم عن سطح الأرض؟

ب) ١. جد قيمة س بحيث $[٣ \quad ٤-] \begin{bmatrix} س & ١- & ٥ \\ ٢ & ٣ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} = [س + ١]$.

٢. ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ن(س) = س^{٢} - ٣س + ١$، والمستقيم المار بالنقطتين $(٣، ٣)، (-١، -٥)$.

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الاسطل

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال السابع: (٢٠ علامة)

أ) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[\ ١\ ،\ ٨\ ]$، وكان العنصر الخامس عشر $= \frac{٣}{٢}$، $س_{٨} - س_{٥} = \frac{٣}{٤}$،

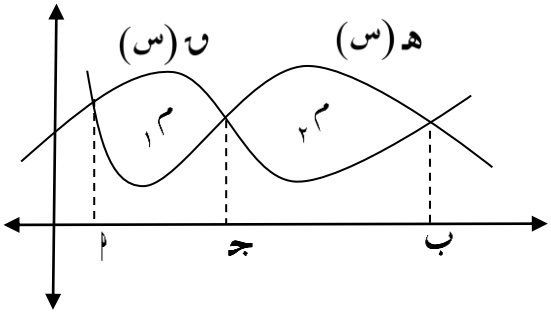
فما قيمة كل من $١، ن$؟

ب) إذا كان $\int_{أ}^{جـ} ق(س)\,د س = ٦ + \int_{جـ}^{ب} ق(س)\,د س$

وكان $\int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,د س = ٢ + \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\,د س$،

معتمداً على الشكل المجاور جد

المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ق(س)، هـ(س)$



ج) حل المعادلة المصفوفية $٣س - \begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$

السؤال الثامن: (٢٠ علامة)

أ) جد قيمة $\int_{٠}^{\pi} هـ^{س+جاس}\,د س - \int_{\pi}^{٠} جتاس\, هـ^{س+جاس}\,د س$

ب) حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة كريمر $٢س - ٣ص = ٠، م س - ل ص = -٤$

علماً بأن $٣م - ٢ل = ٤$

ج) إذا كان $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)\,د س = ٢هـ^{٢}$ ، فما قيمة $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)^{٢}\,د س$؟

إعداد: أ. فاطمة الاسطل

الانجاز	الإجابات النموذجية لامتحانات الثانوية العامة لعام ٢٠٢١م الورقة الثانية	الفرع العلمي

السؤال الأول:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ب	ج	د	د	أ	أ	ب	ج	ج	أ

الحل التفصيلي:

١) نفرض ان رتبة $أ$ هي $ن \times ١$ ، $أ.ب + جـ = ك$

$أ_{ن \times ١} . ب_{١ \times ٢} + جـ_{٢ \times ٣} = ك_{٢ \times ٣}$

رتبة $أ.ب = ٣ \times ٢ \Leftarrow ن \times ٢ = ٣ \times ٢$

$\therefore$ رتبة $ب = ١ \times ٢$

الجواب: ب

٢) $\because س^{٢} - ٢س = و_{٢}$ بالضرب يميناً في $س^{-١}$

$\therefore (س^{-١} . س)س - ٢س^{-١} س = س^{-١} و_{٢}$

$\therefore م_{٢} س - ٢م_{٢} = و_{٢}$

$\therefore س = و + ٢م = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} + ٢\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

$\Leftarrow س = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

(هناك حلول أخرى)

الجواب: جـ

٣) $ب = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $|ب| = ٤ \times ٢ - ٧ \times ١ = ١$

$ب^{-١} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٧- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٧- & ٤ \end{bmatrix}$

$ب + ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٧- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٠ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix} = ٦\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = ٦م_{٢}$

الجواب: د

٤) الصحيحة دائما د

$(٢م_{٢})^{٢} = ٢^{٢}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}^{٢} = ٤\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = ٤\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = ٤م_{٢}$

الجواب: د

٥) $س_{ر} = أ + (\frac{ب - أ}{ن})ر \Leftarrow \frac{٣٢}{٣} = ١- + \frac{٢٠}{١٢}ر$

$\Leftarrow \frac{٣٥}{٣} = \frac{٢٠}{١٢}ر \Leftarrow \boxed{ر = ٧}$

$\therefore س_{٧}$ هو الحد الثامن

الجواب: أ

إعداد: أ/ فاطمة الأسطل

٦) $\int_{0}^{\ln ب} هـ^{٢س} ءس = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow \left[\frac{هـ^{٢س}}{٢}\right]_{0}^{\ln ب} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{١}{٢}(هـ^{٢\ln ب} - هـ^{٠}) = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow \frac{١}{٢}(هـ^{\ln ب^{٢}} - ١) = \frac{٣}{٢} \Leftarrow \frac{١}{٢}(ب^{٢} - ١) = \frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow ب^{٢} - ١ = ٣ \Leftarrow ب^{٢} = ٤$

$\Leftarrow ب = -٢$ (مرفوض) ، $ب = ٢$

جواب ة : أ

٧) $\int (٢س - ٤)^{٥} ءس = \frac{(٢س - ٤)^{٦}}{٢ \times ٦} + جـ = \frac{(٢س - ٤)^{٦}}{١٢} + جـ$

جواب ة : ب

٨) $\int \left(ن(س) + \frac{(ك^{٣} - ١١)}{(س - ١)^{٢}}\right) ءس = م(س) + \frac{٣}{س - ١}$ باشتقاق الطرفين

$ن(س) + \frac{(ك^{٣} - ١١)}{(س - ١)^{٢}} = م'(س) - \frac{٣}{(س - ١)^{٢}}$

$\because م(س)$ هو اقتران أصلي للاقتران $ن(س) \Leftarrow م'(س) = ن(س)$

$\therefore \quad \cancel{ن(س)} + \frac{(ك^{٣} - ١١)}{(س - ١)^{٢}} = \cancel{ن(س)} - \frac{٣}{(س - ١)^{٢}}$

$\Leftarrow ك^{٣} - ١١ = -٣$

$\therefore ك^{٣} = ٨ \Leftarrow ك = ٢$

جواب ة : جـ

٩) $ن(س) = س لـو_{هـ} س \Leftarrow ن'(س) = س \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س = ١ + لـو_{هـ} س$

$\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} ن'(س) ءس = ن(س)\Big|_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} = (١ + لـو_{هـ} س)\Big|_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} = (١ + لـو_{هـ} \frac{هـ}{٢}) - (١ + لـو_{هـ} \frac{١}{٢})$

$= لـو_{هـ} \frac{هـ}{٢} - لـو_{هـ} \frac{١}{٢} = لـو_{هـ} هـ - لـو_{هـ} ٢ - لـو_{هـ} ١ + لـو_{هـ} ٢ = ١$

جواب ة : جـ

١٠) $\int_{٢}^{٣} \left(\frac{س ن(س) + ٢ن(س)}{س + ٢} - ٣\right) ءس = \int_{٢}^{٣} \left(ن(س) - \frac{ن(س)(س + ٢)}{(س + ٢)}\right) ءس = \int_{٢}^{٣} (ن(س) - ٣) ءس$

لكن $\int_{٢}^{٣} ن(س) ءس = \lim_{ن \to \infty} م(ن، \sigma_{ن}) = \lim_{ن \to \infty} \frac{١}{ن}(٧ن + ٢) = \lim_{ن \to \infty} (٧ + \frac{٢}{ن}) = ٧$

$\int_{٢}^{٣} (ن(س) - ٣) ءس = \int_{٢}^{٣} ن(س) ءس - \int_{٢}^{٣} ٣ ءس = ٧ - ٣(٣ - ٢) = ٤$

جواب ة : أ

أعداد/ أفاضله الاسطل

السؤال الثاني:

[أ] ١) $\int_{-١}^{٤} (٢س - ٥)\,ds$

نفرض $ن(س) = ٢س - ٥$، $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٤]$،

$$س_ر^* = س_ر = ١ + (\frac{ب - ا}{ن})ر = -١ + \frac{٥}{ن}ر$$

$$ع(\sigma_ن، ن) = \frac{ب - ا}{ن}\sum_{ر=١}^{ن} ن(س_ر^*) = \frac{٥}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}\left(٢(-١ + \frac{٥}{ن}ر) - ٥\right) = \frac{٥}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}(-٧ + \frac{١٠}{ن}ر)$$

$$= \frac{٥}{ن}(-٧ن + \frac{١٠}{ن}.\frac{ن(ن+١)}{٢}) = \frac{٥}{ن}(-٧ن + ٥ن + ٥) = -١٠ + \frac{٢٥}{ن}$$

$$\int_{-١}^{٤} ن(س_ر)\,ds = \lim_{ن\to\infty} ع(\sigma_ن، ن) = \lim_{ن\to\infty}(-١٠ + \frac{٢٥}{ن}) = -١٠ + ٠ = -١٠$$

٢) $\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س|\,ds$

اعادة تعريف $|٤ - ٢س|$

$$٤ - ٢س = ٠ \Leftarrow س = ٢ \quad \xleftarrow[١]{---}\ \xleftarrow[٢]{+++}\ \xleftarrow[٥]{}$$

$$|٤ - ٢س| = \begin{cases} ٤ - ٢س\ ،\ ١ \le س \le ٢ \\ ٢س - ٤\ ،\ ٢ < س \le ٥ \end{cases}$$

$$\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س|\,ds = \int_{١}^{٢} (٤ - ٢س)\,ds + \int_{٢}^{٥} (٢س - ٤)\,ds$$

$$= \left(٤س - \frac{٢س^٢}{٢}\right)\Big|_{١}^{٢} + \left(\frac{٢س^٢}{٢} - ٤س\right)\Big|_{٢}^{٥} = (٣ - ٤) + (-٥ - ٤) = ١٠$$

[ب]

$$-٣س + ٢ص = -١٩$$
$$٢س - ص = ١٢$$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$$ وهي على صورة $أ.\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$

$$أ = \begin{bmatrix} -٣ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} \Leftarrow |أ| = (-٣ \times -١) - (٢ \times ٢) = -١$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{-١}\begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ -٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$أ^{-١}.أ.\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = أ^{-١}.\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix} \Leftarrow م_٢.\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١٩ \\ ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٩ + ٢٤ \\ -٣٨ + ٣٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow س = ٥\ ،\ ص = -٢$$

أجهاد عدوان ... أ فاطمة الأسطل

السؤال الثالث:

[أ] ١) $\int \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}}\,دس = \int (٤س هـ^{-(٢س-١)})\,دس = \int (٤س هـ^{-٢س+١})\,دس$

نفرض

$ن = ٤س \qquad ع = هـ^{-٢س+١}\,دس$

$\downarrow$

$دن = ٤\,دس \longrightarrow^{\int} ع = \frac{-١}{٢} هـ^{-٢س+١}$

$\int \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}}\,دس = س \times ٤ \times \frac{-١}{٢} هـ^{-٢س+١} - \int -\frac{١}{٢} هـ^{-٢س+١}\,٤\,دس = -٢س هـ^{-٢س+١} - هـ^{-٢س+١} + جـ$ حيث $جـ \in ع$

٢) $ن'(س) = \sqrt{س} + \frac{١}{\sqrt{س}} = س^{\frac{١}{٢}} + س^{-\frac{١}{٢}}$

$ن(س) = \int ن'(س)\,دس = \int (س^{\frac{١}{٢}} + س^{-\frac{١}{٢}})\,دس$

$\Leftarrow ن(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س^{\frac{١}{٢}} + جـ$ حيث $جـ \in ع$

$\because ن(١) = \frac{٢}{٣}$

$\Leftarrow ن(١) = \frac{٢}{٣}(١)^{\frac{٣}{٢}} + ٢(١)^{\frac{١}{٢}} + جـ = \frac{٢}{٣} \Leftarrow جـ = -٢$

$\therefore ن(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س^{\frac{١}{٢}} - ٢ = \frac{٢}{٣} \sqrt{س^{٣}} + ٢\sqrt{س} - ٢$

[ب] $أ = \begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{١٢} \\ أ_{٢١} & أ_{٢٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

$س = ٢أ(ب - م_٢)$

$س = ٢\left(\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ٦ & ٤ \\ ٤ & ٦ \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٤٢+٢٠ & ٢٨+٣٠ \\ ١٨+٨ & ١٢+١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦٢ & ٥٨ \\ ٢٦ & ٢٤ \end{bmatrix}$

السؤال الرابع:

[أ] $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٠ \\ ٤ & س & -٢ \\ ٠ & -١ & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٣ & س \end{vmatrix}$

$٢\begin{vmatrix} س & -٢ \\ -١ & ١ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} ٤ & -٢ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix} + ٠\begin{vmatrix} ٤ & س \\ ٠ & -١ \end{vmatrix} = س^{٢} - ١٥$

$٢(س-٢) - ٣(٤-٠) + ٠ = س^{٢} + ١٥$

$٢س - ٤ - ١٢ = س^{٢} + ١٥$

$\Leftarrow س^{٢} - ٢س + ١ = ٠ \Leftarrow (س-١)^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ١$

أجهاد عدوان . أ فاطمه الاسطل

ب ١) $م(ب_ن ، \sigma_ن) = \frac{٤ + ٨ + ١٢ + ... + ٤ن}{ن^٢} + ٦$

$= \frac{٤(١ + ٢ + ٣ + ... + ن)}{ن^٢} + ٦$

$= \frac{٤}{ن^٢} \sum_{ر=١}^{ن} ر + ٦$

$= \frac{ن(ن+١)}{٢} \times \frac{٤}{ن^٢} + ٦$

$= \frac{٢}{ن}(ن+١) + ٦ = ٨ + \frac{٢}{ن}$

$\int_{١}^{٤} ب(س) ٤س = \lim_{ن \to \infty} م(ب_ن ، \sigma_ن) = \lim_{ن \to \infty} (٨ + \frac{٢}{ن}) = ٨$

$\therefore \int_{١}^{٤} (٢ب(س)) ٤س = ٢ \lim_{ن \to \infty} م(ب_ن ، \sigma_ن) = ٢ \times ٨ = ١٦$

٢) $\int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^٢} ٤س$ بإخراج عامل مشترك جتاس

$(ظاس = \frac{جاس}{جتاس} ، قا^٢س = \frac{١}{جتا^٢س})$

$\Leftarrow = \int \frac{١}{جتا^٢س (٢ظاس + ١)^٢} ٤س = \int \frac{قا^٢س}{(٢ظاس + ١)^٢} ٤س$

نفرض ص $= ٢ظاس + ١ \Leftarrow ٤ص = ٢قا^٢س ٤س$

$\Leftarrow \int \frac{قا^٢س}{ص^٢} \cdot \frac{٤ص}{٢قا^٢س} = \int \frac{١}{٢} ص^{-٢} ٤ص = \frac{١}{٢} \times \frac{ص^{-١}}{-١} + جـ = \frac{-١}{٢ص} + جـ = \frac{-١}{٢(٢ظاس + ١)} + جـ$

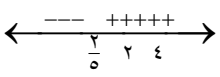
$\therefore \int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^٢} ٤س = \frac{-١}{٢(٢ظاس + ١)} + جـ$

السؤال الخامس:

أ ١. $ب(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ٢س ، ٠ \le س \le ٢ \\ |٥س - ٢| ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

اعادة تعريف $|٥س - ٢|$ ، $٢ < س \le ٤$

$٥س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = \frac{٢}{٥}$



$\Leftarrow ب(س) = \begin{cases} ٣س^٢ - ٢س ، ٠ \le س \le ٢ \\ ٥س - ٢ ، ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

أ. أحمد عدوان : فاطمه الاسطل

١) في الفترة $٠ \leq س \leq ٢$

$$ت(س) = \int_{أ}^{س} ن(ص)\,د ص = \int_{٠}^{س} (٣ص^{٢} - ٢ص)\,د ص = ص^{٣} - ص^{٢} \Big|_{٠}^{س} = س^{٣} - س^{٢}$$

٢) في الفترة $٢ < س \leq ٤$

$$ت(س) = ت(٢) + \int_{٢}^{س} (٥ص - ٢)\,د ص = ٤ + (\frac{٥}{٢} ص^{٢} - ٢ص) \Big|_{٢}^{س}$$

$$= ٤ + (\frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س) - (\frac{٥}{٢} \times ٤ - ٤) = \frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س - ٢$$

$$\Leftarrow ت(س) = \begin{cases} س^{٣} - س^{٢} & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ \frac{٥}{٢} س^{٢} - ٢س - ٢ & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$$

$$\int_{١}^{٣} ن(٢ن(س))\,د س = ٢ \int_{١}^{٣} ت'(س)\,د س = ٢ ت(س) \Big|_{١}^{٣}$$

$$= ٢(ت(٣) - ت(١)) = ٢((\frac{٥}{٢}(٩) - ٦ - ٢) - (١ - ١)) = ٢٩$$

ب) $(أ^{-١} ب)^{-١} = ب^{-١} . (أ^{-١})^{-١} = ب^{-١} . أ = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

$ب . ب^{-١} . أ = ب$ بضرب المعادلة في ب من اليمين

$$\Leftarrow م_{٢} \times أ = ب \times \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$$

$$\Leftarrow أ = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١+٣ & ٣-١+ \\ ٥+٨ & ٤-٥+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦+١- & ٢- \\ ٨+٥- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$$

$$٢ أ = ٢ \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٤- \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix}$$

السؤال السادس:

أ) $ع(٠) = ٣٠ م_{٢} | ن ، ت(ن) = -١٠ م_{٢} | ن^{٢}$ ، $ف(٢) = ٦٠ م_{٢}$

$$ع(ن) = \int ت(ن)\,د ن = \int -١٠ ن\,د ن = -٥ ن^{٢} + جـ_{١}$$

$$\Leftarrow ع(ن) = -٥ ن^{٢} + جـ_{١}$$

$$ع(٠) = ٣٠ \Leftarrow ٣٠ = جـ_{١} \Leftarrow \boxed{ع(ن) = -٥ ن^{٢} + ٣٠}$$

$$ف(ن) = \int ع(ن)\,د ن = \int (-٥ ن^{٢} + ٣٠)\,د ن = -\frac{١٠}{٣} ن^{٣} + ٣٠ ن + جـ_{٢}$$

$$ف(٢) = ٦٠ \Leftarrow -٥ \times ٤ + ٣٠ \times ٢ + جـ_{٢} = ٦٠ \Leftarrow جـ_{٢} = ٢٠ \quad \therefore \quad \boxed{ف(ن) = -\frac{١٠}{٣} ن^{٣} + ٣٠ ن + ٢٠}$$

عند اقصى ارتفاع ع(ن) = صفر $\Leftarrow ع(ن) = -٥ ن^{٢} + ٣٠ = ٠ \Leftarrow ن = ٣$

اقصى ارتفاع $= ف(٣) = -\frac{١٠}{٣} \times ٣^{٣} + ٣٠ \times ٣ + ٢٠ = ٦٥ م_{٢}$

أ. جهاد عدوان ... أ. فاطمة الاسطل

ب ١. $[س+١] = \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س & -١ & ٥ \\ ٢ & ٣ & ١ \end{bmatrix} [-٤ \quad ٣]$

$[س+١] = \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} [-١٥ \quad ١٢ - ٣ - \quad ٨ - ٣س]$

$[س+١] = \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} [١١ \quad -١٥ \quad ٨ - ٣س]$

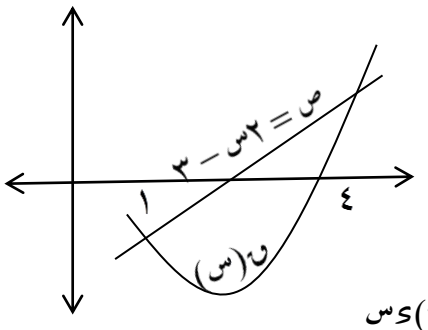
$[س+١] = [٠ + ١٥ - ٢٤ - ٩س]$

$س = ٥ \Leftarrow ٤٠ = ٨س \Leftarrow ١ + س = ٣٩ - ٩س \Leftarrow$

٢. نجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(٣، ٣)$، $(-١، -٥)$

$\frac{ص - ٣}{س - ٣} = \frac{-٥ - ٣}{-١ - ٣} \Leftarrow \frac{ص - ٣}{س - ٣} = \frac{٢}{١}$

$ص - ٣ = ٢(س - ٣) \Leftarrow ص = ٢س - ٣ \Leftarrow$



نجد نقاط تقاطع $ق(س) = س^٢ - ٣س + ١$ والمستقيم $ص = ٢س - ٣$

$س^٢ - ٣س + ١ = ٢س - ٣ \Leftarrow س^٢ - ٥س + ٤ = ٠$

$س = ٤ ، س = ١ \Leftarrow ٠ = (س - ٤)(س - ١) \Leftarrow$

$م = \int_{١}^{٤} ((٢س - ٣) - (س^٢ - ٣س + ١)) ؤس = \int_{١}^{٤} (٥س - س^٢ - ٤) ؤس$

$= ٥(\frac{٤^٢ - ١^٢}{٢}) - \frac{٤^٣ - ١^٣}{٣} - ٤(٤ - ١) = \frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة

السؤال السابع:

أ $\sigma_ن$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[١ ، ٨]$، فيها العنصر الخامس عشر $= \frac{٣}{٢} \Leftarrow س_{١٤} = \frac{٣}{٢}$، $س_٨ - س_٥ = \frac{٣}{٤}$

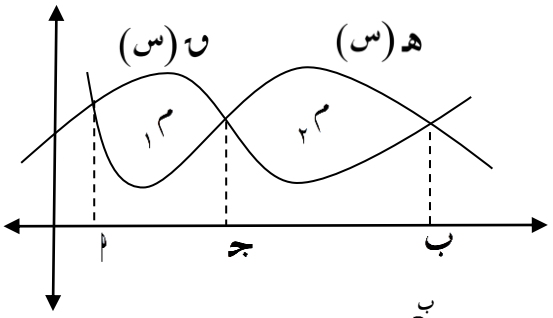
$س_ر = ١ + \frac{٨ - ١}{ن} ر \Leftarrow س_{١٤} = ١ + \frac{٨ - ١}{ن} \times ١٤ \Leftarrow \boxed{١ + \frac{٨ - ١}{ن} \times ١٤ = \frac{٣}{٢}} \leftarrow (١)$

$س_٨ - س_٥ = \frac{٣}{٤} \Leftarrow (١ + \frac{٨ - ١}{ن} \times ٨) - (١ + \frac{٨ - ١}{ن} \times ٥) = \frac{٣}{٤}$

$\Leftarrow \frac{٨ - ١}{ن} (٨ - ٥) = \frac{٣}{٤} \Leftarrow \boxed{\frac{٨ - ١}{ن} = \frac{١}{٤}} \leftarrow (٢)$

لإيجاد قيمة ١ نعوض قيمة $\frac{٨ - ١}{ن}$ من معادلة (٢) في معادلة (١) $\Leftarrow ١ + \frac{١}{٤} \times ١٤ = ٣ \Leftarrow ١ = -٢$

لإيجاد قيمة ن نعوض عن ١ في (٢) $\Leftarrow \frac{٨ - (-٢)}{ن} = \frac{١}{٤} \Leftarrow ن = ٤٠$



ب $\int_{أ}^{جـ} ن(س)\,دس = ٦ + \int_{جـ}^{ب} ن(س)\,دس \leftarrow (١)$

$\int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,دس = ٢ + \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\,دس \leftarrow (٢)$

نطرح معادلة (٢) من معادلة (١)

$$\int_{أ}^{جـ} ن(س)\,دس - \int_{أ}^{جـ} هـ(س)\,دس = (٦-٢) + \int_{جـ}^{ب} ن(س)\,دس - \int_{جـ}^{ب} هـ(س)\,دس$$

$$\int_{أ}^{جـ} (ن(س) - هـ(س))\,دس = ٤ + \int_{جـ}^{ب} (ن(س) - هـ(س))\,دس$$

$$م_١ = ٤ + -م_٢$$

$\Leftarrow م_١ + م_٢ = ٤$ وحدة مربعة

∴ المساحة المحصورة بين منحنيي ن(س)، هـ(س) = ٤ وحدة مربعة

جـ $\text{٣س} - \begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \text{س} = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$

$$\text{٣م}_٢ - \left(\begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix}\right) \text{س} = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} ٥- & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}\right) \text{س} = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} \text{س} = \begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$$

نجد النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} = ٦ - ٥ = ١$$

النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ يساوي $\frac{١}{١}\begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٣- & ٣ \\ ١- & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} \text{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$$

$$م_٢ . \text{س} = \begin{bmatrix} ٣\times٣ + ١\times٥- & ٣\times٣ - ٣ + ١\times٥- \\ ١\times١- + ٣\times٢ & ١\times١- - ٣ + ٢\times١- \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ٤ & ٤- \\ ١ & ١- \end{bmatrix}$$

إهداء عدوان: أفاطمه الاسطل

السؤال الثامن:

أ $\int_{0}^{\pi} هـ^{س+جاس}\,دس - \int_{\pi}^{\pi} جتاس\, هـ^{س+جاس}\,دس$

$\int_{0}^{\pi} هـ^{س+جاس}\,دس + \int_{\pi}^{\pi} جتاس\, هـ^{س+جاس}\,دس = \int_{0}^{\pi} (1+جتاس) هـ^{س+جاس}\,دس$

نفرض ص $= س+جاس \Leftarrow دص = (1+جتاس)دس$

عندما س $=0 \Leftarrow$ ص $=0$ ، عندما س $=\pi \Leftarrow$ ص $=\pi$

$\Leftarrow \int_{0}^{\pi} (1+جتاس)هـ^{ص} = \int_{0}^{\pi} هـ^{ص}\,دص = هـ^{ص}\Big|_{0}^{\pi} = هـ^{\pi} - هـ^{0} = هـ^{\pi} - 1$

ب $2س - 3ص = 0$ ، $م س - ك ص = -4$ ، $3م - 2ك = 4$

$أ = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ م & -ك \end{bmatrix}$ ، $ج = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$

$|أ| = -2ك + 3م = 4$

$أ_س = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -4 & -ك \end{bmatrix} \Leftarrow |أ_س| = 0 - 12 = -12$

$س = \frac{|أ_س|}{|أ|} = \frac{-12}{4} = -3 \leftarrow$ **س $= -3$**

$أ_ص = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ م & -4 \end{bmatrix} \Leftarrow |أ_ص| = -8 - 0 = -8$

$ص = \frac{|أ_ص|}{|أ|} = \frac{-8}{4} = -2 \leftarrow$ **ص $= -2$**

جـ $\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)دس = 2هـ^{2}$ نجد $\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)^{2}دس$ بالاجزاء

$ن = (1+لـو_{هـ} س)^{2}$ $\qquad$ $دع = دس$

$\downarrow$ $\qquad$ $\downarrow$ تـ

$دن = 2(1+لـو_{هـ} س) \times \frac{1}{س}دس$ $\longrightarrow$ $ع = س$

$\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)^{2}دس = س(1+لـو_{هـ} س)^{2}\Big|_{1}^{هـ^{2}} - \int_{1}^{هـ^{2}} س \times 2(1+لـو_{هـ} س) \times \frac{1}{س}دس$

$= هـ^{2}(1+لـو_{هـ} هـ^{2})^{2} - 1(1+لـو_{هـ} 1) - 2\int_{1}^{هـ^{2}} (1+لـو_{هـ} س)دس$

$= هـ^{2}(1+2)^{2} - 1 - 2 \times 2هـ^{2} = 9هـ^{2} - 1 - 4هـ^{2} = 5هـ^{2} - 1$

أ. شهاد حدوان ... أ. فاطمه الاسطل

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html